

Wüllner

LEHRBUCH

DER

EXPERIMENTALPHYSIK

VON

DR. ADOLPH WÜLLNER,

DOCENT DER PHYSIK AN DER LANDWIRTHSCHAFTLICHEN AKADEMIE ZU POPPELSDORF
UND PRIVATDOCENT ZU BONN.

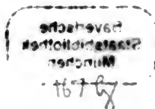
ERSTEN BANDES ZWEITE ABTHEILUNG.

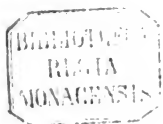
OPTIK.

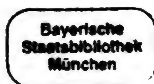


ZWEITE UNVERÄNDERTE AUSGABE.

LEIPZIG,
DRUCK UND VERLAG VON B. G. TEUBNER.
1866.




BIBLIOTHECA
REGIA
MONACENSIS


Bayerische
Staatsbibliothek
München

Zweiter Theil.

Die Lehre vom Licht.

Erster Abschnitt.

Ausbreitung und Wahrnehmung des Lichtes.

Erstes Kapitel.

Die ungestörte Ausbreitung des Lichtes.

Ausstrahlung und geradlinige Fortpflanzung des Lichtes. Von 1
der uns umgebenden Aussenwelt erhalten wir ausser durch das Gefühl, beim Betasten der Körper, oder durch das Gehör, wenn sie sich in einer hinlänglich raschen schwingenden Bewegung befinden, in viel ausgedehnterer Weise Kenntniss durch das Gesichtsorgan, indem wir die uns umgebenden Körper sehen.

Um die Körper aber durch das Gesicht wahrnehmen zu können, bedarf es der Anwesenheit des Lichtes, indem wir im Dunkeln Körper, von deren Anwesenheit unser Gefühl uns überzeugt, nicht sehen können.

In dieser Beziehung unterscheiden wir die Körper sofort in zwei Klassen, die eine derselben ist immerfort mit jenem etwas, das wir Licht nennen, verbunden, die zu ihr gehörigen Körper sind durch sich selbst nicht nur sichtbar, sondern können allein durch ihre Anwesenheit auch andere Körper sichtbar machen. Solche Körper nennen wir leuchtende Körper, es sind vorzugsweise die Sonne, die Sterne und die glühenden und brennenden Körper. Die leuchtenden Körper unterscheiden wir in doppelter Beziehung von einander, einmal, indem sie unserem Auge den Eindruck einer verschiedenen Helligkeit machen, ferner indem sie ein verschiedenartiges Licht zeigen, welches wir als verschiedene Farben bezeichnen. Die Körper der zweiten Klasse sind nicht für sich sichtbar, es sind die nichtleuchtenden dunkeln Körper, sie werden jedoch sichtbar, ja sie werden leuchtend, wenn sie von einem selbstleuchtenden Körper beleuchtet werden, und dann unterscheiden wir an ihnen ebenso verschiedene Helligkeit und verschiedene Farbe. Wenn wir auf ein weisses Blatt Papier in einem dunkeln Zimmer ein Bündel Sonnenstrahlen fallen lassen, so wird es nicht nur selbst sichtbar, sondern vermag auch die sonst im Zimmer

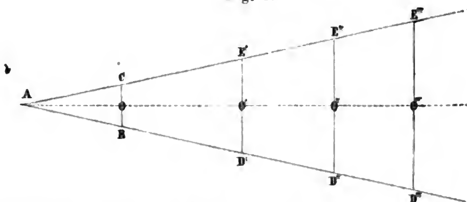
enthaltenen Gegenstände sichtbar zu machen, es vermag sie zu beleuchten. Die Astronomie lehrt uns, dass die Planeten und der Mond an sich dunkle Körper sind, unter Einwirkung des Sonnenlichtes werden sie in den Stand gesetzt, selbst wieder andere Gegenstände sichtbar zu machen.

Aus allem diesem folgt, dass eine Verbindung zwischen den Körpern, die wir sehen, und unserem Auge existiren muss, die sich aber in gleicher Weise zwischen den leuchtenden und beleuchteten Körpern herstellt; diese Verbindung ist das Licht. Wir können uns nun ferner leicht überzeugen, dass diese Verbindung von den leuchtenden Körpern ausgeht, oder dass das Licht von ihnen ausstrahlt. Denn hält man z. B. zwischen die Sonne und unser Auge einen Schirm, so wird uns dadurch der Anblick der Sonne entzogen; oder hält man einen solchen Schirm zwischen ein Licht und ein weisses Blatt, so wird letzterem das Licht entzogen, es wird beschattet und nicht leuchtend.

Untersuchen wir die Gestalt des Schattens auf dem weissen Blatt, so sehen wir, dass dieselbe bestimmt wird durch die Gestalt des schattengebenden Körpers. Ist der schattengebende Körper gegen das Licht sehr gross, so wird der Rand des Schattens bestimmt durch gerade Linien, welche wir von dem Lichte aus an den Grenzen des schattengebenden Körpers vorüber auf das weisse Blatt ziehen. Denn ist z. B. der schattengebende Körper ein Kreis, so hat auch der Schatten eine kreisförmige Begrenzung, in welcher Entfernung von dem schattengebenden Körper wir auch denselben durch das weisse Blatt auffangen. Indess hat der Schattenkreis in verschiedenen Entfernungen eine verschiedene Grösse, sein Radius ist bei constantem Abstande des schattengebenden Körpers von der Lichtquelle proportional dem Abstande des Papierschirmes von der Lichtquelle.

Ist demnach *A* ein kleiner leuchtender Körper und *BC* ein Durchschnitt des schattengebenden Kreises, den wir uns senkrecht auf die

Fig. 1.



Verbindungslinie *AO* der Lichtquelle mit dem Mittelpunkte *O* des schattengebenden Kreises gehalten denken, so sind in den verschiedenen Ab-

ständen AO des mit dem Schirme parallel gehaltenen Blattes die Radien der Schattenkreise gleich $O'E'$, $O''E''$ . . . und es ist

$$O'''E''' : O''E'' : O'E' = AO''' : AO'' : AO'.$$

Daraus folgt dann, dass die Dreiecke $AO'E'$, $AO''E''$ . . ähnlich sind, oder dass die Punkte A, E', E'' . . in einer geraden Linie liegen.

Wenn nun ferner bei constantem Abstande des weissen Blattes, auf dem wir den Schatten betrachten, von der Lichtquelle der Schirm BC in verschiedenen Abständen von der Lichtquelle gehalten wird, so findet man, dass der Radius $O'E'$ des Schattenkreises auch dann eine immer andere Grösse erhält, und zwar, dass

$$O'E' : OC = AO' : AO,$$

oder dass der Radius des Schattenkreises zu dem des schattengebenden sich verhält wie der Abstand des weissen Blattes zu dem des schattengebenden Kreises von der Lichtquelle.

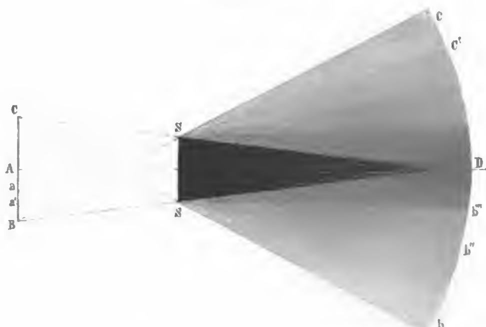
Daraus ergibt sich, dass ebenso die Punkte C und E', somit alle Punkte C, E', E'' . . auf einer geraden Linie liegen.

Diejenigen Punkte, welche im Innern des Kegels liegen, der durch Umdrehung der beiden von A aus durch C und B gezogenen geraden Linien um AO als Axe erzeugt ist, sind also im Schatten, sie erhalten kein Licht, während die ausserhalb dieses Kegels liegenden Punkte beleuchtet werden. Alle Punkte demnach, welche so liegen, dass eine gerade Linie von ihnen zum leuchtenden Punkte gezogen den Schirm CB trifft, werden nicht beleuchtet, diejenigen aber, für welche eine solche Gerade nicht den schattengebenden Körper trifft, sind beleuchtet. Damit also ein Punkt beleuchtet werde, ist nothwendig, dass eine gerade Linie von ihm aus zur Lichtquelle gezogen auf ihrem Wege keinen schattengebenden Körper finde, es folgt somit, dass das Licht sich von der Quelle aus in geraden Linien ausbreitet.

Ganz dasselbe zeigt eine Betrachtung des Schattens, den ein solcher Kreis wirft, wenn die Lichtquelle A eine grössere Ausdehnung hat. Nehmen wir als Lichtquelle z. B. eine glühende kreisförmige Scheibe und als schattengebenden Körper einen andern kreisförmigen Schirm, so zeigt ein auffangender hinter dem schattengebenden gehaltener Schirm in dem Schatten sehr verschiedene Nuancen der Beleuchtung. Zunächst in der Mitte des Schattens zeigt sich ein ganz dunkler Fleck, dessen Breite durch den Kegel CDB (Fig. 2) bestimmt ist, dessen Seiten von den durch die Grenzen SS gezogenen Geraden gebildet werden; in diesen Raum fällt gar kein von CB ausstrahlendes Licht; dieser Kegel ist der Kernschatten; an diesen grenzt von innen nach aussen immer heller werdend der Halbschatten, dessen Grenzen durch die Geraden CSb und BSc bestimmt sind. Alle Punkte ausserhalb dieses Raumes erhalten Licht von allen leuchtenden Punkten der Scheibe BC, alle Punkte innerhalb desselben nur von einem Theile derselben. Sie sind daher

weder vollständig hell noch vollständig dunkel. Innerhalb des Raumes $b'''SD$ fällt Licht von den Punkten des leuchtenden Körpers zwischen

Fig. 2.



a' und B, innerhalb $b'''Sb''$ tritt dazu nach und nach die Wirkung der zwischen a' und a'' gelegenen Punkte, woraus unmittelbar folgt, dass, wie es die Erfahrung zeigt, ein stetiges Wachsen der Helligkeit von der Grenze des Kernschattens bis zur Grenze des Schattens eintreten muss.

Durch das Vorhandensein der Halbschatten erklärt sich unmittelbar die geringe Schärfe, mit denen die meisten Schatten in einiger Entfernung von den schattenwerfenden Körpern begrenzt sind. Alle Lichtquellen haben eine mehr oder weniger grosse Ausdehnung, die Schatten, welche von ihnen geworfen werden, sind daher stets von Halbschatten begrenzt, welche, je weiter man sich von den schattengebenden Körpern entfernt, um so breiter werden und daher einen ganz allmählichen Uebergang aus dem Dunkel des Kernschattens zur Helle der vollen Beleuchtung vermitteln.

Wir kennen noch eine Reihe anderer Erscheinungen, welche uns den Beweis einer geradlinigen Fortpflanzung des Lichtes liefern. Wenn man drei durchbohrte Metallscheiben so hinter einander hält, dass die drei Löcher derselben in einer geraden Linie liegen, so kann man eine hinter denselben liegende Lichtquelle wahrnehmen, liegen die Löcher aber nicht in einer Geraden, so verhindern die Scheiben die Sichtbarkeit des Lichtes. Ebenso kann man durch eine gerade Röhre hindurchsehen, durch eine gebogene nicht.

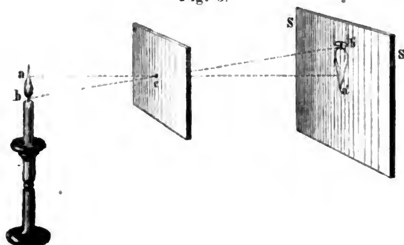
Lässt man die Sonne durch eine wie immer gestaltete kleine Oeffnung hindurchscheinen und fängt die Sonnenstrahlen auf einem hinter der Oeffnung befindlichen Schirme auf, so sieht man auf dem

Schirme nicht einen hellen Fleck von der Gestalt der Oeffnung, sondern immer einen hellen runden Fleck, dessen Grösse sich ändert mit dem Abstande des Schirmes von der Oeffnung. Eine Messung des Durchmessers dieses runden Fleckes ergibt aber, dass die von der engen Oeffnung nach den Endpunkten eines Durchmessers gezogenen Linien immer denselben Winkel mit einander bilden, der gleich ist dem scheinbaren Durchmesser der Sonne. Der Grund dieser Erscheinung liegt wieder in der geradlinigen Fortpflanzung des Lichtes, und umgekehrt ist diese Erscheinung ein neuer Beweis für dieselbe. Von jedem Punkte der Sonne geht Licht durch die Oeffnung hindurch und entwirft auf dem dahinter gehaltenen Schirme ein kleines Bildchen der Oeffnung. Da nun alle Punkte des kreisförmigen Sonnenrandes solche kleine Bildchen erzeugen, so liegen diese in einem Kreise geordnet, und da sich die einzelnen Bilder unendlich nahe liegen und zum Theil in einander greifen, so erzeugen diese einen zusammenhängenden hellen Kreis, dessen Mitte durch die hellen Bilder, welche von den mittlern Punkten der leuchtenden Sonne erzeugt werden, ausgefüllt wird. Auf dem Schirme entsteht also ein leuchtendes Bild der Sonne. Dass dieses richtig ist, davon überzeugt man sich leicht zur Zeit einer Sonnenfinsterniss, denn stellt man den Versuch dann an, so erscheint auf dem Schirme nicht ein rundes, sondern ein sichelförmiges Bild der Sonne, entsprechend dem dann leuchtenden Theile der Sonne.

Um diese Erscheinungen wahrzunehmen, bedarf es nicht einmal eines besondern Apparates; unter Bäumen haben die durch die Lücken der Baumblätter fallenden Lichter zu gewöhnlichen Zeiten eine kreisförmige Gestalt, zur Zeit einer Sonnenfinsterniss aber zeigen sie eine sichelförmige Gestalt. Sehr auffallend war die Erscheinung bei den grossen Sonnenfinsternissen im Jahre 1851 und 1860, wo sie selbst solchen auffiel, welche die Nothwendigkeit der Erscheinung nicht kannten, sowie eine Erklärung derselben nicht zu geben vermochten.

Wenn man in eine undurchsichtige Scheibe ein sehr kleines Loch

Fig. 3.



macht, vor dasselbe eine Kerzenflamme und hinter dasselbe ein Blatt Papier stellt, so erhält man auf dem Papiere ein umgekehrtes Bild der Flamme (Fig. 3); auch dieser, eigentlich dem vorigen ganz gleiche Versuch liefert einen Beweis für die geradlinige Fortpflanzung des Lichtes. Von jedem Punkte der Flamme geht Licht durch die Oeffnung *c* des Schirmes, der Punkt *a* der Flammenspitze erzeugt ein kleines Bildchen der Oeffnung *c* auf dem dahinter liegenden Blatte bei *a'*, der Punkt *b* bei *b'*, die einzelnen Bildchen der Oeffnung *c* sind auf dem Schirme *SS* ganz symmetrisch den leuchtenden Punkten der Flamme gruppirt, nur umgekehrt, so dass die den obern Punkten *a* entsprechenden leuchtenden Bilder der Oeffnung unten bei *a'*, die den untern Punkten *b* entsprechenden Bilder oben bei *b'* erscheinen, dort wo eine von *a* oder *b* durch die Oeffnung *c* gezogene Gerade den Schirm *SS* trifft. Da die von den verschiedenen Punkten der Flamme durch *c* nach *SS* gezogenen Linien sich in *c* schneiden, so sieht man, dass die den einzelnen Punkten der Flamme entsprechenden Bilder der Oeffnung umgekehrt wie jene liegen müssen.

Eine sehr hübsche Abänderung dieses Versuches, welche zugleich einen neuen Beweis liefert, dass ein an sich dunkeler aber beleuchteter Körper durch das von ihm ausgehende Licht sichtbar wird, ist folgende. Macht man in dem Fensterladen eines ganz dunkeln Zimmers ein kleines Loch und stellt demselben einen weissen Schirm gegenüber, so erhält man auf demselben ein genaues Abbild aller dem Fenster gegenüber befindlichen Gegenstände, welches in derselben Weise entsteht als das Bild der Sonne und der Lichtflamme. Jeder dem Fenster gegenüber befindliche leuchtende oder beleuchtete Punkt sendet in seiner Verbindungslinie mit der Oeffnung Licht aus und erzeugt an dem Punkte, wo die Linie den Schirm trifft, ein Bildchen der Oeffnung. Ist die Oeffnung hinreichend klein, so fallen die einzelnen Bilder der Oeffnung unmittelbar neben einander und erzeugen so ein Bild der Gegenstände, von deren sämmtlichen Punkten Licht durch die Oeffnung auf den Schirm fällt. Ist aber die Oeffnung gross, so fallen die einzelnen von den verschiedenen leuchtenden Punkten beleuchteten Flächenstücke des Schirmes, die einzelnen Bilder der Oeffnung nicht mehr neben, sondern über einander und dadurch wird das Bild der Gegenstände ausserhalb auf dem Schirme verwaschen und undeutlich; und wird die Oeffnung endlich sehr gross, wie z. B. ein Fenster, so entsteht gar kein Bild mehr, sondern nur eine beleuchtete Fläche, deren Grenzen den Grenzen der Oeffnung ähnlich sind.

Aus allen diesen Erfahrungen schliessen wir nun, dass das Licht, jenes etwas, das uns den gesehenen Körper sichtbar macht, von dem leuchtenden Körper ausgeht und zwar in geraden Linien. Letzteres ist uns auch so geläufig, dass wir alles, was wir sehen, an das Ende jener

Richtung verlegen, in welcher das Licht in unser Auge dringt. Wir werden einige Vorgänge kennen lernen, bei denen das Licht in Folge von Hindernissen, auf welche es bei seiner Ausbreitung stösst, die gerade Ausbreitung verlässt und in gebrochener Linie sich fortpflanzt. Nichts desto weniger verlegen wir die Lichtquelle in unserem Urtheile an das Ende jener Geraden, in welcher das Licht beim Eintritt in unser Auge sich fortpflanzte und glauben somit den leuchtenden Körper an einem Orte zu sehen, an dem er sich in der That nicht befindet.

Man sagt daher allgemein, das Licht strahlt in geraden Linien nach allen Richtungen von allen Punkten eines leuchtenden Körpers aus und nennt die Geraden, in denen das Licht sich ausbreitet, Lichtstrahlen.

Geschwindigkeit des Fixstern-Lichtes. Nach dem vorigen sind 2
wir genöthigt, anzunehmen, dass das Licht von den leuchtenden Körpern sich ausbreitet; es fragt sich nun, braucht es zu dieser Ausbreitung eine gewisse Zeit oder entsteht das Licht auf seiner ganzen Bahn momentan. Dass, wenn das Licht eine Zeit braucht, um sich fortzupflanzen, diese nur sehr klein sei, ja für irdische Abstände fast unmessbar klein, das zeigt uns die Erfahrung, indem man gleichzeitig in den verschiedensten Entfernungen ein aufflammendes Licht wahrnimmt. Mit Hülfe astronomischer Beobachtungen und in neuester Zeit durch sehr sinnreiche physikalische Versuche hat man jedoch nachgewiesen, dass das Licht nicht momentan sich fortpflanzt, und dass das Licht, welcher Quelle es auch entstammt, ob es direct von einem selbstleuchtenden Körper ausgeht oder ob es von einem beleuchteten Körper ausstrahlt, dass das Licht der Sterne wie das irdischen Lichtern entstammende sich mit gleicher Geschwindigkeit fortpflanzt.

Dass das Licht der selbstleuchtenden Fixsterne Zeit braucht, um sich fortzupflanzen, zeigt das von Bradley[1]) im Jahre 1727 zuerst beobachtete Phänomen der Aberration des Lichtes.

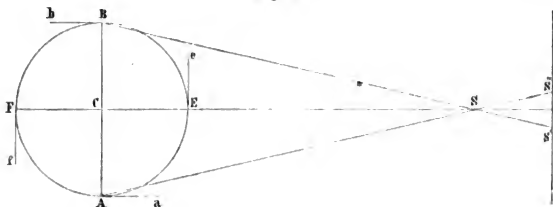
Um die Entfernung der Fixsterne zu bestimmen, stellte der englische Astronom Bradley Jahre lang fortgesetzte Beobachtungen an, um zu untersuchen, ob sich bei den Fixsternen eine Parallaxe zeige, das heisst, eine Aenderung des Ortes am Himmel, wenn sie von dem einen oder dem andern Ende eines Durchmessers der Erdbahn gesehen werden. Stellt der um den Mittelpunkt *C* Fig. 4 beschriebene Kreis, die nur wenig von der Gestalt eines Kreises abweichende Bahn der Erde dar, und ist *S* ein in der Ebene der Erdbahn liegender Fixstern, so ist der Winkel, den die von den Enden *A* und *B* des zu *CS* senkrechten Durchmessers nach *S* gezogenen Linien mit einander bilden,

---

[1]) Bradley. Philosophical Transactions abridged etc. vol. VI. p. 168.

die Parallaxe des Sternes *S*. Hat der Abstand *CS* einen mit der Länge des Durchmessers vergleichbaren Werth, so ist der Winkel *ASB* messbar und wird sich dadurch zu erkennen geben, dass von *B* aus ge-

Fig. 4.



sehen der Stern nach *S'*, von *A* aus gesehen nach *S''* verschoben erscheint. Der Winkel, den die Linien *BS* und *AS* mit einander bilden, wird immer kleiner, je weiter der Punkt *S* von *C* entfernt ist, und ist die Entfernung *CS* gegen *AB* unmessbar gross, so werden *BS* und *AS* für uns parallel sein, da dann der Punkt *S* in einer für uns unendlichen Entfernung liegt. Der Punkt *S* wird dann immer an derselben Stelle des Himmelsgewölbes erscheinen.

Wenn der Stern *S* nicht in der Ebene der Ekliptik, sondern an einer andern Stelle des Himmels sich befindet, so würde eine solche Parallaxe sich nicht in einer einfachen Verschiebung des Sternes in der Richtung *S'S''* zeigen, sondern dann würde der Stern am Himmel eine kleine geschlossene Bahn zu beschreiben scheinen. Befände der Stern in gleichem Abstande *CS* sich gerade im Pole der Ekliptik senkrecht über *C*, so würde der Stern, wenn die Erde in *A* sich befände, um eine gewisse Grösse gegen *B* hin, wenn die Erde in *E* wäre um dieselbe Grösse gegen *F* hin, wäre sie in *B* um eben die Grösse gegen *A* hin und in *F* gegen *E* hin verschoben erscheinen, der Stern würde um seinen wahren Ort einen kleinen Kreis beschreiben, dessen Durchmesser gleich wäre dem Winkel, den die von entgegengesetzten Punkten eines Durchmessers nach *S* gezogenen Linien mit einander bilden.

Befände sich der Stern *S* in irgend einem andern Punkte der mit *CS* um *C* beschriebenen Kugel, so würde seine scheinbare Bahn eine Ellipse sein, deren grosse Axe immer denselben Werth, den des Kreisdurchmessers, oder den der linearen Verschiebung *S'S''* hätte, deren kleine aber verschieden wäre, je nach der Erhebung des Sternes über der Ekliptik. Liege der Stern z. B. in dem durch *FS* senkrecht zu *ABEF* geführten Durchschnitte der Himmelskugel, so würde die zu *AB* parallele Axe denselben Werth haben wie die Verschiebung *S'S''* des in der

Ekliptik liegenden Sternes, da der Winkel BSA dann denselben Werth beibehielte; der Winkel ESF würde aber ein anderer sein und zwar würde er mit der Erhebung des Sternes über die Ekliptik stetig zunehmen von Null, wenn der Stern in der Ebene ASB läge bis zum Winkel ASB, wenn der Stern sich senkrecht über C befände.

Für alle übrigen Punkte gilt dasselbe, nur haben für diese die Axen der Ellipsen eine andere Lage.

Bradley beobachtete nun solche Ortsänderungen der Fixsterne in der That, indess zwei Umstände liessen erkennen, dass diese Verschiebung nicht einer Parallaxe derselben zuzuschreiben sei.

Denn erstens zeigte sich, dass für alle in der Ebene der Ekliptik liegenden Sterne die Verschiebung genau dieselbe Grösse von 40,5 Sekunden besitzt, und dass ebenso die grosse Axe der Ellipsen für alle ausserhalb der Ekliptik liegenden Fixsterne, welche der Ebene der Erdbahn parallel ist, genau denselben Werth von 40,5 Sekunden besitzt. Die zur grossen senkrechte kleine Axe der Ellipse hat für die verschiedenen Sterne einen verschiedenen Werth, der Werth derselben hängt aber nur von der Erhebung des Sternes über der Ekliptik ab, allen in gleicher Höhe über derselben befindlichen Sternen entspricht eine gleiche kleine Axe. Alle Fixsterne schliesslich, welche sich nahe dem Pole der Ekliptik befinden, beschreiben nahezu einen Kreis, dessen Durchmesser für alle derselbe und zwar gleich ist der Verschiebung $S'S''$ der in der Ekliptik liegenden Sterne.

Diese Gleichheit der Bahnen würde unter Annahme, dass die Verschiebung eine parallaktische wäre, fordern, dass sämmtliche Fixsterne in gleichem Abstande von C auf einer mit CS um C beschriebenen Kugelfläche lägen, denn nur für solche Sterne ist, wie wir sahen, die Parallaxe gleich; ist aber der Abstand CS verschieden, so muss auch die Parallaxe verschieden sein.

Aber selbst, wenn man diese durchaus unwahrscheinliche Hypothese, dass alle Fixsterne sich in gleichen Abständen von der Sonne befänden, zugeben wollte, so lässt doch eine genauere Betrachtung der scheinbaren Sternbewegung es nicht zu, als Ursache derselben eine Parallaxe anzusehen.

Denn in dem Falle muss nach dem vorigen der Stern S nach S'' verschoben erscheinen, wenn sich die Erde in A befindet, in seinem wahren Orte, wenn sie bei E oder F ist und schliesslich nach S' verschoben, wenn sich die Erde bei B befindet. Allgemein müsste der Stern in der Richtung eines Durchmessers verschoben erscheinen nach dem andern Ende desselben hin, wenn die Erde sich an dem einen Ende desselben befände.

Das ist jedoch nicht der Fall, sondern die Sterne erscheinen immer in einer zu dem Durchmesser, an dessen Ende die Erde sich gerade

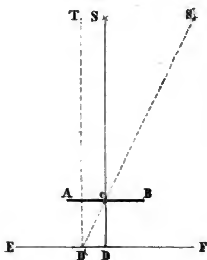
befindet, geneigten Richtung verschoben und zwar nach der Richtung hin, nach welcher sich die Erde gerade bewegt. Nehmen wir an, die Erde durchlaufe ihre Bahn in der Richtung *AEBF*, so erscheint der Stern in seinem wahren Orte in *S*, sowohl wenn sich die Erde gerade in *A* befindet, als auch wenn sie gerade das Ende *B* des Radius passirt, also sich nach *Bb* bewegt. Dagegen ist der Stern am meisten nach links nach *S''* hin verschoben, wenn die Erde sich gerade in *E* befindet und sich nach *Ee* hin bewegt. Der Stern ist dagegen nach entgegengesetzter Richtung nach *SS'* verschoben, wenn die Erde bei *F* in der Richtung *Ff* sich bewegt.

Die scheinbare Bewegung der Fixsterne findet also so statt, dass die Sterne immer nach der Richtung am meisten verschoben zu sein scheinen, nach der hin sich die Erde bewegt. Bewegt sich daher bei einem in der Ekliptik liegenden Sterne die Erde gegen den Stern hin oder von ihm fort, so findet eine Verschiebung des Sternes gar nicht statt. Die Verschiebung ist am grössten, wenn die Verbindungslinie des Sternes mit der Erde senkrecht ist zur augenblicklichen Bewegung der Erde und zwar nach der Seite hin, nach der die Erde sich bewegt.

Daraus erkannte Bradley sofort, dass diese Erscheinung nicht Folge einer Parallaxe der Fixsterne sei, und er schon leitete diese Erscheinung aus der vereinigten Wirkung der Fortpflanzung des Lichtes und der Bewegung der Erde ab. Weil das Licht sich nicht momentan fortpflanzt und weil zugleich die Erde sich bewegt, muss eine Verschiebung der Lichtquelle nach der Seite, nach welcher hin sich die Erde bewegt, stattfinden.

Um diese Erscheinung zu erklären, muss man sich erinnern, dass wir einen leuchtenden Punkt immer in der Richtung wahrnehmen, in der das Licht zuletzt in unser Auge zu kommen scheint. Ist nun *AB* eine Ebene, in der bei *c* eine kleine Oeffnung ist (Fig. 5), durch welche das von einem Sterne *S* herkommende Licht hindurchtritt, so wird, wenn die Ebenen *AB* und *EF* sich nicht bewegen, das bei *c* durchtretende Licht, das sich in der Richtung *Sc* fortpflanzt, den gerade unter *c* in der Richtung *Sc* liegenden Punkt *D* treffen. Ein Beobachter bei *D* wird also den Stern in der Richtung *DcS* oder gerade senkrecht über *D* sehen. Dasselbe wird auch dann der Fall sein, wenn sich die beiden Ebenen in der Richtung *Sc* dem Sterne nähern oder sich von ihm entfernen, ein Beobachter bei *D* wird den Stern immer in der Richtung *ScD* sehen.

Fig. 5.



Wenn sich nun aber gleichzeitig und mit gleicher Geschwindigkeit die Ebenen *AB* und

EF nach B respective F hin bewegen, so wird für einen auf EF befindlichen Beobachter diese Bewegung unmerklich sein, und er sich in Ruhe zu befinden glauben. Nehmen wir nun an, dass die beiden Ebenen AB und EF sich so rasch bewegen, dass in der Zeit, in welcher sich das Licht durch die Strecke cD fortpflanzt, der Punkt D' an die Stelle gerückt sei, in welcher vorher D war, so wird das in dem Augenblicke, als D sich in der Richtung Sc befand, durch c hindurchgegangene Licht nicht den Punkt D treffen, der dann nach der Rechten hin verschoben ist, sondern den Punkt D'. Dadurch also, dass die Combination $ABFE$ sich nach Rechts hin bewegte, das Licht aber an dieser Bewegung keinen Theil hatte, befand sich das Licht nach und nach auf der Linie cD', oder in Folge der beiden Bewegungen der Ebenen und des Lichtes ist die Bahn des letztern in Bezug auf die Ebenen AB und EF die Linie cD'. Der in D' befindliche Beobachter, für den die Bewegung der Ebene EF unmerklich ist, überträgt nun die eigene Bewegung auf das Licht, glaubt, dass der Punkt D' seinen Ort nicht geändert habe, und hält cD' für die Richtung, in der das Licht sich bewegt habe.

Es macht natürlich keinen Unterschied, ob ein solcher Schirm wie AB vorhanden ist oder nicht, wenn in der Zeit, in welcher das Licht die Strecke cD zurücklegt, der Punkt D' an die Stelle von D rückt, wird ein Beobachter bei D' immer die Richtung cD' als diejenige ansehen, in welcher das Licht zu ihm kommt, und demnach die Lichtquelle S in S' wahrnehmen, verschoben nach der Richtung, nach welcher er sich bewegt. Die Verschiebung oder der Winkel, den die wahre Richtung des Lichtes mit der scheinbaren Richtung desselben bildet, der Winkel $TD'S'$ hängt nur ab von dem Verhältniss der gleichzeitig von dem Punkte D' und von dem Lichte zurückgelegten Räume, also von dem Verhältniss der beiden Geschwindigkeiten.

Denn der Winkel $TD'S'$ ist gleich dem Winkel $D'cD$, und dieser Winkel ist bestimmt durch

$$\text{tang } D'cD = \frac{D'D}{cD},$$

oder da diese Längen die von dem Punkte D' und dem Lichte in der gleichen Zeit t zurückgelegten Strecken sind, und da, wenn wir die Geschwindigkeit des Punktes D' mit c' die des Lichtes mit c bezeichnen,

$$D'D = c't; \quad cD = ct$$

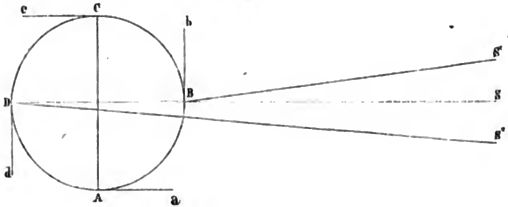
so ist

$$\text{tang } D'cD = \text{tang } TD'S = \frac{c'}{c}.$$

Die Anwendung dieser Entwicklung auf das Phänomen der Aberration und die Benutzung desselben zur Bestimmung der Geschwindigkeit des Lichtes ergibt sich von selbst. Befindet sich die Erde in A (Fig. 6), so bewegt sie sich gerade gegen S hin, also gerade dem ankommenden

Lichte entgegen, die scheinbare Bahn des Lichtes fällt daher mit der wirklichen zusammen, wir sehen den Stern in der Richtung *Aa* oder in seinem wahren Orte bei *S*. Bei *B* dagegen ist die Bewegung der Erde gerade senkrecht zu *SB* zur Bahn des Lichtes nach *Bb*, dort sehen wir

Fig. 6.



daher den Stern verschoben nach der Richtung *S'*, so zwar, dass der Winkel *S'BS* bestimmt wird, wenn wir ihn mit α bezeichnen durch

$$\operatorname{tang} \alpha = \frac{c'}{c},$$

worin dann c' die ganze Geschwindigkeit der Erde in ihrer Bahn bezeichnet.

Befindet sich die Erde in *C*, so erscheint der Stern wieder an seinem wahren Orte *S*, da die Erde sich in gerader Linie *Cc* von dem Sterne entfernt, und wenn die Erde in *D* ist und sich nach *Dd* hin bewegt, so erscheint der Stern nach *S''* eben so weit verschoben, wie zur Zeit, als die Erde in *B* war nach *S'*.

In den zwischen *A* und *B* und *B* und *C* liegenden Punkten erscheint der Stern ebenfalls nach *S'* hin verschoben, aber um so weniger, je weiter die Erde von *B* entfernt ist. Von der Bewegung der Erde ist dann nur eine Componente zur Fortpflanzungsrichtung des Lichtes senkrecht, die um so kleiner ist, je näher die Erde bei *A* oder *C* ist, und nur diese Componente bewirkt dann eine Verschiebung des Sternes.

Liegt der Stern ausserhalb der Ebene der Erdbahn, so erklären sich die an diesen beobachteten Erscheinungen ganz auf dieselbe Weise. Liegt der Stern im Pole der Ekliptik, so ist die Bahn der Erde in jedem Augenblicke senkrecht zur Richtung der Fortpflanzung des Lichtes, der Stern muss also stets von seinem wahren Orte nach der Richtung, nach welcher die Erde sich gerade bewegt, und um dieselbe Grösse verschoben erscheinen; er muss also um seinen wahren Ort einen kleinen Kreis beschreiben, dessen Durchmesser, wenn das Licht dieses Sternes sich mit derselben Geschwindigkeit fortpflanzt, als das Licht des Sternes *S* in der Ekliptik, die Grösse der Verschiebung *S'S''* besitzt.

Befindet sich der Stern an einem andern Orte des Himmelsgewölbes, so muss die Bahn des Sternes um seinen wahren Ort jährlich eine kleine Ellipse sein, deren grosse Axe senkrecht sein muss zu dem Durchmesser der Erdbahn, an dessen Enden die Bewegung der Erde senkrecht ist zur Verbindungslinie des Sternes mit der Erde. Ist die Geschwindigkeit des von diesem Sterne ausgestrahlten Lichtes dieselbe, so muss die grosse Axe denselben Werth haben, wie die Verschiebung $S'S''$. An den andern Stellen der Erdbahn ist die Bewegung der Erde nicht zur Richtung, in der das Licht zu ihr kommt, senkrecht, nur eine Componente derselben veranlasst daher eine Verschiebung des Sternes und zwar jene, welche in eine zur Richtung des ankommenden Lichtes senkrecht gelegte Ebene fällt. Man sieht, diese Componente ist am kleinsten für jene Stelle der Bahn, wo sie sich parallel zu dem Durchmesser bewegt, an dessen Enden der Stern die grösste Verschiebung erhielt. Dort ist also die Verschiebung am kleinsten, die kleinste Verschiebung ist also senkrecht zur grössten.

Die Thatsache der Aberration beweist also erstens, dass das von den Fixsternen ausgestrahlte Licht sich nicht momentan fortpflanzt, sondern dass es eine mit der Geschwindigkeit der Erde in ihrer Bahn vergleichbare Geschwindigkeit besitzt. Sie beweist ferner, da die grosse Axe der Ellipse der scheinbaren Bewegung des Sternes für alle Sterne den gleichen Werth von 40,5″ besitzt, dass die Geschwindigkeit des von allen Sternen ausgestrahlten Lichtes die gleiche ist, ein Satz, der für die Lehre vom Lichte von der höchsten Bedeutung ist.

Die Tangente des Winkels, um welchen die scheinbare Bahn des Lichtes gegen die wirkliche geneigt ist, oder des Abstandes des scheinbaren Ortes des Sternes von dem wahren Orte ist gleich dem Verhältniss der zur Richtung des Lichtstrahles senkrechten Bewegung der Erde zur Geschwindigkeit, mit welcher sich das Licht fortpflanzt. Da nun an der Stelle, wo sich die Erde senkrecht gegen den Lichtstrahl bewegt, die Abweichung des Sternes von seinem wahren Orte gleich ist der halben grossen Axe der Aberrationsellipse, so ist die Tangente dieser halben Axe gleich dem Quotienten aus der Geschwindigkeit der Erde in ihrer Bahn und der Geschwindigkeit des Lichtes.

Die Geschwindigkeit der Erde in ihrer Bahn ist nun im Mittel 4,15 Meilen in der Sekunde, wir erhalten daher zur Bestimmung von c, der Geschwindigkeit des Lichtes die Gleichung

$$\tang 20'',25 = \frac{4,15}{c}$$

oder

$$c = \frac{4,15}{\tang 20'',25} = \frac{4.15}{0,0001} = 41500,$$

oder das Licht legt in einer Sekunde den Weg von 41500 Meilen zurück.

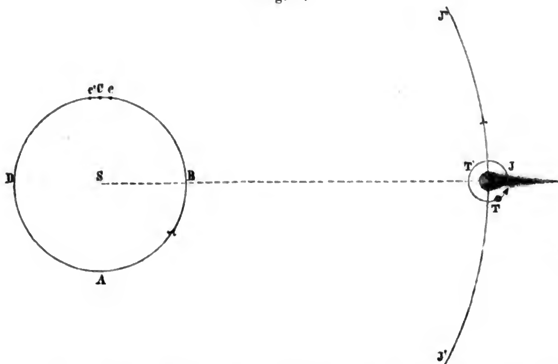
3 **Geschwindigkeit des Planeten-Lichtes.** Noch eine andere astronomische Beobachtung hat die Mittel zur Bestimmung der Geschwindigkeit des Lichtes geliefert, die um so interessanter ist, da sie den Beweis liefert, dass das von dunkeln Körpern in Folge des erhaltenen ausgestrahlte Licht sich mit eben derselben Geschwindigkeit fortpflanzt, als das von den selbstleuchtenden Fixsternen ausgehende Licht.

Es sind die Beobachtungen, welche Olaf Römer in den Jahren 1670 bis 1676, also 50 Jahre vor Entdeckung der Aberration auf der Sternwarte zu Paris über die Verfinsterung der Jupiters-Monde anstellte.[1])

Der Jupiter ist von 4 Monden umgeben, welche in ähnlicher Weise um denselben kreisen, wie der Mond um die Erde; die Bahn derselben fällt nahezu mit der Aequatorebene des Jupiter zusammen, und bei jedem Umlaufe werden sie einmal verfinstert, da sie, ausser dem am weitesten vom Jupiter entfernten Trabanten, jedesmal durch den Kernschatten des Jupiter hindurchgehen.

Man kann nun von der Erde aus entweder den Eintritt der Trabanten in den Schatten oder deren Austritt aus demselben beobachten. Stellt *ABCD* die Bahn der Erde, *S* die Sonne im Mittelpunkte derselben

Fig. 7.



dar und ist *J'J''* ein Stück der Jupitersbahn, auf der bei *J* der Planet sich befindet, so kann man auf der Seite *DAB* der Erdbahn die aufeinander folgenden Eintritte, auf der Strecke *BCD* die auf einander folgenden Austritte der Trabanten aus dem Schatten des Jupiter beobachten. Aus der Zeit, welche zwischen zwei Eintritten oder zwei Austritten verfliesst, kann man dann die Umlaufszeit der Trabanten bestimmen.

---

[1]) Fischer. Geschichte der Physik. Bd. II, p. 155.

Diese Umlaufszeit z. B. des ersten Trabanten muss nun immer dieselbe sein und nehmen wir an, der Jupiter stehe still, so muss die Umlaufszeit einfach gleich sein der Zeit, welche zwischen zwei aufeinander folgenden Eintritten oder Austritten des Trabanten in oder aus dem Schatten verfliesst. Die Bewegung des Jupiter in seiner Bahn bewirkt, dass wir an dieser Zeit eine kleine leicht zu berechnende Correctur anbringen müssen, da durch die Bewegung des Jupiter seine Stellung gegen die Sonne und somit die Lage des Schattens etwas geändert wird.

Wenn wir nun aber auch mit Beachtung dieser Correctur aus zwei aufeinander folgenden Eintritten oder Austritten des Trabanten aus dem Schatten die Umlaufszeit eines der Trabanten bestimmen, so finden wir dieselbe keineswegs immer gleich, sondern, je nach der Stellung der Erde in ihrer Bahn, als eine andere. Bestimmt man die Umlaufszeit zur Zeit, wo sich die Erde in *B* befindet, also Sonne und Jupiter in Opposition stehen, oder wenn die Erde in *D* steht, Sonne und Jupiter in Conjunction sind, so ist die Umlaufszeit merklich dieselbe, wenn aber die Erde in *A* sich befindet, so findet man aus der Beobachtung zwei aufeinander folgender Eintritte des Trabanten in den Schatten die Umlaufszeit kürzer, wenn die Erde aber in *C* sich befindet, aus zwei Austritten um eben so viel länger als zur Zeit der Opposition oder Conjunction.

Nach den ersten Beobachtungen glaubte Cassini den Unterschied in den beobachteten Umlaufszeiten einer Unregelmässigkeit in der Bewegung des Trabanten zuschreiben zu müssen, Römer jedoch machte darauf aufmerksam, dass diese Verschiedenheit im innigsten Zusammenhange mit der Bewegung der Erde gegen den Jupiter stehe. Zur Zeit der Opposition und zur Zeit der Conjunction ist die Bahn der Erde nahezu senkrecht zur Verbindungslinie des Jupiter mit der Erde. Der Abstand beider ändert sich nur unbedeutend. Wenn aber die Erde sich in *A* befindet, ist ihre Bewegung gerade gegen den Jupiter gerichtet und die Erde ist zur Zeit des ersten Eintrittes des Trabanten in den Schatten viel weiter vom Jupiter entfernt, als zur Zeit des folgenden Eintrittes, aus deren Zwischenzeit man die Umlaufszeit berechnet. Wenn aber die Erde sich an der entgegengesetzten Seite ihrer Bahn bei *C* befindet, so bewegt sie sich fast in gerader Richtung vom Jupiter fort, sie ist beim zweiten Austritte fast um die ganze von ihr durchlaufene Strecke weiter vom Jupiter entfernt, als zur Zeit des ersten Austrittes des Trabanten aus dem Schatten. Römer schloss daraus, dass der Grund der Verschiedenheit in den Umlaufszeiten daher rühre, dass das Licht der Trabanten Zeit brauche, um den Abstand des Jupiter von der Erde zu durchlaufen; und dass die, zur Zeit wo sich die Erde von *A* aus gegen den Jupiter hinbewegt, aus der Zwischenzeit zwischen zwei Eintritten des Trabanten geschlossene Umlaufszeit gleich der Differenz sei zwischen der wahren Umlaufszeit und der Zeit, welche das Licht gebraucht haben

würde, um die Strecke zu durchlaufen, um welche die Erde in der Zwischenzeit sich dem Jupiter genähert hat. Wenn die Erde in C sich vom Jupiter entfernt, so ist die aus den Beobachtungen zweier Austritte gefolgerte Umlaufszeit die Summe der wahren Umlaufszeit und der Zeit, welche das Licht zum Durchlaufen der Strecke gebrauchte, um welche die Erde sich von dem Jupiter entfernt hat.

Denn befindet sich die Erde zur Zeit des ersten Austrittes des Trabanten in c (Fig. 7), so wird, wenn das Licht zur Fortpflanzung Zeit braucht, der Trabant um die Zeit t nach dem Momente, in welchem er wieder zu leuchten begonnen hat, in c wahrgenommen werden, wo dann t die Zeit bedeutet, welche das Licht braucht, um die Strecke Jc zurückzulegen. Ist nun T die wahre Umlaufszeit des Trabanten, so wird er nach dieser Zeit zum zweitenmale den Schatten verlassen, das von ihm in dem Augenblicke ausgehende Licht wird dann zur Zeit $T + t$ von dem Moment des ersten Austrittes an gerechnet in c ankommen. In c' aber, wo die Erde sich dann befindet, wird es erst zur Zeit $T + t + t'$, wahrgenommen werden, da es die Zeit t' braucht, um die Strecke cc' zu durchlaufen. Da nun das Licht um die Zeit t nach dem ersten Austritte des Trabanten von der Erde in c wahrgenommen wurde, so ist die Zwischenzeit zwischen beiden Wahrnehmungen

$$T + t + t' - t = T + t'$$

gleich der wahren Umlaufszeit T plus der Zeit, die das Licht brauchte, um die Strecke cc' zu durchlaufen.

Kennt man daher die wahre Umlaufszeit T und die Geschwindigkeit der Erde in ihrer Bahn, so kann man daraus t', und durch Division von cc' mit t' die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes berechnen.

Eine solche einzelne Beobachtung hat man jedoch dazu nicht angewandt, sondern hat die Verzögerung beobachtet, welche nach einer ganzen Reihe von Verfinsterungen bei dem letzten Austritte des Trabanten aus dem Schatten eintritt. Ist so der Austritt des Trabanten aus dem Schatten beobachtet, wenn sich die Erde gerade in B befindet, und berechnet man dann mit den wahren Umlaufszeiten die Zeit des Austrittes der ungefähr $^1/_2$ Jahr später eintritt, wenn die Erde sich in D befindet, so beobachtet man den Austritt um so viel später als das Licht braucht, um den Durchmesser der Erdbahn zu durchlaufen, da die Erde dann gerade um den Durchmesser der Erdbahn weiter vom Jupiter entfernt ist, als zur Zeit der Opposition von Sonne und Jupiter.

Die Beobachtung ergibt dann, dass der Austritt des Trabanten aus dem Schatten nahezu 16 Minuten später stattfindet, oder dass das Licht um den Durchmesser der Erdbahn zu durchlaufen, die Zeit von 986,38 Sekunden braucht. Der Durchmesser der Erdbahn ist

$$D = 41364658 \text{ Meilen,}$$

die Geschwindigkeit des Lichtes daher oder die Strecke, welche es in einer Sekunde zurücklegt

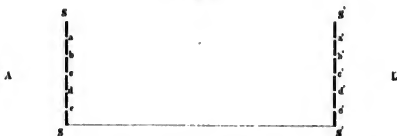
$$c = \frac{D}{t} = 41935 \text{ Meilen.}$$

Man sieht, wie diese Zahl fast genau mit der aus der Aberration des Lichtes bestimmten übereinstimmt, der Unterschied beträgt kaum 1 Hundertstel des Werthes, so dass also durch die Wahrnehmung von Römer der Beweis geliefert ist, dass das Licht, welches die beleuchteten Körper zurückwerfen, mit eben derselben Geschwindigkeit sich fortpflanzt, als das direct von den selbstleuchtenden Körpern ausgestrahlte.

Geschwindigkeit des Lichtes irdischer Lichtquellen. Dass auch 4
das Licht irdischer Lichtquellen sich mit eben derselben Geschwindigkeit fortpflanzt, als das der Fixsterne und Planeten hat in neuerer Zeit der französische Physiker Fizeau durch einen sehr sinnreichen Versuch nachgewiesen [1]), dessen Princip folgendes ist.

Seien *S* und *S'* zwei parallele Schirme, in denen sich eine Anzahl Oeffnungen *a*, *b*, *c* . . . . so angebracht befinden, dass ein bei *A* befind-

Fig. 8.



liches Auge ein hinter dem zweiten Schirme befindliches Licht *L* bei passender Stellung der beiden Schirme durch die correspondirenden Oeffnungen *a*, *a'*; *b*, *b'*; . . . sehen kann. Werden dann die beiden als fest verbunden gedachten Schirme bei fester Stellung des Auges *A* und des Lichtes *L* auf- und abbewegt, so wird bei mässiger Geschwindigkeit der Bewegung ein Beobachter bei *A* das Licht bei *L* abwechselnd sehen, abwechselnd nicht. Wird der Schirm rascher bewegt, so wird das Licht immerfort wahrgenommen, da ebenso wie der Eindruck des Schalles im Ohr der des Lichtes im Auge eine Zeitlang dauert und demnach das Auge bei *A* noch den Eindruck des Lichtes bewahrt, wenn auch ein Zwischenraum zwischen zwei Oeffnungen vor dem Auge steht.

Die Sichtbarkeit des Lichtes *L* durch die beiden bewegten Schirme hindurch rührt in diesem Falle von der grossen Geschwindigkeit, mit der sich das Licht fortpflanzt. Das Licht passirt die Oeffnung *c'* in dem Augen-

[1]) Fizeau. Comptes Rendus de l'Académie des sciences 1849. Poggend. Ann. Bd. LXXIX.

blicke, in dem c vor dem Auge ist, und legt den Raum $c'c$ so rasch zurück, dass c noch nicht vor dem Auge vorüber ist, wenn das Licht bei der Oeffnung c ankommt.

Wenn aber nun die beiden Schirme so rasch bewegt werden, dass während der Zeit, in der das Licht von c' nach c sich fortpflanzt, an die Stelle der Oeffnung c der Zwischenraum cd getreten ist, so wird das Licht durch den zweiten Schirm nicht mehr durchdringen und der Beobachter in A wird bei dieser Geschwindigkeit der Schirme das Licht L gar nicht wahrnehmen, da immer das durch eine der Oeffnungen rechts hindurchtretende Licht auf dem Schirme links statt einer Lücke den folgenden undurchsichtigen Zwischenraum findet.

Werden die Schirme noch rascher bewegt, so dass in der Zeit, in welcher das Licht, das durch eine Oeffnung rechts hindurch gegangen ist, sich zum zweiten Schirme fortpflanzt, an die Stelle der Oeffnung c die Oeffnung d getreten ist, so kann das Licht durch diese Oeffnung hindurchtreten, und das Auge in A wird dasselbe wiederum wahrnehmen.

Je nach der Geschwindigkeit, mit welcher der Schirm bewegt wird, nimmt also ein Beobachter in A das Licht entweder abwechselnd wahr oder bei rascherer Bewegung immerfort, oder bei noch rascherer Bewegung wird das Licht L gar nicht mehr wahrgenommen. Wird die Bewegung noch mehr beschleunigt, so wird das Licht wieder gesehen.

Aus der ersten Verdunklung oder dem folgenden wieder Sichtbarwerden des Lichtes kann man, wenn man den Abstand der Schirme und den der Oeffnungen in ihnen, sowie die Geschwindigkeit, mit der die Schirme bewegt werden, kennt, die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes berechnen. Denn man kann daraus die Zeit berechnen, in welcher an die Stelle der Oeffnung c der Zwischenraum cd tritt, und weiss, dass in dieser Zeit das Licht die Strecke cc' durchlaufen hat.

Der Quotient aus dem durchlaufenen Raume und der Zeit, in welcher der Raum durchlaufen ist, gibt uns die gesuchte Geschwindigkeit.

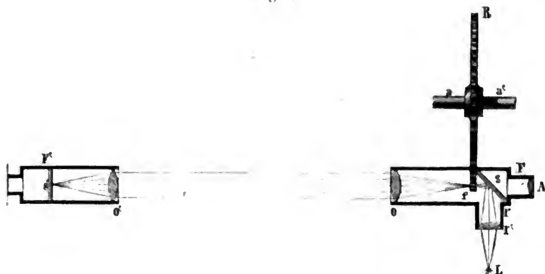
Um dieses Princip zur Anwendung zu bringen, wandte Fizeau folgendes Verfahren an:

In einer Entfernung von 8633 Meter wurden zwei Fernrohre so aufgestellt, dass ihre optischen Axen eine gerade Linie bildeten, so dass man also durch F (Fig. 8) das Objectiv o' des andern Fernrohrs F' sehen konnte. Ein in dem Brennpunkte f des Fernrohrobjectivs angebrachter leuchtender Punkt sendet dann durch das Objectiv o ein Bündel einander paralleler Strahlen auf das Objectiv o'. In diesem werden dann die ankommenden Strahlen so gebrochen, dass sie alle in einem Punkte hinter dem Objective im Brennpunkte desselben vereinigt werden.

Fizeau brachte nun an dem Fernrohre F eine seitliche Röhre rr' an, in deren Innerem sich eine Glaslinse befand; vor die Linse bei L wurde eine sehr helle Lampenflamme gestellt. Im Innern des Fernrohres

bei *s* befand sich ein kleiner, zur Hälfte belegter, zur Hälfte durchsichtiger Glasspiegel, welcher unter einem Winkel von 45° gegen die Fernrohraxe geneigt war. Durch die Linse und den kleinen Spiegel *s* wurde, wie die demnächst zu betrachtenden Reflexions- und Brechungsgesetze

Fig. 9.



näher nachweisen werden, in dem Brennpunkte *f* des Objectivglases *o* ein kleines Bildchen der Flamme erzeugt, indem alle von *L* auf die Linse fallenden Strahlen in *f* vereinigt werden.

Die von *f* aus zum Objectiv *o* sich fortpflanzenden Strahlen werden dann in dem Objective so gebrochen, dass sie als ein mit der Fernrohraxe paralleles Strahlenbündel sich zum Objective *o'* des zweiten Fernrohres fortpflanzen, dort gebrochen und in dem Brennpunkte desselben ebenfalls zu einem kleinen Bildchen des Lichtes *L* vereinigt werden. In diesem Brennpunkte befand sich senkrecht zur Fernrohraxe ein kleiner Metallspiegel *s'*, von welchem die dort ankommenden Strahlen zurückgeworfen werden. Das zurückgeworfene Strahlenbündel wird dann von dem Objective *o'* ebenfalls parallel gemacht, kehrt zum Objective *o* zurück, wird dort gebrochen und in dem Brennpunkte *f* zu einem neuen Bilde von *L* vereinigt.

Durch die obere Fernrohrwand ragte nun in das Innere des Fernrohrs ein gezahntes Rad *R*, dessen Umdrehungsaxe *aa'* mit der Axe des Fernrohrs parallel war, und durch dessen Umfang die Fernrohraxe so hindurchging, dass sie je nach der Stellung des Rades gerade einen Zahn des Rades oder eine zwischen den Zähnen befindliche Lücke traf. Die Zähne des Rades und die Lücken hatten genau die gleiche Breite und das Rad war so gestellt, dass der Brennpunkt des Objectives gerade in der vordern dem Objective zugewandten Fläche des Rades lag.

Steht nun das Rad so, dass eine Zahnlücke unten ist, dass also die Axe des Fernrohres durch eine Zahnlücke hindurchgeht, so kann das von *L* ausgehende durch *o* und *o'* nach *s'* gelangende, von dort reflectirte

und in *f* vereinigte Licht sich von *f* aus gegen *A* hin weiter fortpflanzen, und von *A* aus, durch den unbelegten Theil des Spiegels *s* hindurch gesehen werden. Das Bild von *L* erscheint dann als ein kleiner ferner Stern.

Man sieht, das von *L* ausgehende Licht muss, um in *A* wahrgenommen zu werden, zweimal die Zahnlücke des Rades *R* passiren, einmal um von *L* aus durch *f*, *o*, *o'* nach *s'* zu gelangen, dann um von *s'* durch *o'*, *o*, *f* rückwärts nach *A* zu kommen. Das eine Rad *R* kann also die Stelle der beiden Schirme vertreten, da, wenn statt der Zahnlücke ein Zahn sich an der Stelle *f* befindet, weder Licht von *L* nach *s'*, noch von *s'* nach *A* sich fortpflanzen kann.

Wird nun das Rad *R* gedreht, so dass abwechselnd in *f* sich ein Zahn abwechselnd eine Zahnlücke befindet, so sieht man von *A* aus abwechselnd den fernen Stern. Wird die Drehung rascher, so dass ungefähr 10 Zahnlücken die Stelle *f* in der Sekunde passiren, so sieht man von *A* aus wegen der Dauer des Lichteindruckes im Auge den fernen Stern immerwährend. Bei sich immer vergrössernder Geschwindigkeit des Rades wird der Lichtpunkt allmählich dunkler und bei einer bestimmten sehr grossen Geschwindigkeit verschwindet er vollständig. Es tritt dann der vorhin betrachtete Fall ein; das Licht, welches durch eine Zahnlücke gegen *s'* hin sich fortpflanzte, findet bei seiner Rückkehr nach *f* dort einen Zahn, es kann daher das ankommende Licht nach *A* sich nicht fortpflanzen. Passirt dann die folgende Zahnlücke die Axe des Fernrohrs, so tritt neuerdings nach *s'* hin Licht aus *F* aus, da aber unmittelbar vorher ein Zahn in *f* war, also kein Licht nach *s'* sich fortpflanzte, kann auch jetzt kein Licht nach *A* sich bewegen.

Bei noch vergrösserter Rotationsgeschwindigkeit des Rades wird der Lichtpunkt wieder sichtbar, er wird immer heller, und wenn die Rotationsgeschwindigkeit gerade die doppelte der vorigen ist, so ist der Lichtpunkt wieder ebenso hell wie bei der langsamern Rotation, wo circa 10 Zahnlücken in der Sekunde die Fernrohraxe passirten.

Bei weiter vergrösserter Rotationsgeschwindigkeit tritt nun ein abwechselndes Dunklerwerden und Verschwinden, und wieder Sichtbar- und Hellerwerden des Lichtes ein. Jedesmal, wenn von dem ersten Verschwinden an die Rotationsgeschwindigkeit des Rades, die $2n + 1$ fache wird, ist das Gesichtsfeld dunkel, jedesmal, wenn sie die $2n$ fache ist, hell. Im ersten Falle ist an die Stelle der Lücke, wenn das Licht durchtrat, der folgende zweite, dritte . . . Zahn, im zweiten an Stelle der das Licht zuerst durchlassenden Lücke, die nächstfolgende oder die zweite etc. Lücke getreten.

Das Rad, welches Fizeau zu seinen Versuchen benutzte, hatte 720 Zähne, so dass also jeder Zahn oder jede Lücke $^1/_{1440}$ des Umkreises des Rades betrug. Die Umdrehungsgeschwindigkeit bestimmte er durch

die nach Savarts Methode (§. 147. I.) hervorgebrachten Töne, indem er die Zähne des Rades gegen den Rand einer genäherten Karte schlagen liess.

Fizeau fand nun, dass das Licht zum erstenmale vollständig verschwand, wenn die Rotationsgeschwindigkeit des Rades 12,6 Umdrehungen in der Sekunde betrug. Bei dieser Geschwindigkeit war also, während das Licht von f nach s' und zurück nach f sich bewegte, also einen Raum von 2 . 8633 = 17266 Metern zurücklegte, an Stelle der ersten Zahnlücke ein Zahn getreten, welcher dem Lichte den Durchtritt versperrte.

Die Zeit t, welche bei dieser Geschwindigkeit der Zahn brauchte, um an die Stelle der Lücke zu treten, war

$$t = \frac{1}{12{,}6 \, . \, 1440} \text{ Sekunde,}$$

da die Lücke $^1/_{1440}$ des Radumfanges ausmacht. In dieser Zeit legte das Licht den Raum von 17266 Meter zurück, die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes ist somit

$$c = 17266 \, . \, 12{,}6 \, . \, 1440 = 313274304 \text{ Meter,}$$

oder da die geographische Meile (15 auf einen Grad) gleich 7420,15 Meter ist

$$c = 42219 \text{ Meilen.}$$

Diese von Fizeau aus 28 Versuchen erhaltene Zahl weicht von der aus der Verfinsterung der Jupiterstrabanten berechneten, nur um ungefähr $^1/_{11}$ ab. Beachtet man nun die Schwierigkeit dieser Messungen und zugleich, dass ein sehr kleiner in der Bestimmung der Rotationsgeschwindigkeit begangener Fehler auf das schliessliche Resultat von grösstem Einflusse ist, da er mit 17266 . 1440 multiplicirt wird, so wird diese Abweichung nicht auffallen, selbst wenn wir später sehen werden, dass das Licht in der atmosphärischen Luft sich etwas langsamer fortpflanzen muss, als im Weltenraume. Wir sind daher berechtigt, aus diesen Versuchen den Schluss zu ziehen, dass auch das von irdischen Lichtquellen ausgesandte Licht sich mit constanter und derselben Geschwindigkeit fortpflanzt, als das directe oder reflectirte Licht der Sterne.

Messung der Lichtstärke. Wenn das Licht von einer Lichtquelle 5
aus nach allen Richtungen sich fortpflanzt, so tritt eine Schwächung seiner Stärke ein, das heisst die von der Lichtquelle entfernteren Punkte werden weniger stark beleuchtet. Das ist eine durch so viele bekannte Thatsachen erwiesene Erfahrung, dass es zu deren Nachweis keines besondern Versuches bedarf.

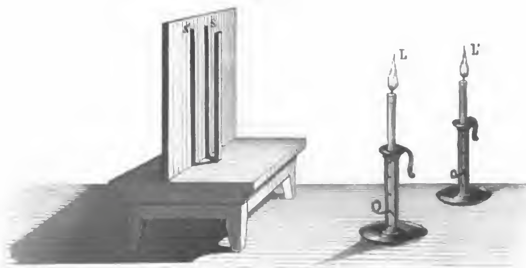
Je weiter wir uns von einer Lichtquelle entfernen, um so schwächer wird das Licht, und es fragt sich nun, nach welchem Gesetze mit der Entfernung das Licht abnimmt.

Man kann Lichtstärken nur messen, indem man die Beleuchtung einer Fläche durch zwei verschiedene Lichter vergleicht, da das Licht,

gerade so wie der Schall nur durch die Wahrnehmung mittels des Ohres zum Schall wird, nur durch die Wahrnehmung des Auges gewissermassen zum Licht wird. Besteht auch die Ursache der Beleuchtung fort, so existirt das Licht für uns nicht, wenn wir das zur Wahrnehmung des Lichtes allein fähige Organ, das Auge schliessen. Deshalb gibt es für das Licht nicht so absolute Maasse als für Längen, oder Gewichte; alle Apparate zur Messung der Lichtstärke, die sogenannten Photometer beruhen mehr oder weniger auf subjectiver Schätzung. Das Princip der Photometer ist allgemein folgendes. Zwei an einander grenzende Stücke einer Fläche werden von verschiedenen Lichtquellen beleuchtet, die hellere Lichtquelle wird dann durch Entfernung der Lichtquelle von der Fläche geschwächt, so lange, bis beide Stücke auf das Auge den gleichen Lichteindruck machen. Kennt man dann die Stärken der beiden Lichtquellen aus andern Erfahrungen, so kann man daraus das Gesetz ableiten, nach welchem die Lichtstärken mit der Entfernung abnehmen, und kennt man dieses Gesetz, so kann man rückwärts mit Hülfe desselben die Stärken der Lichtquellen erhalten.

Das Photometer von Rumford[1]) besteht aus einem verticalen weissen Schirme, vor welchem in geringer Entfernung ein verticaler Stab von Holz oder nicht glänzendem Metall aufgestellt ist (Fig. 10). Bringt man nun in einiger Entfernung von dem Photometer zwei Lichtquellen L und L' an, so entstehen auf dem Schirme nahe bei einander zwei Schatten,

Fig. 10.



S von L und S' von L', an den Stellen, denen die Säule die Lichter verdeckt. Jeder dieser Schatten ist aber von der ihn nicht veranlassenden Lichtquelle, also S' von L und S von L' beleuchtet.

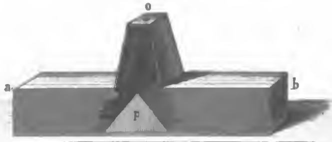
Wenn nun beide Schatten dem Auge gleich hell erscheinen, so schliesst man daraus, dass die Stärke des sie beleuchtenden Lichtes die-

[1]) Rumford. Gilberts Annalen XLV und XLVI.

selbe ist. Denn welches auch sonst die Beleuchtung des Schirmes ist, ob er ausser dem der Lichter noch anderes Licht erhält oder nicht, die beiden Schatten unterscheiden sich nur dadurch, dass der eine von der einen, der andere von der andern Lichtquelle Licht erhält. Ein Unterschied ihrer Helligkeit kann deshalb nur daher rühren, dass das eine Licht heller ist als das andere. Ist dann der Abstand $S'L = SL'$, so folgt daraus, da die beiden Lichter in gleichen Abständen vom Schirme dieselbe Helligkeit hervorbringen, dass die Lichter von gleicher Intensität sind. Ist der Abstand der beiden Lichter dann verschieden, so schliessen wir daraus auf eine verschiedene Helligkeit der beiden Lichter.

Das Photometer von Ritchie[1]) beruht auf einem ganz ähnlichen Princip. In der Mitte eines parallelopipedischen Kastens *ab* (Fig. 11) ist ein rechtwinkliges hölzernes Prisma so aufgestellt, dass die Kante, in der sich die Seiten unter einem rechten Winkel schneiden, horizontal und zur Längsrichtung des Kastens senkrecht liegt.

Fig. 11.



Die beiden, gegen die horizontale Richtung um 45° geneigten Flächen sind mit reinem weissen Papier überzogen. Gerade über der Prismenkante ist in der obern Wand des Kastens ein Loch angebracht, auf welchem ein kurzes Rohr steht, dessen Endfläche bis auf ein kleines, der Grösse des Auges entsprechendes rundes Loch verschlossen ist. Sieht man durch dieses auf das Prisma *p* herab, so wird das Gesichtsfeld gerade durch die Prismenkante geschnitten und man sieht zugleich beide Seitenflächen des Prismas.

In den innen geschwärzten Kasten kann nur von den offenen Endflächen her Licht einfallen, welches daher die beiden gegen die Axe des Kastens gleich geneigten Seiten gleichmässig beleuchtet. Wird nun in einem dunkeln Zimmer jeder der offenen Endflächen des Kastens ein Licht gegenüber gestellt, so beleuchtet jedes der Lichter nur eine der Prismenseiten und das bei *O* auf das Prisma herabschauende Auge übersieht die beiden aneinander grenzenden von den verschiedenen Lichtern beleuchteten Flächenstücke. Die Lichter werden nun so lange verschoben, bis die Beleuchtung der beiden Flächen dem Auge ganz gleich erscheint.

Diese beiden Photometer beruhen also lediglich auf der Schätzung des Beobachters, ob zwei Flächen den gleichen Grad der Beleuchtung

[1]) Ritchie in Schweiggers Jahrbuch etc. XLVI.

geben; die mittels derselben erhaltenen Resultate können daher auf grosse Genauigkeit keinen Anspruch machen. Bessere Resultate gibt unzweifelhaft das Photometer von Bunsen.

Weisses Papier ist nicht durchsichtig, aber durchscheinend, das heisst wenn man einen ausgebreiteten Bogen von hinten beleuchtet, so nimmt man durch das Papier hindurch einiges Licht wahr. Tränkt man das Papier mit Fett, mit Oel oder Stearin, so wird es mehr durchscheinend; ein Stearinfleck in einem sonst nicht befetteten Bogen weissen Papieres sieht, wenn das Papier von hinten heller beleuchtet ist als von vorn, heller aus als die nicht befettete Umgebung, er erscheint hell auf dunkelm Grunde.

Beleuchtet man aber ein mit Stearin getränktes Papier von vorn, so erscheint es, mit nicht getränktem Papier verglichen, dunkler; ein Stearinfleck in einem Bogen weissen Papieres erscheint daher, von vorn stärker beleuchtet als von hinten, dunkel auf hellem Grunde.

Der Grund dieser Erscheinung ist der, dass befettetes Papier mehr Licht durchlässt, dafür aber in demselben Verhältnisse weniger Licht zurückwirft als das nicht befettete Papier, die Summe des zurückgeworfenen und durchgelassenen Lichtes ist für beide Papiere gleich, und zwar, bis auf einen kleinen hier nicht zu beachtenden Bruchtheil, welcher absorbirt wird, gleich dem das Papier beleuchtenden Lichte.

Nennen wir daher die Menge des von einer Seite auf das ausgebreitete Papierblatt fallenden Lichtes M, so zerlegt sich diese Menge in zwei Theile, deren einer durchgelassen, deren anderer zurückgeworfen wird, sei ersterer gleich D, letzterer gleich Z, so ist

$$M = D + Z$$

für den nicht befetteten Theil des Papieres. Für den befetteten Theil hat D und Z einen andern Werth D' und Z', aber wiederum ist

$$M = D' + Z'.$$

Lassen wir jetzt auch von der andern Seite her die Lichtmenge M auf das Papier fallen, so zerlegt sich diese gerade so an dem befetteten sowohl als an dem nicht befetteten Papiere.

Sehen wir nun das Papier von einer Seite an, so gelangt von dem nicht befetteten Papier in unser Auge das von der andern Seite durchgelassene Licht D und das zurückgeworfene Licht Z, von dem befetteten Papier ebenso das durchgelassene D' und das zurückgeworfene Z'. Da nun aber

$$D + Z = D' + Z',$$

so gelangt von dem befetteten Papier dieselbe Lichtmenge in unser Auge als von dem nicht befetteten, der Stearinfleck erscheint daher genau so hell als das umgebende Papier.

Diese Erscheinung benutzt Bunsen in seinem Photometer. Auf einem vertical stehenden Rahmen wird ein Blatt Papier ausgespannt, in

seiner Mitte ein kleiner Stearinfleck gemacht, und hinter denselben ein Licht von constanter Helligkeit in einer bestimmten Entfernung aufgestellt. Um nun die geringe Menge des absorbirten Lichtes ganz unschädlich zu machen, wodurch obige Rechnung etwas geändert würde, vergleicht man nicht mit diesem hinter dem Schirme aufgestellten Lichte die Stärke des Lichtes, dessen Intensität man bestimmen will, sondern verfährt folgendermassen. Man bringt zunächst vor den Schirm das Licht, mit welchem man andere vergleichen will, und stellt es so, dass der Stearinfleck in der Mitte des Schirmes verschwindet, und ersetzt dann dieses Licht durch das zu bestimmende und bestimmt den Abstand, in welchem man dasselbe von dem Schirme aufstellen muss, damit wieder der Stearinfleck verschwindet. Dann ist die Beleuchtung des Schirmes von beiden Lichtern genau dieselbe.

Denn nennen wir die Lichtmenge, welche der befettete Fleck von dem Lichte durchlässt, welches von dem hinter dem Schirme aufgestellten Lichte auf den Schirm auffällt, a, und diejenige, welche das nicht befettete durchlässt, b, nennen wir ferner die von dem ersten Lichte auf den Schirm fallende Lichtmenge M, und bezeichnen dann die Lichtmenge, welche der befettete Fleck von diesem zurückwirft, mit zM, diejenige, welche das nicht befettete Papier zurückwirft, mit $z'M$, so haben wir, wenn der Fleck nicht sichtbar ist,

$$a + zM = b + z'M.$$

Denn das Verschwinden des Fleckes beweist uns, dass von dem befetteten Theile des Schirmes gerade so viel Licht in unser Auge kommt als von dem nicht befetteten Flecke. Aus obiger Gleichung folgt

$$M = \frac{a-b}{z'-z}.$$

Ist nun die Lichtmenge, welche von dem zweiten mit dem ersten zu vergleichenden Lichte auf den Schirm fällt, gleich M', wenn der Fleck wiederum verschwunden ist, so ist wieder die von dem befetteten Papier zurückgeworfene Lichtmenge zM' und die vom umgebenden Papier $z'M'$. Da nun der Fleck verschwindet, so ist wie vorhin

$$a + zM' = b + z'M',$$

$$M' = \frac{a-b}{z'-z}.$$

Da nun a und b sowie z' und z in diesem Falle denselben Werth haben wie vorhin, so folgt

$$M = M',$$

oder die von beiden Lichtern auf den Schirm fallende Lichtmenge ist in beiden Fällen dieselbe. Kennt man nun die in beiden Fällen von den Lichtern ausgesandte Lichtmenge, so kann man aus den Abständen, in welchen die Lichter den Schirm gleich stark beleuchten, das Gesetz

bestimmen, nach welchem die Lichtwirkung mit der Entfernung von der Lichtquelle abnimmt. Kennt man aber das Gesetz, so kann man daraus das Verhältniss des von beiden Lichtquellen ausgesandten Lichtes bestimmen.

Wenden wir nun eines dieser Photometer an, um die Lichtwirkungen einer Lichtquelle in den Abständen 1, 2, 3 . . . zu vergleichen, so sieht man deutlich, dass das Licht mit der Entfernung geschwächt wird; denn wenn z. B. beim Bunsenschen Photometer der Fleck verschwindet, wenn das Licht in der Entfernung von 1 Meter vom Schirme angebracht ist, so wird der Fleck dunkel, wenn wir das Licht dem Schirme nähern, ein Beweis, dass er von vorn mehr beleuchtet wird als von hinten, entfernen wir das Licht, so wird der Fleck heller, ein Beweis, dass er jetzt von hinten stärker beleuchtet wird als von vorn.

Hierbei zeigt sich aber, dass der Unterschied in der Beleuchtung um so vernehmlicher ist, je grösser die Differenz der Abstände des Lichtes im Vergleiche zur Entfernung des Lichtes ist, bei welcher der Fleck verschwand. Das heisst, verschwand der Fleck in einem Falle, wenn die Entfernung des Lichtes vom Schirme 1 Meter war, so erscheint derselbe sehr hell auf dunkelm Grunde, wenn wir das Licht in die Entfernung zweier Meter bringen; verschwand der Fleck aber in einem andern Falle, wenn das Licht in der Entfernung von 10 Meter vom Schirme aufgestellt war, so tritt er nur kaum sichtbar hervor, wenn wir das Licht wieder um ein Meter entfernen, also es um $^1/_{10}$ der ursprünglichen Entfernung fortrücken.

Daraus folgt, dass die Schwächung des Lichtes nicht einer Vernichtung oder Verschluckung desselben durch die Luft zugeschrieben werden darf, in welcher sich das Licht fortpflanzt. Denn in dem Falle müsste eine Luftschicht von derselben Dicke immer eine gleiche Lichtmenge verschlucken; nähme die Luftschicht von 1 Meter Dicke im ersten Falle die Hälfte des an ihrer Vorderfläche ankommenden Lichtes in sich auf, so müsste sie das auch in dem zweiten Falle thun, oder der Unterschied der Beleuchtung müsste im zweiten Falle gerade so merklich sein als in dem ersten. Wir müssen daher schliessen, dass es in der Natur des Lichtes liegt, dass die Stärke der Beleuchtung abnimmt, wenn wir uns von der Lichtquelle entfernen.

Die Natur des Lichtes mag sein, welche sie will, so liegt schon in der §. 1 entwickelten Thatsache, dass das Licht von einer Lichtquelle aus nach allen Richtungen geradlinig sich ausbreitet, der Grund für die Schwächung des Lichtes. Denn denken wir uns z. B. eine kugelförmige Lichtquelle, etwa eine glühende Metallkugel, von der in jedem Augenblicke eine gegebene Lichtmenge ausstrahlt, so wird diese Lichtmenge nach einer gewissen Zeit eine Kugelfläche beleuchten, deren

Radius gleich ist dem Producte aus dieser Zeit und der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes. Nach der doppelten Zeit hat sich das Licht nach der Richtung der Kugelradien doppelt so weit entfernt, es beleuchtet eine Kugel vom doppelten Radius. Da nun dieselbe Lichtmenge eine so viel grössere Fläche beleuchtet, so ist klar, dass die Beleuchtung jedes gegebenen Flächenstückes um so viel schwächer ist als diese Fläche, auf der sich das Licht verbreitet, grösser ist. Denn wir dürfen es wohl als einen Grundsatz ansehen, dass die Helligkeit der Beleuchtung einfach proportional ist der Lichtmenge, welche eine Fläche erhält. Die Fläche einer Kugel vom doppelten Radius hat nun die vierfache Grösse. In der Kugel vom doppelten Radius wird ein gegebenes Flächenstück deshalb nur ein Viertel der Strahlen erhalten, welche es in der Kugel vom Radius 1 erhielt, da sich dieselbe Lichtmenge über eine Fläche von vierfacher Grösse verbreitet. Die Helligkeit der Beleuchtung wird daher nur $^1/_4$ sein. Allgemein, verbreitet sich das Licht über eine Fläche vom Radius r, so ist die Grösse der Kugel proportional r^2, jedes Flächenstück erhält daher nur $\frac{1}{r^2}$ Licht von dem, welches es in der Kugel vom Radius 1 erhalten würde, die Helligkeit der Beleuchtung ist daher nur $\frac{1}{r^2}$. Es folgt daraus, dass die Lichtstärke bei einer Entfernung von der Lichtquelle abnimmt, wie die Quadrate der Entfernung wachsen.

Man kann diesen Satz mit Hülfe der vorhin erwähnten Photometer wenigstens annähernd experimentell nachweisen. Denn nach dem Grundsatze, dass eine Fläche in demselben Verhältnisse stärker beleuchtet wird als sie mehr Licht empfängt und nach der gewiss berechtigten Annahme, dass n gleiche Lichter zusammen n mal so viel Licht aussenden als jedes einzelne, wird eine Fläche von n Lichtern im Abstande 1 n mal mehr Licht empfangen als von einem Lichte.

Wenn wir nun das Bunsensche Photometer einmal mit einem Lichte beleuchten und den senkrechten Abstand von der Mitte des Schirmes bestimmen, in welchem das Licht aufgestellt werden muss, damit der Fleck verschwindet, und dann n Lichter parallel unmittelbar neben einander stellen, so dass die Ebene der Flammen der des Schirmes parallel ist, so finden wir, dass jetzt der Abstand, in dem wir diese Lichter aufstellen müssen, damit der Fleck verschwindet, sich zu dem Abstande im ersten Falle verhält wie die Quadratwurzel von n zu 1. Vier Lichter bringen also in der doppelten, 9 in der dreifachen, 16 in der vierfachen Entfernung den Fleck zum Verschwinden.

Da nun 4, 9, 16 Lichter, welche nach obigem Grundsatze in der Entfernung 1 eine Fläche 4, 9, 16 mal so stark beleuchten als ein Licht, in der 2, 3, 4 fachen Entfernung dieselbe Helligkeit hervorbringen,

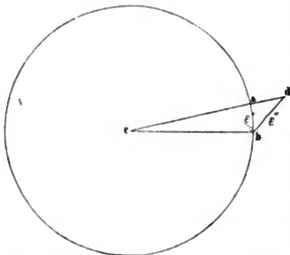
wie ein Licht in der einfachen Entfernung, so folgt, dass die Lichtstärken abnehmen, wie die Quadrate der Entfernungen von der Lichtquelle wachsen.

Man wird jedoch bei einem solchen Versuche das Gesetz nur annähernd bestätigt finden, da die Voraussetzungen, unter denen das Gesetz theoretisch abgeleitet wurde, in dem Versuche nicht erfüllt sind.

Wir setzten nämlich voraus, dass das Licht von einer glühenden Kugel ausstrahle und eine Kugelfläche beleuchte.

Jedes Flächenelement ε' Fig. 12 dieser letztern Kugel, welches zwischen den Radien *ca* und *cb* liegt, erhält nun das in dem Strahlenkegel *cab* sich fortpflanzende Licht. Nehmen wir die Kugel, welche das Licht ausströmt, so klein an, dass wir sie als leuchtenden Punkt betrachten können, und das Element ε' so klein, dass wir die Strahlen *ac* und *ab* als parallel betrachten können, so steht das Element ε' auf den es beleuchtenden Strahlen senkrecht. Das Flächenelement ε'', welches ebensoweit von *c* entfernt ist als ε', aber mit ε' irgend einen Winkel α bildet, und welches von einem Kegel umschrieben wird, dessen Spitze *c* und dessen Basis ε' ist, erhält nun gerade so viel Licht als das Flächenelement ε'. Die Lichtmenge, welche dann der Theil dieses Elementes erhält, welcher dem Elemente ε' an Grösse gleich ist, ist nun aber soviel kleiner als die Lichtmenge *m*, welche ε' erhielt, als das Flächenelement ε'', über welches sich die Lichtmenge *m* jetzt ausbreitet, grösser ist wie ε'. Die Lichtmenge ist daher $m \cdot \frac{\varepsilon'}{\varepsilon''}$. Der Quotient $\frac{\varepsilon'}{\varepsilon''}$ ist nun aber gleich dem Cosinus des Winkels *abd*, welchen ε'' mit ε' bildet. Dieser Winkel ist aber gleich dem, welcher die Richtung der das Flächenelement treffenden Lichtstrahlen mit der auf ε'' senkrechten Richtung bildet. Nennen wir diese senkrechte das Einfallsloth, und den Winkel, welchen die Strahlen mit dem Einfallslothe bilden, den Einfallswinkel, so ergibt sich daraus, dass die Beleuchtung, welche eine Fläche erfährt, nicht nur umgekehrt proportional ist dem Quadrate des Abstandes der beleuchteten Fläche von der Lichtquelle, sondern auch proportional ist dem Cosinus des Einfallswinkels der Lichtstrahlen.

Fig. 12.



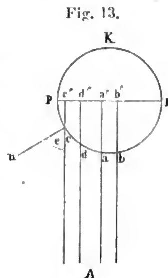
Dass der Einfallswinkel der Lichtstrahlen auf die Intensität der Beleuchtung von Einfluss ist, davon kann man sich durch einen Ver-

such mit dem Bunsenschen Photometer überzeugen. Macht man den Schirm um eine verticale Axe drehbar, welche durch den Stearinfleck hindurchgeht, und sorgt man dafür, dass das hinter dem Schirme angebrachte Licht immer in der Höhe des Fleckes und in der zur Schirmfläche senkrechten durch den Fleck gehenden Richtung bleibt, so tritt bei einer Drehung des Schirmes der Fleck wieder hell auf dunkelm Grunde hervor, wenn derselbe verschwand, als das Licht vor dem Schirme so gestellt war, dass eine von dem Lichte auf die Ebene des Schirmes herabgelassene Senkrechte den Fleck traf. Das Hervortreten des Fleckes hell auf dunkelm Grunde beweist, dass die Beleuchtung der Vorderfläche des Schirmes mit dem Wachsen des Einfallswinkels abgenommen hat.

Wie dieser Umstand auf den vorhin erwähnten Versuch störend einwirken kann, sieht man leicht; die von einem Lichte ausgehenden Strahlen treffen den Schirm alle merklich parallel, wenn wir aber nun 4 oder 9 Flammen neben einander aufstellen, so bilden die von den äussersten Flammen zum Schirm sich fortpflanzenden Strahlen mit dem Einfallslothe schon merkliche Winkel. Die Wirkung der äussern Strahlen ist daher eine andere als die der centralen; man sieht, wie aus diesem Grunde bei dem Versuche sich die Wirkung der Strahlen nicht einfach summirt wie wir es voraussetzten.

Auch der Winkel, unter welchem die Lichtstrahlen eine leuchtende Fläche verlassen, ist von Einfluss auf die Helligkeit, welche sie auf der beleuchteten Fläche erzeugen. Es ist eine bekannte Thatsache, dass eine glühende Kugel uns als eine ganz gleichmässig glühende Scheibe erscheint. Ist nun *K* Fig. 13 eine solche Kugel, von der sich in grosser Entfernung das Auge befindet, so sehen wir die Kugel als kreisförmige Scheibe vom Durchmesser *pp*. Da uns diese Scheibe als ganz gleichförmig leuchtend erscheint, so folgt, dass die sehr kleinen Segmente *ab*, *cd*, deren ersteres parallel zu *pp* ist, während das andere mit *pp* den Winkel α bildet, in das weit entfernte Auge *A* die gleiche Lichtmenge senden, wenn die Projectionen $c'd'$ von cd und $a'b'$ von ab von gleicher Grösse sind.

Fig. 13.



Nun ist aber $cd = \frac{c'd'}{\cos\alpha} = \frac{a'b'}{\cos\alpha}$

und

$$ab = a'b'.$$

Das uns gleich hell erscheinende Segment *cd*, das mit *pp* den Winkel α bildet, ist also im Verhältniss von 1 zu $\cos\alpha$ grösser wie *ab*; ein Stück dieses Segmentes, welches genau die Grösse von *ab* hat, also

gleich $cd . \cos\alpha$ ist, sendet uns nun auch soviel weniger Lichtstrahlen zu als es kleiner ist wie cd, es wird daher eine gegebene Fläche in demselben Verhältnisse weniger beleuchten.

Der Winkel α ist nun gleich dem Winkel e, welchen die von cd nach A gesandten Lichtstrahlen mit der zu der kleinen Fläche cd senkrechten Richtung cn bilden. Nennen wir diesen Winkel den Ausflusswinkel, so folgt aus dem obigen, dass die Beleuchtung, welche eine gegebene Fläche von einer leuchtenden Fläche erhält, proportional ist dem Cosinus des Ausflusswinkels der Lichtstrahlen.[1])

Wenn wir demnach das theoretisch abgeleitete Gesetz über die Abnahme der Lichtstärke mit der Entfernung von der Lichtquelle experimentell prüfen wollen, oder dasselbe zur Vergleichung der Stärke zweier Lichtquellen, etwa zweier leuchtender Flammen benutzen wollen, müssen wir darauf achten, dass sowohl die Einfallswinkel als die Ausstrahlungswinkel bei den Versuchen denselben Werth haben.

6 **Ueber die Natur des Lichtes. Emissionshypothese.**[2]) In den bisherigen Entwicklungen haben wir es durchaus unentschieden gelassen, was das Wesen des Lichtes ist und nur die Thatsachen betrachtet, welche sich uns bei ungestörter Verbreitung des Lichtes darbieten. Selbst die Entwicklung des Gesetzes, nach welchem die Lichtintensität abnimmt, wenn wir uns von der Lichtquelle entfernen, stützt sich nur auf die Thatsache, dass das Licht von einem Mittelpunkte aus nach allen Richtungen sich geradlinig ausbreitet. Es fragt sich nun, was ist es, was sich fortpflanzt und ausbreitet, und zu uns gelangt, uns die Empfindung der Helligkeit gibt.

Es gibt zwei bestimmte und denkbare Vorstellungsarten über das, was dem Lichte zu Grunde liegt. Entweder, und das ist das Naheliegendste, ist das, was im Lichte sich fortpflanzt, ein und derselbe Körper, welcher nach und nach an den verschiedenen Stellen seiner Bahn auftritt, oder es ist ein Bewegungszustand, der in einer Reihe von Körpern, welche die Bahn der Lichtstrahlen ausfüllen, und von denen jeder innerhalb gewisser Grenzen sich bewegt, allmählich fortschreitet. Beispiele beider Arten fortschreitender Bewegung haben wir kennen gelernt; in dem geworfenen Körper, der nach und nach an den verschiedenen Stellen seiner Bahn sich befindet, für die erste Art; in der dem Schalle zu Grunde liegenden Wellenbewegung, bei der nach und nach die schwingende Bewegung der ihren Ort im Raume nicht verlassenden

---

[1]) Beer. Photometrischer Calcül. Braunschweig 1854.

[2]) Newton. Optice liber I. Genevae et Lausannae 1740.
Herschel. „On Light". Auch übersetzt von Schmidt. Stuttgart 1831.
Biot. Traité de Physique expérimentale et mathématique. Paris 1810. Auch übersetzt von Fechner. Leipzig 1829. Bd. IV.

Theile der tönenden Körper an den verschiedenen Stellen der Bahn des Schalles auftrat, ein ausgedehntes Beispiel für die fortschreitende Bewegung der zweiten Art.

Beide Bewegungsarten lassen sich zur Erklärung der Lichterscheinungen anwenden; die erste liegt der Newton'schen Emissionshypothese zu Grunde, die letztere der von Huyghens zuerst aufgestellten Undulationstheorie. Es wird ein Theil unserer Aufgabe in der Behandlung der Lehre vom Lichte sein, diese Hypothesen gegen einander abzuwägen, um so zu entscheiden, was wir als das Wesen des Lichtes anzusehen haben.

Newton sieht das Licht an als materielle Theilchen, welche von den leuchtenden Körpern ausgeschleudert werden und denselben Gesetzen folgen, wie die geworfenen Körper. Wenn diese Körpertheilchen in unser Auge dringen und auf die Netzhaut stossen, so erhalten wir die Empfindung des Lichtes. Diese Lichttheilchen sind mit anziehenden und abstossenden Kräften begabt, und werden auch von den Körpern bald angezogen, bald abgestossen. Die Geschwindigkeit der Bewegung ist die des Lichtes.

Die bisher betrachteten Erscheinungen stehen mit dieser Annahme im Einklang. Nur die leuchtenden Körper enthalten solche Theilchen, oder sind durch irgend einen in ihnen vorgehenden Process im Stande, sie auszuwerfen. Wenn aber die von einem leuchtenden Körper ausgehenden Lichttheilchen auf einen dunkeln Körper treffen, werden sie von diesem theils angezogen, theils wieder ausgestossen und die von den dunkeln Körpern wieder ausgestossenen Theilchen machen uns dieselben sichtbar.

An den leuchtenden Körpern so wie an den beleuchteten unterschieden wir verschiedene Helligkeit und verschiedene Farbe. Nach der Newton'schen Hypothese rührt der verschiedene Grad der Helligkeit der Körper her von der verschiedenen Menge Licht, welche dieselben in gleichen Zeiten auswerfen; in demselben Verhältnisse, als sie mehr Licht aussenden, erscheinen sie stärker leuchtend.

Um die verschiedene Farbe des Lichtes zu erklären, nimmt die Hypothese an, dass die verschiedenen Lichter verschiedene Arten von Lichttheilchen aussenden; jeder Farbe entspricht eine bestimmte Art der Lichttheilchen, die grün leuchtenden Körper entsenden Lichttheilchen, welche uns den Eindruck des grünen Lichtes machen, die blau leuchtenden solche Lichttheilchen, welche unserem Auge den Eindruck des blauen Lichtes machen. Worin dieser Unterschied der Lichttheilchen besteht, ist unbestimmt, gewisse Eigenschaften der einzelnen wird die Betrachtung der gestörten Fortpflanzung des Lichtes erkennen lassen.

Bei ungehinderter Ausbreitung pflanzt das Licht sich in geraden Linien fort. Dies ist eine nothwendige Folge der Annahme, dass das

Licht aus geworfenen Körpertheilchen bestehe. Denn vermöge der Trägheit der Materie beharrt ein Körper in seiner Bahn, bis äussere Kräfte ihn daraus ablenken. So lange die Lichttheilchen daher in ihrer Ausbreitung nicht gestört werden, müssen sie in der Richtung sich weiter bewegen, in der sie ursprünglich angestossen wurden, ihre Bahn muss daher eine gerade Linie sein.

Um die grosse Geschwindigkeit des Lichtes zu erklären, müssen wir annehmen, dass die Lichttheilchen mit sehr grosser Kraft ausgestossen werden, und um es zu begreifen, dass die Lichttheilchen trotz ihrer grossen Geschwindigkeit bei ihrem Stosse auf andere Körper keine mechanische Wirkung äussern, müssen wir unterstellen, dass die Lichttheilchen von äusserster Feinheit und Kleinheit sind.

Die Verzögerung in der Verfinsterung der Jupiterstrabanten, die Aberration der Lichtes, sowie der Fizeau'sche Versuch sind der unmittelbare Ausdruck der Annahme, dass sich alle Lichttheilchen, aus welcher Quelle sie auch stammen, mit gleicher Geschwindigkeit fortbewegen. Diese Thatsache bietet der Emissionshypothese eine grosse Schwierigkeit. Denn wenn auch die Lichttheilchen durch irgend einen Process von den leuchtenden Körpern ausgeworfen werden, so müssen sie doch nach den Gesetzen der allgemeinen Massenanziehung von den Körpern, welche sie ausgeworfen haben, angezogen werden; ist die Masse der Körper nun verschieden, so muss auch die Anziehung derselben auf die ausgeschleuderten Lichttheile und somit die Verzögerung der letzteren eine verschiedene sein. Welches daher auch die Geschwindigkeit ist, welche den Lichttheilchen durch den Ausstossungsprocess ertheilt ist, so muss doch die endliche Geschwindigkeit derselben, mit welcher sie zu uns gelangen, je nach der Masse der sie aussendenden Körper eine verschiedene sein, wenn man nicht die ganz willkürliche und unberechtigte Annahme machen will, dass die ausstossenden Kräfte zu der Masse des aussendenden Körpers in einem ganz bestimmten Verhältnisse stehen. Diese Schwierigkeit, welche die Emissionshypothese bietet, kann nur durch die Annahme gehoben werden, dass die kleinen Theilchen aus den leuchtenden Körpern mit sehr verschiedenen Geschwindigkeiten ausgesandt werden, dass aber unter diesen Geschwindigkeiten nur eine sei, welche unserem Gesichtsorgan angemessen sei, und dass nur die mit dieser Geschwindigkeit unser Auge treffenden Lichttheilchen uns die Empfindung des Lichtes geben.

Das Gesetz, nach welchem die Lichtstärke mit der Entfernung von der Lichtquelle abnimmt, ist eine nothwendige Folge der Emissionstheorie. Denn jede Lichtquelle sendet darnach in einer bestimmten Zeit eine bestimmte Menge von Theilchen aus; diese verbreiten sich über immer grössere Kugelflächen. Die grössern Flächen in der Entfernung r von der Lichtquelle erhalten also dieselbe Anzahl Licht-

theilchen als die kleinere im Abstande 1. Eine Fläche von gegebener Grösse empfängt daher in der letztern Kugelfläche in demselben Verhältnisse mehr Lichttheilchen als diese selbst kleiner ist wie die entferntere Kugel. Das Verhältniss der Grössen ist aber das umgekehrte der Quadrate der Radien oder der Abstände der einzelnen Flächen von dem leuchtenden Mittelpunkte; in demselben Verhältnisse muss also die Beleuchtung der verschieden entfernten Flächen stehen.

Die Entwicklungen, mittels deren der Nachweis geführt wurde, dass die Beleuchtung einer Fläche abhänge von dem Einfallswinkel, unter welchem die Lichtstrahlen die beleuchteten Flächen treffen, lassen sich unmittelbar in die Sprache der Emissionshypothese übertragen, auch dieser Einfluss ist daher eine nothwendige Folge dieser Theorie.

Anders jedoch verhält es sich mit dem Einfluss des Ausstrahlungswinkels; den Grund, weshalb das Licht unter schiefem Winkel geringer als unter rechtem Winkel ausstrahle, gibt sie nicht. Das ist jedoch kein Mangel oder Vorwurf derselben, da sie nur die Frage zu beantworten sucht, was das ist, was von den leuchtenden Körpern ausgehend uns als Licht erscheint, nicht aber, durch welchen Process diese Lichttheilchen ausgeschleudert werden. Von der Natur dieses Processes hängt es aber wesentlich ab, nach welcher Richtung das Licht am stärksten ausgesandt wird.

Undulationstheorie. Die andere Vorstellungsart über das Wesen 7
des Lichtes wurde fast gleichzeitig mit der Newton'schen von Huyghens [1]) entwickelt. Durch Newtons Theorie lange verdunkelt, fand sie im 18. Jahrhundert fast nur an Euler [2]) einen Vertheidiger. In unserem Jahrhundert verschafften ihr jedoch die Arbeiten Young's [3]), Fresnel's [4]), Cauchy's [5]) u. a. den Sieg über die Newton'sche Hypothese. Die Voraussetzung, welche ihr zum Grunde liegt, ist die, dass der ganze Raum mit einem unendlich feinen elastischen Fluidum, dem Aether angefüllt sei, und dass das Licht eine schwingende Bewegung dieses Aethers sei, welche nach den Gesetzen der Wellenbewegung sich fortpflanzt. Diese Theorie setzt also das Licht in die innigste Analogie mit dem Schalle, jedoch mit dem Unterschiede, dass der Schall eine Wellenbewegung

---

1) Huyghens. Traité de la lumière. Chap. 1. Leiden 1690.

2) Euler. Nova theoria lucis et colorum. Opusc. var. Berlin 1746. Briefe an eine deutsche Prinzessin, übersetzt von Kries. Leipzig 1792.

3) Young. On Theory of light and Colours. Philosoph. Transact. for 1802. Course of lectures in natural philosophy and the mechanical arts. London 1807.

4) Fresnel. Sur la lumière. Supplément à la traduction française de la cinquième édition du traité de chimie de Thomson par Riffault. Paris 1822, übers. in Poggend. Annalen Bd. III, V, XII.

5) Cauchy. Mémoire sur la dispersion de la lumière. Prag 1836.

der Luft ist, das Licht eine Wellenbewegung jenes äusserst feinen hypothetischen Fluidums, des Lichtäthers, welcher den sonst so genannten leeren Raum ausfüllend eine Verbindung zwischen den leuchtenden Gestirnen und uns herstellt, welcher aber ebenso an unserer Erde sich befindet, indem er in die von der ponderabeln Materie gelassenen Räume sich legend alle Körper erfüllt. Der Process des Leuchtens besteht dann in einer Erregung der schwingenden Bewegung des Aethers, welche bis zu unserem Auge fortgepflanzt durch die Stösse des bewegten in unserem Auge befindlichen Aethers uns die Empfindung des Lichtes ertheilt.

Gerade wie beim Schall die Amplitude der schwingenden Bewegung die Intensität des Schalles bestimmt, so bestimmt auch die Amplitude der Aetherschwingungen die Intensität des Lichtes und aus den dort entwickelten Gründen ist die Intensität des Lichtes dem Quadrate der Amplitude proportional.

Die verschiedene Zahl der in der Zeiteinheit unser Ohr treffenden Stösse der schwingenden Luft bestimmt beim Schall die Höhe des gehörten Tones, beim Licht bewirkt die Verschiedenheit der in der Sekunde stattfindenden Schwingungszahl den Unterschied der Farbe. Die langsamsten Schwingungen machen den Eindruck des rothen, schnellere den des grünen, die schnellsten den des violetten Lichtes.

Ehe wir nun die bisher betrachteten Lichterscheinungen mit dieser Hypothese vergleichen, müssen wir zunächst die Frage beantworten, ob denn die Erscheinungen der Planetenbewegung es uns gestatten, den sogenannten leeren Raum uns mit dem Aether angefüllt zu denken.

Die Planeten bewegen sich bekanntlich seit Jahrtausenden in immer denselben Bahnen um die Sonne und legen diese Bahnen in immer derselben Zeit zurück.

Wir müssen daraus schliessen, dass sie sich in einem Raume bewegen, der ihrer Bewegung keinen Widerstand entgegensetzt. Denn bewegten sie sich in einem widerstehenden Mittel, so würde dieses in jedem Augenblicke die nach der Tangente der Bahn an der Stelle, an der sie sich befinden, gerichtete Bewegung hemmen, also ihre tangentiale Geschwindigkeit verringern. Nach den Entwickelungen des dritten Kapitels im ersten Abschnitte des ersten Theiles würde diese Störung der tangentialen Geschwindigkeit der Bewegung eine Annäherung der Planeten an den anziehenden Mittelpunkt zur Folge haben müssen, die Abstände der Planeten von der Sonne müssten also allmählich kleiner werden, und damit die Umlaufszeit der Planeten abnehmen, da nach dem dritten Kepplerschen Gesetze die Quadrate der Umlaufszeiten sich verhalten wie die Kuben der mittlern Entfernung. Die Unveränderlichkeit der Planetenbahnen und der Zeiten, in welcher die Planeten dieselben zurücklegen, beweist demnach, dass in dem Welten-

raume kein Mittel vorhanden ist, welches der Planetenbewegung merklich widersteht.

Diese Thatsache ist jedoch kein Beweis für die Unzulänglichkeit der Annahme des Lichtäthers. Denn bekanntlich nimmt der Widerstand, den ein Mittel der Bewegung eines Körpers entgegensetzt, ab, wenn die Dichtigkeit des Mittels gegen die des Körpers nur klein ist und zwar um so mehr, je kleiner die Dichtigkeit des Mittels im Verhältniss zu jener der bewegten Körper ist. Um daher durch die erwähnte Thatsache in der Annahme des Lichtäthers nicht gehindert zu sein, müssen wir dem Aether eine im Verhältniss zu jener der Planeten unendliche Feinheit zuschreiben, eine Annahme, zu der wir übrigens auch durch die optischen Phänomene geführt werden, und welche ebenso berechtigt ist, als die Annahme der Emissionshypothese, welche den von den leuchtenden Körpern ausgeschleuderten Lichttheilchen eine für uns unendliche Feinheit zuschreibt.

Wenn aber nun auch die Planeten wegen ihrer grossen Dichtigkeit keine Störung in der Bewegung durch den Aether zu erfahren brauchen, so könnte man verlangen, dass der Aether den jedenfalls viel weniger dichten Kometen einen merkbaren Widerstand entgegensetze.

Diesen hat in der That auch Enke nachgewiesen, er hat wenigstens gezeigt, dass die Umlaufszeit des nach ihm benannten Kometen stetig kleiner wird, und zwar bei jedem Umlaufe um etwas mehr als 0,1 Tag ca. 2,5 Stunden abnimmt[1]). Daraus folgt ein nach der Tangente gerichteter Widerstand gegen die Bewegung des Kometen, wie ihn ein widerstehendes Medium leisten muss.

Wir sehen demnach, dass der Annahme des Lichtäthers und somit der Grundlage der Huyghens'schen Hypothese keine mechanische Schwierigkeit entgegensteht.

Wenn demnach sämmtliche Lichterscheinungen aus dieser Annahme sich ableiten lassen, so werden wir zwischen beiden Hypothesen wählen können und diejenige als die richtige betrachten, welche die Lichterscheinungen auf die einfachste und ungezwungenste Weise erklärt.

Die bisher betrachteten Erscheinungen der ungestörten Ausbreitung des Lichtes werden wir nun allesammt mit Hülfe unserer Entwicklungen im ersten Kapitel des dritten Abschnittes des ersten Theils als nothwendige Folge der Huyghens'schen Annahme erkennen.

Denn wir sahen dort, dass bei ungestörter Ausbreitung einer Wellenbewegung durch ein isotropes Punktsystem die Bewegung sich auf den Radien immer mehr sich vergrössernder Kugeln ausbreiten muss, dass also eine Wellenbewegung von dem erregenden Mittelpunkte aus nach allen Richtungen sich geradlinig ausbreiten muss, wie wir es am

[1]) Enke. Monatsberichte der Berliner Akademie 1858, November.

Lichte erkannt haben. Nach der Lehre von der Wellenbewegung ist die Geschwindigkeit, mit welcher eine Wellenbewegung sich fortpflanzt, bestimmt durch die Gleichung

$$c = C\sqrt{\frac{e}{d}},$$

worin C eine Constante, e die Elasticität und d die Dichtigkeit des Mittels, des Punktsystemes, ist, in welchem die Wellenbewegung sich fortpflanzt. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit hängt also lediglich von der Natur des Mittels, seiner Elasticität und Dichtigkeit ab, von keinem andern Umstande, es muss also in einem und demselben Mittel jede Wellenbewegung, woher sie auch stamme, sich mit eben derselben Geschwindigkeit fortpflanzen. Die Undulationstheorie fordert demnach, dass das Licht der Sonne oder der Fixsterne oder irgend einer Lichtquelle sich mit der gleichen Geschwindigkeit fortpflanze, sie fordert also das aus Römers und Bradley's Beobachtungen, sowie aus Fizeau's Versuchen hergeleitete Resultat. Darin müssen wir einen grossen Vorzug dieser Theorie vor der Emissionstheorie erkennen, welche dieses Resultat nur mit Hülfe einer neuen Annahme zu erklären im Stande ist.

Die Erscheinung der Aberration des Lichtes, welche durch die gleichzeitige und von einander unabhängige Bewegung der Erde und des Lichtes bedingt ist, folgt nothwendig aus der Emissionstheorie, die von den Sternen ausgeschleuderten Lichttheilchen bewegen sich nothwendig unabhängig von der Erde. Um diese Erscheinung mit der Wellentheorie in Einklang zu bringen, müssen wir annehmen, dass der an der Erde befindliche Aether nicht an der Bewegung der Erde theilnehme, sondern dass der Aether die Körper frei durchdringe, oder dass, wie Thomas Young[1]) sagt, der Lichtäther alle materiellen Körper mit geringem oder gar keinem Widerstand durchdringt, etwa so wie der Wind durch das Laub eines Baumes hindurchgeht. Diese Annahme hat bei der unendlichen Feinheit des Aethers, welche wir annehmen müssen, nichts auffallendes. Nehmen wir dieses an, so fordert auch die Undulationstheorie das Phänomen der Aberration, da dann in dem ruhenden Aether die Fortpflanzungsrichtung der Lichtwellen durch die Bewegung der Erde keine Aenderung erfahren kann.

Die Abnahme der Lichtintensität mit Entfernung von der Lichtquelle muss in der Undulationstheorie nach demselben Gesetze erfolgen wie in der Emissionstheorie, da die Undulationstheorie die Lichtstärke als abhängig ansieht von der Stärke des Stosses, welchen die bewegten Aethertheilchen gegen die Netzhaut des Auges ausführen. Die Stärke des Stosses wird aber gemessen durch die lebendige Kraft der Aether-

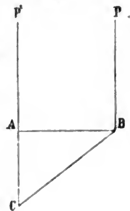
---

[1]) Th. Young. Experiments and Calculations relative to Physical Optics. Philosophical Transactions 1803.

theilchen, das Product aus der bewegten Masse und dem Quadrate der Geschwindigkeit der Aethertheilchen. Ganz dieselben Betrachtungen, welche in der Lehre vom Schall uns zu dem Resultate führten, dass die Geschwindigkeit der bewegten Lufttheilchen bei ungehinderter Ausbreitung des Schalles den Abständen derselben von der Quelle des Schalles umgekehrt proportional sei, führen uns bei Annahme der Undulationstheorie des Lichtes zu dem Resultate, dass die Geschwindigkeit der bewegten Aethertheile dem Abstande derselben von der Lichtquelle umgekehrt proportional sei. Wie also die Stärke des Schalles abnimmt, wie die Quadrate der Entfernungen von der Schallquelle wachsen, so die Intensität des Lichtes, wie die Quadrate der Entfernungen von der Lichtquelle wachsen.

Auch der Einfluss des Einfallswinkels, unter welchem das Licht eine beleuchtete Fläche trifft, auf die Beleuchtung ist eine nothwendige Folge der Undulationstheorie. Denn ist AB (Fig. 14) eine begrenzte Lichtwelle, welche wir als eine ebene annehmen, so verhält sich in einer gegen AB geneigten Ebene CB die Masse des von der ankommenden Welle zu bewegenden Aethers zu dem in der Welle bewegten Aether wie die Grösse der Oberflächen, oder wenn wir die in AB bewegte Aethermasse mit m bezeichnen, die in CB zu bewegende mit m', so ist

Fig. 14.



$$m : m' = AB : CB,$$
$$m : m' = \cos CBA : 1.$$

Ist nun die Oscillationsgeschwindigkeit, wenn die Aethertheilchen durch die Gleichgewichtslage gehen, in AB gleich v, in CB gleich v', so ist nach dem schon früher angewandten Satze, dass die lebendige Kraft des bewegten Systems constant ist, wo wir auch die Bewegung des Systems betrachten, vorausgesetzt, dass nur innere Kräfte thätig sind,

$$mv^2 = m'v'^2,$$

oder wenn wir $CAB = \alpha$ setzen,

$$mv^2 = \frac{m}{\cos\alpha} v'^2$$

und daraus

$$v'^2 = v^2 . \cos\alpha.$$

Die Quadrate der Geschwindigkeit, mit der in der geneigten Ebene CB und in der Ebene AB die Aethertheilchen durch die Gleichgewichtslage hindurchgehen, verhalten sich wie $\cos\alpha$ zu 1. Ein mit AB gleich grosses Stück der Fläche CB besitzt nun die gleiche Aethermasse m, die lebendige Kraft der schwingenden Bewegung ist daher in demselben

$$mv'^2 = m . v^2 . \cos\alpha,$$

oder die Intensität der Beleuchtung in zweien gegen eine ankommende Wellenebene verschieden geneigten Flächen ist proportional dem Cosinus des Neigungswinkels. Nennen wir auch hier wieder wie früher die zur Wellenebene senkrechten Richtungen die Lichtstrahlen, so fällt, wie man sieht, dieser Satz mit dem frühern zusammen, nach welchem die Beleuchtung einer Fläche dem Cosinus des Einfallswinkels proportional ist.

Von dem dritten, die Lichtintensität bestimmenden Satze, nach welchem dieselbe dem Cosinus des Ausstrahlungswinkels proportional ist, kann auch die Undulationstheorie vorläufig noch keine Rechenschaft geben, da sie über den Process des Leuchtens also den ursprünglichen Anstoss der schwingenden Bewegung keinen Aufschluss gibt.

Die Erscheinungen, welche uns das Licht bei ungestörter Verbreitung darbietet, lassen sich somit nach beiden Theorien ziemlich gleich gut erklären, sie geben uns somit keinen Aufschluss über das Wesen des Lichts, sondern lassen beide Erklärungsweisen als möglich erscheinen.[1])

Zweites Kapitel.

Von der gestörten Ausbreitung des Lichtes, Reflexion und Brechung.

8 **Zurückwerfung des Lichtes an ebenen Flächen.** Wenn ein Lichtstrahl bei seiner Fortpflanzung an einen nicht leuchtenden Körper trifft, so wird er an seiner geradlinigen Ausbreitung im allgemeinen gehindert und erfährt Aenderungen, welche je nach der Beschaffenheit des nicht leuchtenden Körpers verschieden sind. Zunächst bewirkt das den Körper treffende Licht, dass derselbe sichtbar wird, es wird also ein Theil des auffallenden Lichtes von dem Körper nach allen Richtungen hin ausgesandt, nachdem es von ihm z. B. in der Farbe so modificirt ist, dass wir es als von dem Körper herrührend ansehen und die ursprüngliche Quelle des Lichtes nicht mehr erkennen können.

Ist die Oberfläche des Körpers glatt, so sehen wir, dass immer von dem Körper nach einer durch die Richtung des einfallenden Lichtes bestimmten Richtung mehr Licht als nach allen andern zurückgeworfen wird; scheint z. B. die Sonne auf einen polirten Tisch, so sieht man stets nach einer Richtung von dem Tische Strahlen ausgehen. Dieses

[1]) Die historische Entwickelung der beiden strittigen Theorien siehe Lloyd Abriss der Geschichte der Optik übersetzt von Kloeden. Berlin 1836.

Licht heisst regelmässig zurückgeworfen im Gegensatz zu dem nach allen Richtungen unregelmässig zurückgeworfenen oder zerstreuten Licht.

Bei einigen Körpern sieht man nun unmittelbar noch eine weitere Zerlegung des Lichtes, es tritt bei diesen ein Theil des Lichtes in die Körper hinein und durch dieselben hindurch. Die nicht selbstleuchtenden Körper theilen sich darnach in zwei Klassen, in die undurchsichtigen und die durchsichtigen. Erstere lassen das Licht nicht durch, ein solcher Körper verdunkelt, zwischen das Auge und die Lichtquelle gebracht, dieselbe vollständig, die durchsichtigen Körper dagegen entziehen uns den Anblick der Lichtquelle nicht.

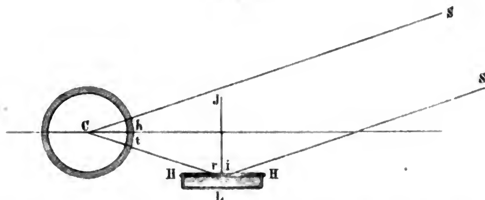
Wenn das Licht von einer ebenen Fläche zurückgeworfen wird, und wir sehen in der Richtung des zurückgeworfenen Lichtes gegen die Fläche hin, so ist die Fläche selbst um so unsichtbarer, je mehr Licht sie reflectirt und anstatt der reflectirenden Fläche sehen wir hinter derselben ein Bild der Lichtquelle. Wenn wir nun zunächst nach der Richtung fragen, in welcher die Strahlen regelmässig zurückgeworfen werden, so ergeben sich für die Zurückwerfung an ebenen Flächen folgende zwei Gesetze:

1) Der zurückgeworfene Strahl liegt mit dem einfallenden in derselben Ebene, welche durch den einfallenden Lichtstrahl und die im Punkte, wo der Strahl die Fläche trifft, errichtete Senkrechte, das Einfallsloth, bestimmt wird. Der zurückgeworfene und einfallende Lichtstrahl befinden sich an entgegengesetzten Seiten des Einfallslothes.

2) Der Winkel, welchen der zurückgeworfene Strahl mit dem Einfallslothe bildet, ist gleich dem, welchen der ankommende Lichtstrahl mit dem Einfallslothe bildet. Letzterer wird der Einfallswinkel, ersterer der Reflexionswinkel genannt.

Das genaueste Mittel zum Nachweis dieser Gesetze geben uns die astronomischen Beobachtungen. Bestimmt man mittels eines verticalen Kreises die Höhe eines Sternes über dem Horizont und zugleich die

Fig. 15.

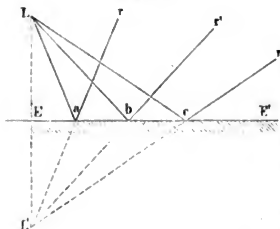


Tiefe des Spiegelbildes unter einem künstlichen Horizont, einer flachen mit Quecksilber gefüllten Schale, deren Oberfläche immer genau hori-

zontal steht, so findet man die Tiefe des Bildes unter dem Horizont, den Winkel t, immer genau gleich der Höhe h des Sternes über dem Horizont. Wegen der sehr grossen Entfernung des Sternes sind die Strahlen SL und SC parallel oder der Winkel h ist gleich dem Winkel SLH. Ferner ist der Winkel t als Wechselwinkel gleich dem Winkel CLH, und da $t = h$ ist, so folgt $SLH = CLH$ oder auch $i = r$. Und da das Fernrohr bei den Beobachtungen nur um die Axe C in der Verticalebene gedreht ist, so folgt aus diesem Versuche zugleich, dass der reflectirte Strahl mit dem einfallenden in derselben Ebene liegt und dass beide mit dem Einfallslothe, nur an entgegengesetzten Seiten, gleiche Winkel bilden.

Man kann es als eine unmittelbare Folge dieses Gesetzes oder auch als einen neuen experimentellen Beweis für dasselbe ansehen, dass die an einem Spiegel reflectirten Strahlen von einem Punkte hinter dem Spiegel auszugehen scheinen, der genau ebensoweit hinter demselben liegt, als der leuchtende Punkt vor demselben, dass demnach das Bild eines leuchtenden Punktes genau so weit hinter dem Spiegel liegt als der leuchtende Punkt vor demselben.

Fig. 16.



Dass wir überhaupt ein Bild des leuchtenden Punktes sehen, beweist uns, dass alle von dem Spiegel ausgehende Strahlen so sich verbreiten, als kämen sie von einem Punkte L' hinter dem Spiegel, denn nach der Erfahrung, dass das Licht sich in geraden Linien von der Lichtquelle ausbreitet, versetzen wir die letztere in die Richtung, in welcher die Strahlen zuletzt unser Auge treffen, und deshalb an den Punkt, der allen den unser Auge treffenden Strahlen gemeinsam ist, an den Punkt, wo sie in der That oder verlängert sich schneiden. Nehmen wir es nun als durch die tägliche Erfahrung festgestellt an, dass der senkrechte Abstand LE des Punktes L vom Spiegel gleich ist dem senkrechten Abstande $L'E$ des Punktes L' vom Spiegel, so folgt unmittelbar, dass die Dreiecke $LaE \cong L'aE$, $LbE \cong L'bE \ldots$ und daraus, dass die Winkel LaE und raE', LbE und $r'bE' \ldots$ und somit auch die Winkel, welche die einfallenden und reflectirten Strahlen mit dem Einfallslothe bilden, einander gleich sind.

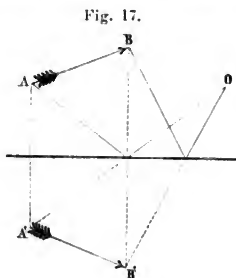
Andrerseits kann man diesen Satz aus dem Reflexionsgesetze sofort ableiten. Denn zunächst folgt aus demselben, dass der Bildpunkt L', von dem aus die Strahlen zu divergiren scheinen, auf der senkrechten LE, die von L auf den Spiegel gezogen ist, liegen muss, da die senkrecht in der Richtung LE auf den Spiegel fallenden Strahlen nach dem Reflexionsgesetz in derselben Richtung zurückgeworfen werden. Da nun

der Bildpunkt dort liegt, wo die rückwärts verlängerten Strahlen *LE* und *ra* sich schneiden, so folgt aus der Deckung der Dreiecke *LaE* und *L'aE*, die nach dem sogenannten 2. Kriterium der Deckung, Gleichheit einer Seite *Ea* und der beiden anliegenden Winkel, congruent sind, dass $LE = L'E$ oder das Bild des leuchtenden Punktes ebensoweit senkrecht hinter dem Spiegel liegt, als der leuchtende Punkt vor ihm.

In dieser Form ausgesprochen, gibt uns das Reflexionsgesetz sofort eine Construction, um die Bilder von Gegenständen in einem ebenen Spiegel zu erhalten.

Ist *AB* (Fig. 17) eine leuchtende Linie, so erscheint dieselbe als *A'B'* im Spiegel, so dass das Bild ganz symmetrisch mit dem Gegenstande gegen die spiegelnde Fläche liegt. Der Punkt *A* befindet sich dem Spiegel am nächsten, ebenso der Punkt *A'* des Bildes, die Enden *B* und *B'* sind in Bild und Gegenstand nach derselben Seite gerichtet.

Fig. 17.



Es ist unmittelbar nach dem vorigen klar, dass diese Lage des Bildes sich ergibt, wenn wir von den betreffenden Punkten der Linie Senkrechte auf den Spiegel ziehen und diese jenseits des Spiegels um den Abstand, der das Licht aussendenden Punkte verlängern. Die Richtung, nach der das bei *O* befindliche Auge das Bild wahrnimmt, ist durch die von den einzelnen Bildpunkten zum Punkte *O* gezogenen Linien bestimmt.

Dabei ist es gleichgültig, ob die zur Construction des Bildes benutzten Linien *AA'* den Spiegel treffen oder nicht, wir sehen immer ein Bild des Gegenstandes, sobald zwei von dem Punkte *O*, in dem das Auge sich befindet, und von dem Punkte *A* zu einem Punkte des Spiegels gezogene Linien mit dem Einfallslothe an der Stelle gleiche Winkel bilden.

Physikalische Erklärung des Reflexionsgesetzes. Beide von uns 9 mitgetheilte Theorien über das Wesen des Lichtes sind geeignet, das Reflexionsgesetz als im Wesen des Lichtes begründet erscheinen zu lassen. Dass es nach der Undulationstheorie nothwendig ist, folgt unmittelbar nach den Entwicklungen des dritten Abschnittes im ersten Theile, wenn wir die Annahme machen, dass die Dichtigkeit oder die Elasticität des Aethers, oder beide in den verschiedenen Körpern eine verschiedene ist, eine Annahme, zu der wir gewiss berechtigt sind.

Denn ebenso, wie zwischen den einzelnen Aethertheilchen anziehende und abstossende Kräfte thätig sind, so müssen auch zwischen dem Aether und den Molekülen der materiellen Körper eben solche Kräfte thätig

sein. Daraus folgt dann nothwendig, dass die Dichtigkeit oder Elasticität des Aethers oder beide Eigenschaften im Innern der Körper je nach der Beschaffenheit der Körper verschieden sein müssen. Zwei aneinander grenzende Körper, z. B. die Luft und irgend ein nicht leuchtender Körper, sind daher nach unserer frühern Bezeichnung Punktsysteme verschiedener Beschaffenheit. Eine an der Grenze zweier Punktsysteme ankommende schwingende Bewegung muss aber, wie wir dann weiter sahen, stets reflectirt werden, das heisst, es muss sich von der Grenze aus eine Wellenbewegung rückwärts in dem ersten Mittel ausbreiten.

Ferner sahen wir dann ganz allgemein, dass eine an einer ebenen Grenzfläche ankommende kugelförmige Welle stets so in das erste Mittel zurückkehrt, als käme sie von einem Wellenmittelpunkte, der ebenso weit hinter der Fläche liegt, als der wirkliche Mittelpunkt vor der Fläche. Wir sahen, das Reflexionsgesetz des Lichtes in der einen Form ist genau dieses früher für die Wellenbewegung abgeleitete Gesetz.

Als eine Folge dieses Gesetzes oder als eine andere Form desselben erhielten wir dann den Satz, dass eine Wellenbewegung so reflectirt wird, dass der ankommende und reflectirte Wellenstrahl mit dem Einfallslothe gleiche Winkel bilden; dies ist zugleich die andere Form des Gesetzes, nach welchem das Licht reflectirt wird.[1])

Wir brauchen zu den Entwicklungen des §. 126, Theil I nichts mehr hinzuzufügen, um das Reflexionsgesetz als im Wesen des Lichtes begründet zu erkennen, wenn wir das Licht als eine Wellenbewegung des Aethers ansehen.

Zur Erklärung der Erscheinungen der Reflexion des Lichtes nach der Emissionstheorie hat man angenommen, die Lichttheilchen und die Moleküle der Körper übten eine gegenseitige Wirkung auf einander aus. Diese Kraft kann eine anziehende oder eine abstossende sein. Ist die Entfernung kleiner als eine gewisse Grenze, so ist die Kraft nach Newtons Annahme allemal anziehend bis zur Berührung, jenseits dieser Sphäre ist aber ebenso gewiss eine andere, in welcher die Kraft immer abstossend ist. Die absoluten Intensitäten sind verschieden für die verschiedenen Körper, die Function der Entfernung, das heisst, die Art und Weise, mit der die Kraft nach der Entfernung der materiellen und Lichttheilchen von einander sich ändert, ist für alle Körper dieselbe.

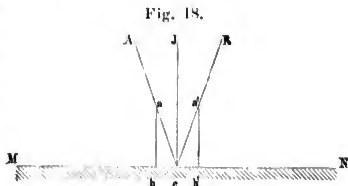
Welcher Art übrigens diese Abhängigkeit ist, lässt sich nicht angeben, nur das ist sicher, dass die Entfernungen, in der die Kräfte wirksam sind, überhaupt nur unmessbar klein sind, dass die Kräfte unmerklich werden, sobald eine messbare Entfernung zwischen den Lichttheilchen und den Molekülen der materiellen Körper besteht. Die Entfernung

[1]) Huyghens. Traité de la lumière. Chap. III. Fresnel. Erklärung der Reflexion nach der Undulationstheorie. Poggend. Ann. XXX.

der materiellen Körpertheilchen selbst ist aber gegen die Grösse ihrer Wirkungssphären selbst sehr gering.

Mit Hülfe dieser Annahmen sind wir nun im Stande, das Reflexionsgesetz an vollkommen ebenen Flächen als auch in der Emissionstheorie begründet zu erkennen. Denn denken wir uns irgend ein Lichttheilchen in der Richtung *Ac* gegen eine vollkommen ebene Fläche sich hinbewegen, so können wir die Geschwindigkeit desselben in zwei zu einander senkrechte Componenten zerlegen, deren eine *ab* senkrecht, deren andere *bc* parallel ist der reflectirenden Fläche *MN*.

Fig. 18.



Da nun sämmtliche in der Fläche *MN* liegenden Körpertheilchen, soweit sie überhaupt auf das Lichttheilchen einwirken, wenn es in die unmittelbare Nähe der Fläche gekommen ist, gleich stark das Lichttheilchen anziehen oder abstossen, so ist klar, dass die Anziehung oder Abstossung der Körpertheile auf das Licht senkrecht zur Fläche *MN* gerichtet sein muss, da es nach allen in der Horizontalebene möglichen Richtungen zugleich ganz gleich stark angezogen und abgestossen wird.

Die horizontale Componente der Geschwindigkeit der Lichttheilchen wird daher auch innerhalb der Wirkungssphäre der Moleküle der Körper durchaus ungeändert bleiben, und nur die verticale Componente eine Aenderung erfahren. Ehe nun die Lichttheilchen in die Anziehungssphäre der Körpermoleküle kommen, haben sie die Abstossungssphäre zu passiren, in welcher die vertical gegen die Fläche *MN* gerichtete Kraft vermindert wird. Nun ist es möglich, dass in dieser Abstossungssphäre durch die Wirkung der Körpermoleküle die verticale Geschwindigkeit der Lichttheilchen ganz vernichtet wird; diese Lichttheilchen dringen dann gar nicht in die Anziehungssphäre ein, sie werden daher, da die Abstossung fortdauert, so lange die Lichttheilchen innerhalb der abstossenden Sphäre sich befinden, die abstossende Kraft also noch thätig ist, nachdem schon die verticale gegen die Fläche gerichtete Geschwindigkeit vernichtet ist, von der Fläche zurückgestossen. Da nun ferner auf dem Rückwege aus dieser Sphäre die Lichttheilchen eben so lange und ebendenselben abstossenden Kräften ausgesetzt sind, welche die gegen die Fläche gerichtete Geschwindigkeit vernichteten, so müssen sie von denselben eine gegen die Fläche senkrechte von ihr fort gerichtete Geschwindigkeit erhalten, welche derjenigen, mit welcher sie sich gegen die Fläche hinbewegten an Grösse genau gleich ist.

Aus der behaltenen mit der Fläche parallelen Geschwindigkeit *cb'* und dieser senkrechten von der Fläche fortgerichteten *b'a'* resultirt nach

den Gesetzen der Mechanik, gerade wie beim Stoss der Körper eine von der Fläche fort gerichtete Bewegung, welche gegen das Einfallsloth aber an der entgegengesetzten Seite dieselbe Neigung hat, als der einfallende Lichtstrahl. Da ferner die Aenderung der Geschwindigkeit nur die normale Geschwindigkeit betraf, so muss der reflectirte Strahl in der durch den einfallenden Lichtstrahl und das Einfallsloth bestimmten Ebene liegen, und da ferner die horizontale Geschwindigkeit ungeändert, die verticale der des einfallenden Lichtes an Grösse genau gleich ist, so muss die Geschwindigkeit des reflectirten Lichtes der des einfallenden Lichtes gleich sein.

Zwei Schwierigkeiten bleiben aber bei dieser Ableitung des Reflexionsgesetzes noch bestehen. Zunächst bedarf es der Annahme, dass die Fläche wenigstens innerhalb der Wirkungssphäre der Moleküle des Körpers vollkommen eben sei, eine Annahme, welche für alle noch so glatt polirten reflectirenden Flächen gewiss nicht besteht; denn der Akt des Polirens besteht in einem Abschleifen der Oberfläche mit feinem Pulver, und der Erfolg dieses Abschleifens kann nur der sein, dass die grossen Unebenheiten fortgenommen, dafür aber die Fläche eine Anzahl sehr feiner Risse erhalten hat, welche in Bezug auf die Grösse der Lichttheilchen noch sehr gross sind. Um diese Schwierigkeit zu heben, dient die erwähnte Annahme, dass die Wirkungssphäre der Moleküle gegen ihren Abstand sehr gross ist, und dass eben dadurch eine gleichmässige Anziehungs- und Abstossungssphäre entsteht. Die Unebenheiten äussern ihren Einfluss aber doch und zwar dadurch, dass auch die glatteste Fläche Licht unregelmässig zurückwirft und dadurch selbst sichtbar wird.

Die andere Schwierigkeit fordert indess zu ihrer Hinwegräumung eine neue Hypothese. Wir sahen nämlich vorhin, dass beim Auftreffen eines Lichtstrahles niemals alles Licht zurückgeworfen wird, sondern immer ein Theil in das zweite Mittel eintritt. Da nun aber alle Lichttheilchen mit gleicher Geschwindigkeit auf der Fläche auftreffen, und wenigstens die Lichttheilchen gleicher Farbe, auch in ganz gleiser Weise von den Molekülen der Körper afficirt werden, so ist es nach dem bisherigen absolut nicht abzusehen, wie es dann möglich ist, dass ein Theil des Lichtes zurückgeworfen und ein anderer gebrochen wird; es ist vielmehr nothwendig, wenn alle unter den gleichen Umständen sich gegen die Fläche hinbewegen, dass entweder alle Lichttheilchen zurückgeworfen oder alle in den Körper hineingezogen werden.

Zur Hebung dieser Schwierigkeit legte Newton den Lichttheilchen eine eigenthümliche Beschaffenheit bei, welche er Anwandlungen des leichtern Durchgehens und des leichtern Zurückgeworfenwerdens nannte. Er glaubte, dass jedes Lichttheilchen während seines Weges in abwechselnd periodische Zustände versetzt werde, vermöge deren es in dem

einen Zustande leichter den anziehenden, in dem andern leichter den abstossenden Kräften der Moleküle folge; in dem einen also leichter in den Körper eindringe, in dem andern leichter von ihm zurückgeworfen werde. Die an der Grenze in einem Lichtstrahle ankommenden Lichttheilchen sind nun in den verschiedenen Zuständen, sie werden daher theils zurückgeworfen, theils in den Körper hineingezogen.[1])

Mit Hülfe dieser Annahme wird also die Möglichkeit einer Theilung des Lichtes an der Grenze gezeigt, und das Reflexionsgesetz, soweit es die Richtung und Lage des reflectirten Strahles betrifft, erklärt. Die Richtung des reflectirten Lichtes ist jedoch nicht das einzige, was bei der Reflexion zu beachten ist, sondern auch seine Intensität, die Frage nach dem quantitativen Verhältniss der Theilung des Lichtes bei Brechung und Reflexion. Wir werden diese an einer andern Stelle betrachten, wenn wir die Mittel kennen, um diese Frage experimentell zu untersuchen. Hier werde nur bemerkt, dass die Intensität des reflectirten Lichtes mit dem Einfallswinkel zunimmt, und dass sie je nach der Beschaffenheit des reflectirenden Mittels anders ist. Eine polirte Glastafel reflectirt Licht bei jeder Incidenz, eine mattgeschliffene bei kleinen Incidenzwinkeln gar nicht, bei grossen gibt sie ein deutliches, wenn auch schwaches Bild einer Lichtquelle. Um diese Erscheinung zu erklären, bedurfte Newton noch einer weitern Hypothese, dass nämlich auch die Schiefe, unter welcher ein Lichtstrahl auf eine reflectirende Fläche auffällt, von bestimmendem Einfluss auf die Reflexionsfähigkeit ist.

Wenn nun auch beide Theorien im Stande sind, die Reflexion des Lichtes zu erklären, so werden wir doch nicht umhin können, schon hier einer der beiden Theorien, der Wellentheorie, den Vorzug zu geben. Es ist das Kennzeichen einer guten Hypothese, dass sie aus einem einzigen obern Grundsatze ohne Zuhülfenahme neuer Annahmen die zusammengehörigen Erscheinungen, zu deren Erklärung sie dienen soll, ableiten kann. Dieses Kennzeichen bietet uns schon an dieser Stelle die Wellentheorie, sie bedarf zur Erklärung der Reflexionserscheinungen nur der Annahme, welche durch unsere Kenntniss der in der Materie vorhandenen Kräfte sich uns von selbst aufdrängt, der Annahme, dass die uns schon längst bekannten anziehenden Kräfte der Materie sich auch auf den Aether erstrecken, und dass demnach die Dichte oder Elasticität des Aethers in den verschiedenen Körpern eine verschiedene sei. Die Emissionstheorie dagegen bedarf selbst zur Erklärung der Richtung des reflectirten Lichtes zweier neuer Hypothesen, die wir nur als willkürliche und speciell für diese Erscheinungen ersonnene bezeichnen

---

[1]) Newton. Optice liber II, pars III, propositio IX ff. — Herschel. On Light. §. 526 ff. — Biot. Lehrbuch der Experimentalphysik, übers. von Fechner. 4. Band.

können, die Hypothese über den Wechsel der anziehenden und abstossenden Kräfte und diejenige der Anwandlungen. Wenn wir uns daher auch hier noch nicht definitiv für die eine oder andere Theorie entscheiden, so wird uns doch die Undulationstheorie als die wahrscheinlich richtigere erscheinen.

10 **Anwendungen der Spiegelung an ebenen Flächen.** Die Spiegelung des Lichtes an ebenen Spiegeln wird vielfach zu physikalischen, astronomischen und andern Apparaten angewandt, theils um den Lichtstrahlen eine bestimmte Richtung zu ertheilen, theils zu Messapparaten.

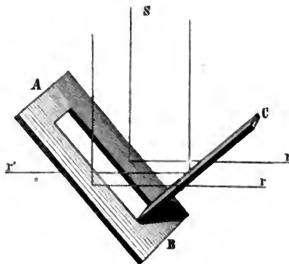
Ersteres geschieht vorzüglich mittels des Heliostaten. Man bedarf oft zu physikalisch-optischen Versuchen parallelen sehr intensiven Lichtes in einem sonst dunkeln Raume. Die einzige Lichtquelle, welche uns solches liefert, ist die Sonne; macht man in den von der Sonne beschienenen Laden eines sonst dunklen Zimmers eine Oeffnung, so tritt durch diese in das Zimmer ein Bündel paralleler Sonnenstrahlen. Indess ist es schwierig, diese direct zu den Versuchen zu brauchen, da diese Strahlen nur in einer bestimmten und noch dazu mit dem Stande der Sonne veränderlichen Richtung in das Zimmer treten. Sowohl um diesen Strahlen eine beliebige Richtung zu geben, als auch, um sie in der einmal gegebenen Richtung festzuhalten, dient der Heliostat. Derselbe besteht einfach aus einem ebenen Spiegel, am besten von polirtem Metall oder schwarzem Glase, welcher vor dem Fensterladen so befestigt wird, dass er nach zwei zu einander senkrechten Richtungen drehbar ist. Entweder geschieht die Drehung mit der Hand durch eine gezähnte Scheibe und eine Schraube ohne Ende, welche an die in der Ebene des Spiegels liegende Axe desselben eingreift oder durch ein Uhrwerk. Eine Drehung des Spiegels ändert die Richtung des Einfallslothes, und man sieht, wie man dadurch bewirken kann, dass die in immer anderer Richtung einfallenden Sonnenstrahlen stets nach derselben Richtung zurückgeworfen werden, indem man dafür sorgt, dass die zur Spiegelebene senkrechte Richtung, die Normale derselben immer in der durch die einfallenden Sonnenstrahlen und die Richtung, nach der sie reflectirt werden sollen, bestimmten Ebene liegt, und zugleich den Winkel, den die Sonnenstrahlen mit jener festen Richtung bilden, halbirt. Der zu dem Zweck anzuwendende Mechanismus bedarf wohl keiner nähern Beschreibung.

Wenn man zwei Spiegel unter einem rechten Winkel zusammensetzt, so dass die innern Flächen des Winkels die reflectirenden Flächen sind, und die Spiegel, so einem Bündel paralleler Lichtstrahlen entgegensetzt, dass die einfallenden Lichtstrahlen den Winkel halbiren, so bewegen sich die von beiden Spiegeln reflectirten Strahlen gerade nach entgegengesetzten Richtungen.

Haben nun die Spiegel die Fig. 19 dargestellte Zusammensetzung, so werden die von S aus auf den Spiegel *AB* fallenden Strahlen nach *r*, die auf *CB* fallenden Strahlen nach *r'* geworfen.

Dieser Satz ist von Gauss in seinem Heliotropen zum Signalgeben bei geodätischen Messungen benutzt worden.

Fig. 19.



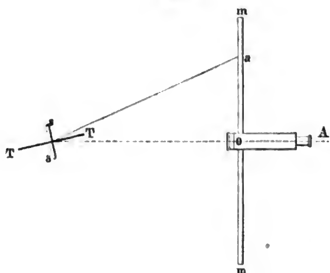
Eine solche Spiegelcombination wird vor das Objectiv eines Fernrohrs angebracht, dessen Axe durch eine im Spiegel *C* befindliche Oeffnung hindurchgeht, und welches auf den Ort eingestellt ist, wohin man signalisiren will. Die Spiegelcombination kann nun nach allen möglichen Richtungen hin gedreht werden, demnach auch so, dass, welches auch der Stand der Sonne ist, die einfallenden Sonnenstrahlen den Winkel der beiden Spiegel halbiren, und zugleich die Strahlen, welche von dem einen Spiegel reflectirt werden, in die Axe des Fernrohrs geworfen werden. Ist das der Fall, so werden die von dem andern Spiegel reflectirten Strahlen nach dem Orte hingeworfen, auf welchen das Fernrohr gerichtet ist. Man kann daher nach diesem Orte beliebige Lichtblitze hinsenden und auf diese Weise beliebige Signale geben.

Das Reflexionsgoniometer von Wollaston, welches dazu dient, die Winkel zu messen, welche zwei Krystall- oder Prismen-Flächen mit einander bilden, ist ebenfalls eine Anwendung der Spiegelung. Vor der Axe eines Rohres und um eine die Axe des Rohres schneidende und zu ihr senkrechte, mit der Kante, in welcher sich die beiden Flächen schneiden, parallele Axe drehbar, wird der zu untersuchende Körper so aufgestellt, dass von einer seiner Flächen das Bild eines fernen Gegenstandes in die Axe des Rohres geworfen wird. Darauf wird der Körper um seine Axe gedreht, so lange, bis das Bild desselben Gegenstandes durch Reflexion an der zweiten Fläche in die Axe des Rohres geworfen wird. Dann steht die zweite Fläche gerade so, wie vorhin die erste, und der Winkel, um welchen man den Körper gedreht hat, ist das Supplement des Winkels, den die beiden Flächen mit einander bilden.

Eine Anwendung der Spiegelungsgesetze, um kleine Winkel zu messen, um welche sich bei der Torsion ein Faden oder ein um eine verticale Axe drehbarer Magnet gedreht hat, haben wir bereits im ersten Theile bei Gelegenheit der Versuche von Cavendish über die Dichtigkeit der Erde erwähnt.

An die Drehungsaxe des drehbaren Körpers *TT* wird ein ebener Spiegel befestigt (Fig. 20) *ss*, wo wir uns die Drehungsaxe senkrecht zur Ebene der Zeichnung denken. In einiger Entfernung davon ist dem Spiegel ein Fernrohr gegenübergestellt, unter welchem ein Maassstab *mm* so angebracht ist, dass, wenn der Spiegel *ss* in seiner Ruhelage ist, der Beobachter bei *A* durch das Fernrohr hindurch in dem Spiegel den Nullpunkt der Theilung gespiegelt sieht. Dreht sich dann der Spiegel um irgend einen kleinen Winkel, so sieht man von *A* aus in dem Spiegel das Bild irgend eines andern Theilstriches *a*. Aus dem Abstand dieses Theilstriches *oa* vom Nullpunkte der Skala und der Entfernung *os* des Maassstabes vom Spiegel kann man dann leicht den Winkel berechnen, um welchen sich der Spiegel gedreht hat. Der einfallende Lichtstrahl *as* bildet dann mit dem reflectirten *ss* einen Winkel $2a$, dessen Tangente gleich ist

Fig. 20.



$$\text{tang } 2\alpha = \frac{oa}{os}.$$

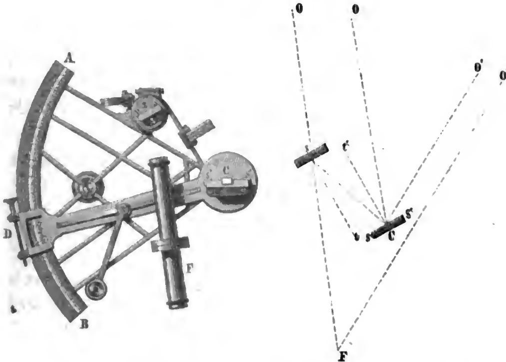
Jeder der beiden Strahlen *as* und *os* bildet dann mit dem Einfallslothe des Spiegels den Winkel α. In der Ruhelage, als der Nullpunkt der Skala gespiegelt wurde, fiel der einfallende Strahl *os* mit dem reflectirten *so* und beide mit dem Einfallslothe zusammen. In der abgelenkten Lage bildet nun die Richtung der Spiegelnormale mit der frühern Richtung derselben *os* den Winkel α, um diesen Winkel hat sich also der Spiegel und mit ihm der Stab *TT* gedreht. Der Stab hat sich also um die Hälfte desjenigen Winkels gedreht, dessen Tangente gleich dem Quotienten der beiden Abstände *oa* und *as* ist, welche beide mit sehr grosser Genauigkeit gemessen werden können.

Der Spiegelsextant von Hadley, der den Zweck hat, durch eine einzige Beobachtung den Winkel zu messen, den die von dem Beobachter nach zwei festen Punkten gehenden Richtungen mit einander bilden, beruht auf einem ganz ähnlichen Princip.

An einer Stelle des festen Radius *CA* eines Kreissectors *CAB* (Fig. 21), der gewöhnlich den sechsten Theil des Kreisumfanges beträgt, ist ein ebenes Spiegelchen *s*, parallel dem Radius *CB* und senkrecht zur Ebene des Kreissectors befestigt. Dem Spiegel gegenüber ist ein Fernrohr *F* mit Fadenkreuz so angebracht, dass ein in der Richtung *CA* oder *Cs* auf

den Spiegel fallender Strahl nach *F* parallel der Fernrohraxe reflectirt wird. Der Spiegel *s* und das Fernrohr *F* sind auf dem Apparate fest angebracht.

Fig. 21.



Um den Mittelpunkt *C* des Kreissectors *CAB* dreht sich eine Alhidade *CD*, die einen auf der Ebene des Kreissectors senkrechten kleinen Planspiegel trägt, der mit der Alhidade um die durch seine Ebene hindurchgehende, zur Ebene des Sectors in *C* senkrechte Axe drehbar ist. Bei einer Drehung der Alhidade wird also die Spiegelebene oder Spiegelnormale um denselben Winkel gedreht. Der Kreisbogen *AB* ist von *B* an, wo der Nullpunkt der Theilung ist, in halbe Grade getheilt, die halben Grade sind jedoch meist als ganze bezeichnet, indem dann bei einer Beobachtung die abgelesenen Zahlen sofort den gesuchten Winkel angeben.

An der Alhidade ist ein Nonius angebracht, der Bruchtheile des Grades gibt.

Wenn nun der Nullpunkt des an dem beweglichen Radius befestigten Nonius auf dem Nullpunkt der Theilung steht, so sind die beiden Spiegel *s* und *s'* einander parallel; diese Stellung wird ihnen beim Beginne jeder Messung gegeben.

Um nun den Winkel zu bestimmen, welchen die nach zwei entfernten Punkten *O* und *O'* gezogenen Richtungslinien *FO* und *FO'* (man sehe die Nebenfigur) bei *F* mit einander bilden, wird der Sextant so vor dem Auge gehalten, dass die Fernrohraxe parallel mit *FO* ist, und die Ebene des Kreissectors mit der durch *FO* und *FO'* gelegten Ebene zusammenfällt. Der Spiegel *s* besteht aus einer planparallelen Glasplatte, deren untere Hälfte belegt, deren obere Hälfte jedoch durchsichtig ist. Durch

die obere durchsichtige Hälfte sieht man dann, wenn man durch das Fernrohr blickt, den Ort O, zugleich aber auch in der belegten Hälfte des Glases in dem Spiegel durch doppelte Reflexion bei s' und s das Spiegelbild desselben Punktes O. Denn die von dem fernen Punkte O ausgehenden und den Spiegel s' treffenden Strahlen sind parallel den Strahlen OF, welche direct das Fernrohr treffen. Diese Strahlen werden nun nach Cs und von s nach F reflectirt, da der Winkel $Fsc = scO$ und somit die Spiegelnormale ct' den Winkel sCO ebenso halbirt, wie die mit ihr parallele Spiegelnormale st des Spiegels s den Winkel Fsc.

Wird dann der Spiegel s' mit der Alhidade CD so weit gedreht, dass man jetzt von F aus in dem Spiegel s unmittelbar unter dem direct gesehenen Punkte O das Spiegelbild des Punktes O' sieht, sowie man vorher das Spiegelbild des Punktes O sah, so ist der Winkel OFO' gleich dem doppelten des Winkels, um welchen man die Alhidade gedreht hat. Sind also, wie vorhin erwähnt, auf der Theilung die halben Grade als ganze gezählt, so ergibt eine einfache Ablesung den gesuchten Winkel OFO'.

Damit man nämlich in F durch die Reflexion bei s' und s die von O' kommenden Strahlen wahrnehme, muss der Spiegel s' so weit gedreht werden, dass die Strahlen $O'C$ nach cs reflectirt werden, also so weit, dass die Spiegelnormale Ct' den Winkel $O'Cs$ halbirt. Nennen wir nun den Winkel, den die Strahlen OC mit Cs bilden x und den Winkel, den die Strahlen $O'C$ mit OC bilden, den Winkel, den wir suchen y, so ist der Winkel

$$O'Cs = x + y.$$

In der anfänglichen Lage halbirte die Spiegelnormale den Winkel x oder

$$sCt' = \tfrac{1}{2}\, x,$$

nachdem wir den Spiegel und somit die Spiegelnormale um den an der Theilung abzulesenden Winkel α gedreht hatten, bis er in s das Bild von O' lieferte, halbirt sie den Winkel $x + y$, oder

$$sCt' + \alpha = \tfrac{1}{2}\,(x + y)$$

und daraus folgt

$$2\alpha = y.$$

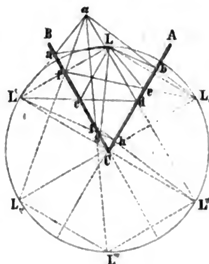
Da nun der Winkel $O'CO = y$ gleich ist dem gesuchten Winkel $O'FO$, so gibt uns die Verdoppelung des Winkels, um welchen wir die Alhidade gedreht haben, den gesuchten Winkel.

Der Spiegelsextant dient besonders zu geographischen Ortsbestimmungen mittels der Messungen von Sternhöhen, wenn man, wie auf

Reisen, nicht im Stande ist, genauere astronomische Beobachtungen zu machen. [1])

Wenn man zwei Spiegel unter irgend einem spitzen Winkel zusammensetzt, so erhält man von einem zwischen denselben angebrachten leuchtenden Punkte stets mehrere Bilder, indem gewissermassen die Bilder des einen Spiegels in dem andern Spiegel nochmals reflectirt werden und so zu neuen Bildern Anlass geben. Sind z. B. *CA* und *CB* (Fig. 22) zwei unter einem Winkel von 60^0 gegen einander geneigte Spiegel, so erhält man 5 Bilder von einem zwischen denselben liegenden leuchtenden Punkte L, welche alle auf dem Umfange eines mit dem Radius *CL* beschriebenen Kreises liegen, und welche mit dem leuchtenden Punkte zusammen die 6 Ecken eines in den Kreis beschriebenen Sechseckes bilden, das ein regelmässiges Kreissechseck wird, wenn *L* auf der Halbirungslinie des Winkels *ACB* liegt.

Fig. 22.



Der Spiegel *CB* gibt von *L* zunächst das Bild *L'*, welches eben so weit hinter *CB* wie *L* vor *CB* liegt; von *L'* gibt der Spiegel *CA* das Bild *L''* und von diesem *CB* das Bild *L'''*. Der Spiegel *CA* liefert von *L* das Bild $L,$ von diesem *CB* das Bild $L_{,,}$ und davon *CA* wieder *L'''*.

Wie die Bilder entstehen, sieht man, wenn man den Gang der von *L* ausgehenden und bei α das Auge treffenden Strahlen verfolgt. *La* und *Lb* werden direct nach α reflectirt, sie geben die Bilder *L'* und $L_,$. *Lc* gelangt nach einer zweiten Reflexion bei *d*, *Le* nach einer zweiten Reflexion bei *f* ins Auge bei α, sie geben daher die Bilder *L''* und $L_{,,}$. *Lg* schliesslich wird zunächst nach *h* und von dort nach *i* und weiter nach α reflectirt, es gibt *L'''* als Bild von *L''* und auch von $L_{,,}$.

Dass die Bilder auf dem Umfange eines Kreises liegen, folgt unmittelbar daraus, dass jedes Bild so weit hinter dem Spiegel liegt, wie der es erzeugende Punkt vor dem Spiegel. Zwei von dem leuchtenden Punkte und seinem Bilde nach einem Punkte des Spiegels gezogene Geraden müssen daher gleich sein. Es müssen daher auch die nach dem beiden Spiegeln gemeinschaftlichen Punkte *C* gezogenen Geraden oder $CL = CL' = CL,$ und ebenso $CL'' = CL'$, $CL''' = CL''$, $CL_{,,} = CL_, = CL'''$ sein, oder alle Punkte *L* müssen gleich weit von *C* entfernt sein. Die Bilder liegen demnach alle auf dem mit *CL* um *C* beschriebenen Kreise.

---

[1]) Man sehe Bohnenberger geographische Ortsbestimmungen vorzüglich mittels des Spiegelsextanten, 2. Aufl., besorgt von Jahn. Göttingen 1852.

Dass in diesem Falle gerade 5 Bilder entstehen müssen, oder dass L''' das Bild von L'' und $L_{,,}$ ist, somit kein neues Bild mehr erzeugen kann, erhält man auf folgende Weise. Ist der Winkelabstand des Punktes L von CB oder der Winkel $LCB = \varphi$, so ist $LCA = 60^0 - \varphi$. Der Winkel LCL' ist dann, da die Kreissehne LL' von CB halbirt wird, gleich 2φ und $LCL_{,} = 120^0 - 2\varphi$. Der Winkel $L'CA$, der Winkelabstand des Punktes L' vom Spiegel CA, der das Bild L'' entwirft, ist $60^0 + \varphi$, also $L'CL'' = 2 . L'CA = 120^0 + 2\varphi$. Der Winkel $L''CL$, oder der Winkelabstand der Punkte L'' und L ist dann 120^0. Von L'' erzeugt der Spiegel CB das Bild L'''. Der Winkel $L''CB$ ist $120^0 + \varphi$, demnach $L''CL''' = 240^0 + 2\varphi$ und ziehen wir davon den Winkelabstand der Punkte L'' und L ab, so erhalten wir als Abstand des dritten Bildes L''' von L $120^0 + 2\varphi$.

Andrerseits erzeugt CB ein zweites Bild von $L_{,}$. Der Winkel $L_{,}CB$ gleich $L'CL + LCB$ ist gleich $120^0 - 2\varphi + \varphi = 120^0 - \varphi$. Der Winkel BCL'' ist daher ebenfalls $120^0 - \varphi$. Von $L_{,,}$ erzeugt nun CA ein drittes Bild, dessen Winkelabstand ACL''' von AC gleich ist dem Winkel $ACL_{,,} = 120^0 - \varphi + BCA$ gleich $180^0 - \varphi$. Der Winkelabstand dieses Punktes von L ist daher $ACL''' + LCA$ gleich $180^0 - \varphi + 60^0 - \varphi = 240^0 - 2\varphi$.

Das Bild L''' des Punktes L'' liegt von L nach links herum in einem Abstande $120^0 + 2\varphi$, das Bild L''' des Punktes L'' nach rechts herum in $240^0 - 2\varphi$. Die Summe beider ist aber 360^0, das heisst, beide Bilder liegen an demselben Punkte des Kreisumfanges. Ist φ gleich 30^0, so ist der Winkelabstand aller Bilder 60^0.

Ist nun allgemein der Winkel, den die beiden Spiegel mit einander bilden $\frac{1}{n}$ des Kreisumfanges, so ist, wenn n eine ganze Zahl ist, die Anzahl der Bilder, wie man in ganz gleicher Weise erhält $n - 1$.

Die Vervielfachung der Bilder wird in dem Brewster'schen Kaleidoscop angewandt, um mittels weniger bunter Glasstückchen die mannigfachsten symmetrischen Figuren zu erhalten. Die Einrichtung des vielfach verbreiteten Apparates darf wohl als bekannt vorausgesetzt werden.

11 **Reflexion an krummen Flächen.** Krumme Flächen können wir als eine Reihenfolge gegen einander geneigter kleiner Ebenen bezeichnen, indem in jedem Punkte ein unendlich kleines Stück der Fläche mit der an diesem Punkte an die krumme Fläche gelegten Berührungsebene zusammenfällt. Das Reflexionsgesetz muss daher für krumme Flächen dasselbe sein, wie für ebene, die Reflexion geht so vor sich, als fände sie an den Berührungsebenen statt, welche den verschiedenen Punkten der reflectirenden Fläche entsprechen.

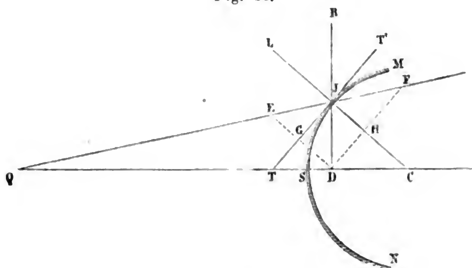
Der reflectirte Lichtstrahl liegt daher in derjenigen Ebene, welche durch den einfallenden Lichtstrahl und das Einfallsloth, die zu dem

betreffenden Punkte gehörige Normale der Fläche, bestimmt wird, und bildet mit dieser Normale denselben Winkel, als der einfallende Lichtstrahl. Der Unterschied zwischen der Reflexion an ebenen und krummen Flächen besteht nur darin, dass an ebenen Flächen die Einfallslothe alle parallel sind, während sie an krummen Flächen alle verschiedene Richtungen haben, welche von der Natur der krummen Fläche bestimmt sind. Die Richtung, nach welcher die eine krumme Fläche treffenden Strahlen von derselben zurückgeworfen werden, hängt daher von dem Gesetze ab, nach welchem die Fläche gekrümmt ist, und kann, wenn dieses Gesetz bekannt ist, durch Rechnung oder Construction bestimmt werden. Die Lösung dieser Aufgabe gehört daher mehr in das Gebiet der Geometrie als der Physik; wir wollen sie daher auch nicht in ihrer allgemeinsten Form behandeln, sondern nur die Reflexion an kugelförmigen Spiegeln betrachten, da sie die einzigen sind, welche wir später benutzen werden, und da sie fast ausschliesslich in der praktischen Optik angewandt werden.

Bei der Kugel fallen bekanntlich, da der an irgend einen Punkt derselben gezogene Radius auf der an denselben Punkt gelegten Berührungsebene senkrecht steht, die Normalen mit den Radien zusammen. Für einen die Kugel in irgend einem Punkte treffenden Lichtstrahl ist daher der an diesen Punkt gezogene Radius das Einfallsloth.

Sei nun *MN* (Fig. 23) ein Durchschnitt durch eine entweder an ihrer convexen oder ihrer concaven Seite spiegelnde Kugelfläche, *C* ihr Mittelpunkt und *Q* ein leuchtender Punkt, der im Abstande *QC* von dem Mittelpunkte des Spiegels einen Strahlenkegel auf den Spiegel sendet.

Fig. 23.



Die Richtung des von irgend einem Punkte *J* des Durchschnitts zurückgeworfenen Strahles wird bestimmt sein, wenn wir ausser dem Punkte *J* noch den Punkt *D* kennen, in welchem der Strahl *JR* entweder wirklich oder rückwärts verlängert, die Verbindungslinie *QC* des

leuchtenden Punktes mit dem Mittelpunkte C der Kugel schneidet. Der Punkt J, an welchem die Reflexion stattfindet, ist bestimmt durch den Abstand CT des Punktes T, in welchem die an J gelegte Tangente die Gerade QC schneidet, von dem Mittelpunkte C, der Punkt D durch den Abstand CD.

Legen wir nun durch den Punkt D die Linie $DE \parallel CJL$ dem Einfallslothe des Punktes J, so ist bekanntlich

$$\frac{CD}{CQ} = \frac{JE}{JQ} \ldots 1.$$

Und legen wir ebenso durch den Punkt D die Linie $DF \parallel TJ$ der an den Punkt J gelegten Tangente, so ist aus denselben Gründen

$$\frac{DT}{TQ} = \frac{FJ}{JQ} \ldots 2.$$

Dividiren wir nun die beiden Gleichungen 1 und 2 durch einander, so wird

$$\frac{CD}{CQ} : \frac{DT}{TQ} = \frac{JE}{JQ} : \frac{JF}{JQ} = \frac{JE}{JF}.$$

Da nun nach unserer Construction

$$ED \parallel JC$$

und da JC als Radius senkrecht ist zur Tangente JT, so folgt, dass

$$ED \perp JT; \quad \sphericalangle EGJ = DGJ.$$

Nach dem Reflexionsgesetz ist nun weiter

$$\sphericalangle EJG = RJT,$$

und da als Scheitelwinkel

$$\sphericalangle RJT = DJG,$$

so ist auch

$$\sphericalangle EJG = DJG,$$

und somit sind die Dreiecke EJG und GJD deckend, oder

$$EJ = DJ.$$

Genau ebenso erhält man

$$JF = DJ$$

und somit

$$EJ = JF,$$

und daraus

$$\frac{CD}{CQ} = \frac{DT}{TQ} \ldots 3,$$

oder

$$CD = \frac{CQ \cdot DT}{TQ}.$$

Nun ist

$$DT = CT - CD,$$

demnach

$$CD = \frac{CQ(CT - CD)}{TQ}$$

$$CD = \frac{CQ \cdot CT}{CQ + TQ}.$$

Man sieht demnach, der Abstand CD, in welchem der reflectirte Strahl bei einem gegebenen Kugelspiegel die Verbindungslinie des leuchtenden Punktes mit dem Mittelpunkte schneidet, hängt ab von dem Abstande CQ des leuchtenden Punktes, von dem Mittelpunkte und der Lage des Punktes J auf dem Spiegel, welche durch die Länge CT bestimmt wird.

Für alle Punkte des Spiegels, für welche CT denselben Werth hat, ist bei constantem Abstande des leuchtenden Punktes vom Mittelpunkte der Kugel, die Lage des Punktes D auf der Verbindungslinie QC dieselbe. Denken wir uns daher Fig. 23 um QC als Axe sich herumdrehen, so wird das Element J der Kugelfläche einen Ring beschreiben, und sämmtliche von Q aus diesen Ring treffende Strahlen werden so reflectirt, dass sie in der That oder rückwärts verlängert die Axe QC im Punkte D schneiden. Diese Strahlen werden daher sämmtlich im Punkte D zusammentreffen, oder von demselben herzukommen scheinen; man nennt daher den Punkt D den Brennpunkt des betreffenden Ringes.

Für die verschiedenen Punkte des Durchschnittes hat CT verschiedene Werthe, und somit besitzen die von diesen beschriebenen reflectirenden Ringe verschiedene Brennpunkte, da jeder andere Werth von CT einen andern Werth für CD ergibt.

Je näher nun aber der Punkt J dem Durchschnittspunkte der Linie QC und des Spiegels MN, dem Scheitel S, rückt, um so näher rückt auch der Punkt T, in welchem die an J gelegte Tangente die Axe QC schneidet, dem Scheitel S, um schliesslich, wenn der Punkt J mit S zusammenfällt, ebenfalls mit S zusammenzufallen. Ist nun der Spiegel im Verhältniss zum Radius der Kugel nur klein, so wird auch für die andern Punkte J der Punkt T nicht weit von S liegen und mit sehr grosser Annäherung

$$CT = CS = r$$
$$TQ = SQ = a - r$$

sein, wenn wir mit r den Radius des Kugelspiegels und mit a den Abstand des leuchtenden Punktes von dem Mittelpunkte des Spiegels bezeichnen. Für einen solchen Kugelspiegel mit kleiner Oeffnung ist daher

$$CD = \frac{a \cdot r}{a + a - r} = \frac{a \cdot r}{2a - r}.$$

Diese Ableitung gilt nach unserer Construction zunächst nur für Kugelflächen, welche dem Lichtstrahl ihre convexe Seite darbieten, indess gilt unser Ausdruck gerade so für concave Spiegel. Denn es ist klar, dass wenn D (Fig. 23) der leuchtende Punkt ist und DS der einfallende Lichtstrahl, dass dann QJF die Richtung des reflectirten Strahles ist. Dessen Richtung ist durch den Abstand CQ bestimmt, in welchem der Strahl die Axe schneidet.

Um dieselbe daher zu bestimmen, haben wir nur obige Gleichung anstatt nach CD nach CQ aufzulösen und erhalten

$$CQ = \frac{CD \,.\, TQ}{DT} = \frac{CD(CQ - CT)}{CT - CD},$$

$$CQ = \frac{CD \,.\, CT}{2CQ - CT}.$$

Nun ist aber hier nicht CQ, sondern CD der Abstand des leuchtenden Punktes vom Mittelpunkte, also

$$CD = a; \quad CT = r,$$

somit

$$CQ = \frac{ar}{2a - r}$$

genau der vorhin für CD gefundene Ausdruck.

Wenn demnach auf einen kugelförmigen Hohl- oder Convex-Spiegel von kleiner Oeffnung von einem leuchtenden Punkte Q ein Strahlenkegel fällt, so werden alle Strahlen so reflectirt, dass sie in einem Brennpunkte sich vereinigen oder von einem Brennpunkte herzukommen scheinen, der auf der Verbindungslinie des leuchtenden Punktes mit dem Mittelpunkte des Spiegels liegt, und dessen Abstand von dem Mittelpunkte bestimmt wird von dem Radius des Kugelspiegels und der Entfernung des leuchtenden Punktes vom Mittelpunkte[1]).

12 **Reflexion an kugelförmigen Convexspiegeln. Bilder.** Kugelspiegel können den ankommenden Lichtstrahlen entweder ihre convexe oder ihre concave Seite darbieten, die Erscheinungen werden darnach verschieden sein. Bezeichnen wir den Abstand des Brennpunktes vom Mittelpunkte mit f, so haben wir für convexe Spiegel

$$f = \frac{ar}{2a - r}.$$

Da nun bei convexen Spiegeln der Spiegel sich fast immer zwischen dem leuchtenden Punkte und dem Mittelpunkte des Spiegels befindet, so wird meist

$$a > r.$$

Setzen wir daher

$$a = b + r,$$

worin b den Abstand des leuchtenden Punktes vom Scheitel des Spiegels bedeutet, so wird für einen vor dem Spiegel liegenden leuchtenden Punkt

$$f = r\,\frac{b + r}{2b + r}.$$

---

[1]) Die Behandlung dieser Aufgabe für Rotationsflächen überhaupt auf analytischem Wege gibt Herschel. On Light I. §. IV.

Da nun der Zähler in diesem Ausdrucke für f stets kleiner ist, als der Nenner, so folgt, dass stets

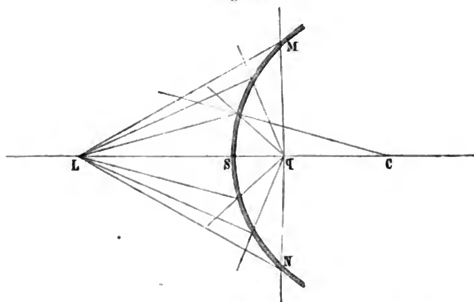
$$f < r,$$

oder der Brennpunkt des auf einen kugelförmigen Convexspiegel fallenden Strahlenkegels immer zwischen dem Mittelpunkte und dem Spiegel liegt; er fällt, wo auch der leuchtende Punkt vor dem Spiegel liege, immer hinter den Spiegel.

Die reflectirten Strahlen schneiden sich daher nicht wirklich, sondern nur, wenn man sie sich rückwärts verlängert denkt, oder die Strahlen breiten sich nach ihrer Reflexion so aus, als kämen sie von einem hinter dem Spiegel liegenden Punkte. Gerade so nun wie bei ebenen Spiegeln das Auge hinter dem Spiegel in dem Punkte, von welchem aus die Strahlen zu divergiren scheinen, ein Bild des leuchtenden Punktes sieht, so ist auch bei Convexspiegeln der Brennpunkt des Strahlenkegels das Bild des leuchtenden Punktes. In sphärischen Convexspiegeln erhält man also stets von vor dem Spiegel liegenden leuchtenden Punkten hinter dem Spiegel liegende Bilder, welche aber nicht, wie beim ebenen Spiegel ebensoweit hinter dem Spiegel liegen, wie der leuchtende Punkt vor ihm, sondern in einer durch den Abstand b und den Radius r des Spiegels bestimmten Entfernung.

Liegt nun der leuchtende Punkt L (Fig. 24) so, dass die Verbindungslinie desselben mit dem Mittelpunkte C des Spiegels zugleich als

Fig. 24.



die Axe betrachtet werden kann, um welche der Bogen MN sich drehen muss, um den vollständigen Kugelspiegel zu erzeugen, so nennt man die Axe CL die Axe oder die Hauptaxe des Spiegels und je nach der Entfernung des Punktes L von S, dem Scheitel des Spiegels, richtet sich die Lage des Bildpunktes q.

Ist nun z. B. $b = r$, so wird

$$f = r\,\frac{2r}{3r} = {}^2/_3 r.$$

Ist $b = 2r$, so wird $f = {}^3/_5 r$ und ist überhaupt $b = nr$, so wird

$$f = \frac{n+1}{2n+1}\,r.$$

Gewöhnlich gibt man anstatt der Entfernung des Brennpunktes q vom Mittelpunkte des Spiegels diejenige desselben vom Scheitel S an. Diese ist

$$Sq = CS - Cq,$$

oder bezeichnen wir Sq mit f'

$$f' = r - f = r\,\frac{b}{2b+r}.$$

Da nun aber der Punkt q stets auf der entgegengesetzten Seite des Spiegels liegt als L, und wir den Abstand LS mit b bezeichnet haben, so müssen wir, um zu bezeichnen, dass der Abstand f' nach der entgegengesetzten Seite von S gelegen ist, seinen Werth mit dem negativen Vorzeichen versehen und erhalten somit

$$f' = -\,\frac{rb}{2b+r},$$

oder

$$\frac{1}{f'} = -\left\{\frac{2}{r} + \frac{1}{b}\right\}.$$

Der Werth von f' ist immer kleiner als $\frac{r}{2}$, der Brennpunkt liegt also immer näher am Spiegel, als der Halbirungspunkt des Radius; je grösser aber die Entfernung des leuchtenden Punktes vom Spiegel wird, um so mehr nähert sich der Brennpunkt dem Halbirungspunkt des Radius. Ist endlich b unendlich gross, das heisst wird der Spiegel nicht von einem Strahlenkegel, sondern einem Bündel paralleler Strahlen getroffen, so wird

$$\frac{1}{b} = 0,$$

$$\frac{1}{f'} = -\,\frac{2}{r};\quad f' = -\,\frac{r}{2}.$$

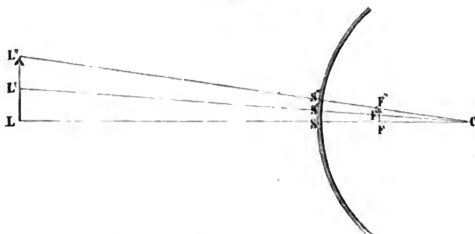
Der Brennpunkt eines der Axe parallelen Strahlenbündels oder der Bildpunkt eines unendlich weit in der Richtung der Axe entfernten leuchtenden Punktes ist somit der Halbirungspunkt des Radius auf der Axe des Kugelspiegels. Man nennt daher diesen Punkt den Hauptbrennpunkt oder schlechthin Brennpunkt des Spiegels und den halben Radius die Brennweite des Spiegels.

Für leuchtende Punkte, welche ausserhalb der Hauptaxe des Spiegels liegen, gelten ganz dieselben Sätze über die Lage der Brennpunkte, nur mit dem Unterschiede, dass sie sich anstatt auf die Hauptaxe auf

die Verbindungslinien dieser leuchtenden Punkte mit dem Mittelpunkte, die sogenannten Nebenaxen, beziehen. Wir müssen demnach die Entfernungen f' auf diesen nehmen.

Ist demnach L, L', L'' Fig. 25 eine leuchtende Linie, die wir senkrecht zur Axe LC nehmen, so werden die Strahlen, welche der Punkt

Fig. 25.



L'' auf den Spiegel sendet, so reflectirt, als kämen sie von einem Punkte F'', welcher so auf der Nebenaxe CL'' liegt, dass

$$S''F'' = -r\frac{S''L''}{2S''L''+r}.$$

Die von L' ausgehenden Strahlen haben ihren Brennpunkt in F', dessen Lage bestimmt ist durch

$$S'F' = -r\frac{S'L'}{2S'L'+r}$$

und die von L ausgehenden Strahlen geben den auf der Hauptaxe liegenden Bildpunkt F. Die von den zwischenliegenden Strahlen geben zwischenliegende Bildpunkte.

Die einzelnen Bildpunkte folgen sich einander wie die Axen $L''C$, $L'C$, LC, und da diese sich folgen wie die leuchtenden Punkte und sich erst jenseits der Bildpunkte schneiden, so folgt, dass die gegenseitige Lage der Bildpunkte ähnlich ist derjenigen der leuchtenden Punkte.

Es folgt daraus, ein sphärischer Convexspiegel gibt ein aufrechtstehendes Bild hinter dem Spiegel von leuchtenden Gegenständen vor dem Spiegel.

Da nun das Bild in dem Winkel $L''CL$ näher beim Scheitel liegt als der Gegenstand LL'', so folgt, dass FF'' kleiner ist als LL''.

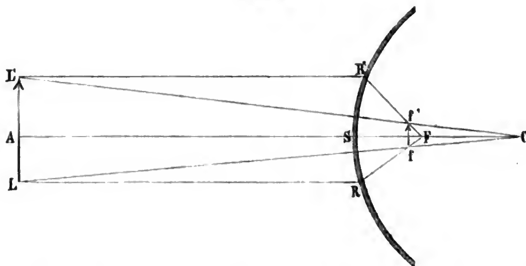
Das Bild des leuchtenden Gegenstandes im Convexspiegel ist daher ein aufrechtstehendes verkleinertes Bild.

Mit Hülfe der beiden Sätze, dass der Bildpunkt eines leuchtenden Punktes auf der dem Punkte angehörigen Nebenaxe liegt, und dass der Hauptaxe parallele Strahlen nach der Reflexion den Hauptbrennpunkt

schneiden, lässt sich nun leicht für jeden leuchtenden Punkt der Bildpunkt construiren.

Ist LL' Fig. 26 eine leuchtende Linie, die irgendwo vor dem Spiegel liegt, so liegt der Bildpunkt von L auf LC und der von L' auf $L'C$.

Fig. 26.



Die von L und L' ausgehenden der Hauptaxe parallelen Strahlen LR und $L'R'$ schneiden nun nach der Reflexion die Hauptaxe in dem Hauptbrennpunkte F. Verbinden wir daher R und R' mit F, so sind die Punkte f und f' die gesuchten Bildpunkte von L und L', und ff' ist das aufrechte verkleinerte Bild von LL'.

Diese Sätze über die Reflexion an sphärischen Convexspiegeln finden in der Erfahrung ihre volle Bestätigung. Solche Spiegel, wie z. B. die in den Gärten oft aufgestellten Kugeln von dunkelm Glase liefern aufrecht stehende verkleinerte Bilder der aussen befindlichen Gegenstände. Die Bilder sind regelmässig, so lange die Gegenstände weit entfernt sind, so dass der von den Axen der äussersten Strahlenkegel eingeschlossene Theil des Spiegels nur klein ist. Sobald aber die Entfernung der Gegenstände vom Spiegel gegen ihre Dimensionen nur klein ist, sind die Bilder verzerrt, wie man sich leicht überzeugt, wenn man sich selbst in einem derartigen Spiegel betrachtet.

13 **Reflexion an kugelförmigen Hohlspiegeln; Bilder.** Hohlspiegel bieten den ankommenden Lichtstrahlen ihre concave Fläche zum spiegeln dar; auch sie vereinigen bei nicht zu grosser Oeffnung die ankommenden Strahlen in einem Punkte, für dessen Entfernung f vom Mittelpunkte wir fanden

$$f = \frac{ar}{2a - r},$$

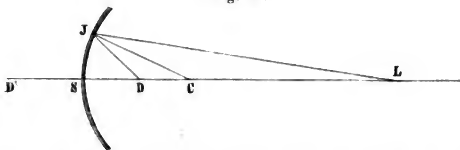
wenn a den Abstand des leuchtenden Punktes vom Mittelpunkte bedeutet.

Der Abstand a kann hier positiv oder negativ sein, das heisst, der

leuchtende Punkt kann in D (Fig. 27) links von C zwischen Mittelpunkt und Spiegel liegen, oder auf der entgegengesetzten Seite des Mittelpunktes in L.

Ist a positiv und kleiner als $\frac{1}{2}r$, so wird der Ausdruck für f negativ, das heisst der Brennpunkt liegt rechts von C, ist a negativ, so

Fig. 27.



ist f immer positiv, das heisst der Brennpunkt liegt links von C zwischen Mittelpunkt und Spiegel.

Es ist nun auch hier wieder bequemer, die verschiedenen Abstände vom Scheitel S des Spiegels an zu rechnen; und es ist dann, wenn wir wieder SD mit b bezeichnen,

$$a + b = r; \quad a = r - b.$$

Der gleiche Ausdruck gibt uns die ausserhalb C liegenden Punkte, z. B. L; für diese ist $b > r$, es wird also a negativ. Setzen wir diesen Werth für a in die Gleichung für f, so wird

$$f = r\,\frac{r - b}{r - 2b}.$$

Nennen wir den Abstand des Brennpunktes vom Scheitel f', so haben wir zur Bestimmung desselben wieder

$$r = f + f',$$

sowohl wenn der Brennpunkt in D (Fig. 27) liegt, als wenn er in L liegt, denn im letzten Falle wird f negativ und $f' + f = SL - CL = CS = r$.

Daraus erhalten wir

$$f' = r - f = r\left(1 - \frac{r - b}{r - 2b}\right) = r\,\frac{-b}{r - 2b} = r\,\frac{b}{2b - r}.$$

Führen wir auch hier anstatt des Werthes f' seinen reciproken Werth ein, so wird

$$\frac{1}{f'} = \frac{2}{r} - \frac{1}{b}.$$

Die verschiedenen Lagen des leuchtenden Punktes erhalten wir, indem wir die Werthe von b von Null bis Unendlich sich ändern lassen, und man sieht bald, dass hier die Werthe von f' nicht so beschränkt sind als in dem vorigen Falle. Während bei convexen Spiegeln f' nur Werthe zwischen 0 und $-\frac{r}{2}$ annehmen konnte, kann in diesem Falle f' jeden Werth zwischen $+\infty$ und $-\infty$ erhalten.

Ist zunächst $b = r$, so wird

$$\frac{1}{f'} = \frac{2}{r} - \frac{1}{r} = \frac{1}{r}; \quad f' = r.$$

Der Brennpunkt fällt mit dem leuchtenden Punkte im Mittelpunkte der Kugel zusammen. Der Satz folgt übrigens schon unmittelbar aus der Natur der Kugel, da die Radien an der Kugel zugleich die Einfallslothe sind. Die vom Mittelpunkt der Kugel ausgehenden Lichtstrahlen treffen daher alle den Spiegel in der Richtung der Einfallslothe, sie werden also nach eben derselben Richtung zurückgeworfen, in welcher sie auftreffen. Ist der Abstand des leuchtenden Punktes auf der Hauptaxe des Spiegels grösser als der Radius der Kugel, so nähert sich der Brennpunkt dem Spiegel; es ist

$$f' < r.$$

Je grösser b wird, um so kleiner wird $\frac{1}{b}$, um so grösser somit $\frac{1}{f'}$, um so kleiner ist f'. Jedoch ist diese Abnahme von f' nicht unbegrenzt, denn mit wachsendem b nähert sich der Werth von $\frac{1}{f'}$ immer mehr dem Werthe $\frac{2}{r}$, um ihn zu erreichen, wenn b unendlich gross geworden ist. Für parallele Strahlen ist demnach

$$f' = \frac{r}{2}.$$

Man nennt daher den Halbirungspunkt des Radius den Hauptbrennpunkt des Spiegels.

Die von leuchtenden Punkten, welche weiter als der Mittelpunkt vom Spiegel entfernt sind, ausgehenden Strahlen schneiden sich demnach nach der Reflexion immer in einem vor dem Spiegel zwischen Mittelpunkt und Hauptbrennpunkt liegenden Punkte. Sie schneiden sich also nicht wie bei convexen Spiegeln blos scheinbar, wenn man sie rückwärts verlängert, sondern wirklich; oder den leuchtenden Punkten entspricht ein reeller, vor dem Spiegel liegender Bildpunkt. Auch der Hauptbrennpunkt ist demnach ein reeller.

Rückt der leuchtende Punkt dem Spiegel näher als der Mittelpunkt, wird also b kleiner wie r, so wird f' grösser als r, und zwar wächst f' von r bis unendlich, wenn b von r bis $\frac{r}{2}$ abnimmt, ist $b = \frac{r}{2}$, so wird

$$\frac{1}{f'} = \frac{2}{r} - \frac{2}{r} = 0,$$

$$f' = \infty,$$

oder die von einem im Hauptbrennpunkte liegenden leuchtenden Punkte ausgehenden Strahlen werden als paralleles Strahlenbündel reflectirt.

Es folgt nun unmittelbar aus der Gleichheit des Einfalls- und Reflexionswinkels, dass im Falle der leuchtende Punkt zwischen Mittelpunkt und Hauptbrennpunkt liegt, sein Bildpunkt sich dort befindet, wo

ein leuchtender Punkt an der Stelle des jetzt leuchtenden Punktes seinen Bildpunkt haben würde, dass also, wenn D Fig. 27 der Brennpunkt für von L ausgehende Strahlen ist, L der Brennpunkt der von D ausgehenden Strahlen ist.

Unser Ausdruck für f' zeigt diesen Zusammenhang unmittelbar, denn berechnen wir den Abstand des leuchtenden Punktes b aus einem gegebenen f', so wird

$$\frac{1}{b} = \frac{2}{r} - \frac{1}{f'}.$$

Und ist f' der Abstand des leuchtenden Punktes oder $b = f'$, so erhalten wir für den Abstand des Brennpunktes, $f' = b$, in ganz gleicher Weise.

So lange also der leuchtende Punkt ausserhalb der Hauptbrennweite liegt, sind die leuchtenden Punkte und ihre Bildpunkte zusammengehörige Punkte, so dass der eine immer der Bildpunkt des andern ist. Für einen unendlich weit entfernten leuchtenden Punkt ist der Hauptbrennpunkt der Bildpunkt und umgekehrt ist der Bildpunkt des Hauptbrennpunktes unendlich weit entfernt.

Wird $b < \frac{r}{2}$, so wird

$$\frac{1}{b} > \frac{2}{r},$$

somit erhält $\frac{1}{f'}$ und dadurch f' einen negativen Werth. Da wir nun die Abstände vom Scheitel des Spiegels aus rechnen, und indem wir DS oder LS mit b bezeichneten, jene als positiv gerechnet haben, welche an der Seite des Spiegels liegen, von welcher das Licht herkommt, so bedeutet das negative Vorzeichen vor f' in diesem Falle, dass der Brennpunkt auf der entgegengesetzten Seite des Spiegels liegt. Leuchtende Punkte, welche zwischen dem Hauptbrennpunkte und dem Spiegel liegen, haben somit keinen reellen vor dem Spiegel liegenden, sondern nur einen virtuellen hinter dem Spiegel befindlichen Brennpunkt. Die Strahlen, welche von solchen Punkten ausgehen, divergiren also nach der Reflexion, sie schneiden sich nur, wenn man sie rückwärts verlängert.

Der Abstand des virtuellen Brennpunktes ändert sich mit dem Abstande des leuchtenden Punktes, und nach unserm Ausdrucke

$$\frac{1}{f'} = \frac{2}{r} - \frac{1}{b},$$

oder

$$\frac{1}{f'} = -\left\{\frac{1}{b} - \frac{2}{r}\right\}$$

sieht man unmittelbar, dass der Werth von f' sich immer mehr der Null

nähert, je kleiner der Werth von b ist. Ist z. B. $b = {}^1/_4 r$, so wird $f' = -\frac{r}{2}$, wird $b = {}^1/_8 r$, so ist $f' = -{}^1/_6 r$, und ist schliesslich $b = 0$, so wird

$$\frac{1}{f'} = -\left\{\frac{1}{0} - \frac{2}{r}\right\} = -\infty;\ f' = 0.$$

Der Abstand des Bildpunktes vom Scheitel ist gleich 0, oder er fällt mit dem leuchtenden Punkte zusammen.

Nach dem Gesetze der Reciprocität, nach dem wir so eben die Lage der Bildpunkte für leuchtende Punkte bestimmt haben, welche zwischen dem Mittelpunkte und dem Hauptbrennpunkte liegen, können wir auch hier die Bildpunkte bestimmen; es sind jene Punkte, welche, wenn der Spiegel an seiner convexen Seite spiegelnd wäre, an der Stelle der leuchtenden Punkte ihre Bildpunkte haben würden.

Auch dieses stellen unsere Ausdrücke unmittelbar dar. Für Convexspiegel hatten wir

$$\frac{1}{f''} = -\left\{\frac{2}{r} + \frac{1}{b}\right\}.$$

Geben wir darin b irgend einen Werth x, so wird

$$f'' = -\frac{rx}{2x + r},$$

wo das negative Vorzeichen bedeutet, dass der Brennpunkt auf der concaven Seite des Spiegels liegt. Geben wir nun in unserer jetzigen Gleichung für den Hohlspiegel dem leuchtenden Punkt diesen Abstand f'', machen also

$$b = \frac{rx}{2x + r},$$

so finden wir

$$f' = -x,$$

das heisst der Brennpunkt liegt auf der convexen Seite des Spiegels im Abstande x, wo wir so eben den leuchtenden Punkt annahmen. Setzen wir z. B. $x = r$, so wird

$$f'' = -{}^1/_3 r.$$

Nehmen wir aber in unserer Gleichung für den Hohlspiegel

$$b = {}^1/_3 r,$$

so wird

$$f' = -r.$$

Der Brennpunkt liegt im Abstande des Radius hinter dem Spiegel.

Wir haben demnach beim Hohlspiegel 3 Fälle betreffs der Lage des Brennpunktes zu unterscheiden.

1) Der leuchtende Punkt ist weiter vom Spiegel entfernt als der Mittelpunkt. Der Brennpunkt ist ein reeller, er liegt zwischen dem Mittelpunkte des Spiegels und dem Halbirungspunkte des Radius.

2) Der leuchtende Punkt liegt zwischen dem Mittelpunkte und dem Hauptbrennpunkte des Spiegels. Der Brennpunkt liegt weiter vom Spiegel entfernt als der Mittelpunkt, und zwar dort, wo ein leuchtender Punkt an der Stelle des jetzt leuchtenden seinen Bildpunkt haben würde.

3) Der leuchtende Punkt liegt zwischen dem Mittelpunkte und dem Hauptbrennpunkte des Spiegels. Der Bildpunkt ist kein reeller, sondern ein virtueller hinter dem Spiegel, er liegt dort, wo ein leuchtender Punkt, wenn die convexe Seite der Fläche spiegelnd wäre, liegen müsste, um an der Stelle des leuchtenden Punktes ein virtuelles Bild zu erzeugen.

Was hier betreffs der Bildpunkte von leuchtenden Punkten, die auf der Hauptaxe liegen, entwickelt worden ist, lässt sich sofort auch auf leuchtende Punkte übertragen, welche ausserhalb der Hauptaxe liegen, mit dem Unterschiede nur, dass wir die Sätze auf die jenen Punkten angehörigen Nebenaxen beziehen müssen, auf die durch die betreffenden Punkte und den Mittelpunkt des Kugelspiegels gelegten Richtungen. So ist z. B. Fig. 28 l der Brennpunkt des oberhalb der Axe liegen-

Fig. 28.



den Punktes L, dessen Abstand ls vom Scheitel s auf der Axe Ls bestimmt wird durch

$$\frac{1}{f} = \frac{2}{r} - \frac{1}{Ls}.$$

Zur Bestimmung des Punktes l können wir hier dieselbe Construction anwenden, welche wir bei convexen Spiegeln anwandten, da auch hier die beiden Sätze bestehen, dass der Brennpunkt eines Punktes auf der ihm zugehörigen Nebenaxe liegt, und dass die der Hauptaxe parallelen Strahlen die Hauptaxe nach der Reflexion im Hauptbrennpunkt schneiden. Wir erhalten daher den Punkt l, indem wir den Punkt J, wo die mit CS parallele LJ den Spiegel trifft, mit dem Hauptbrennpunkt F verbinden und JF bis l verlängern.

Da der leuchtende Punkt und sein Bildpunkt, so lange letzterer ein reeller ist, auf entgegengesetzter Seite des Mittelpunktes liegen, und da alle Axen sich im Mittelpunkte schneiden, so folgt, dass die leuchtenden Punkte und ihre Bildpunkte auch auf entgegengesetzter

Seite der Hauptaxe liegen; das heisst, liegt der Punkt L wie in Fig. 28 oberhalb, so liegt sein Bildpunkt l unterhalb der Hauptaxe, liegt aber L unterhalb, so liegt l oberhalb der Hauptaxe.

Anders jedoch bei den virtuellen Bildpunkten, diese liegen stets auf derselben Seite des Mittelpunktes mit den leuchtenden Punkten, daher auch auf derselben Seite der Hauptaxe; liegt der leuchtende Punkt oberhalb der Hauptaxe, so auch der Bildpunkt und umgekehrt.

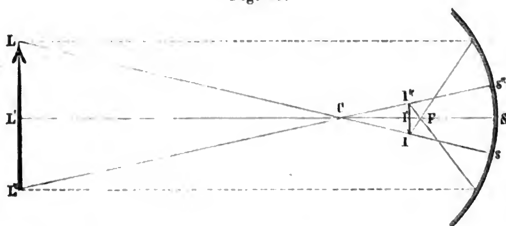
Wenden wir obige Sätze auf eine leuchtende Linie oder eine leuchtende Fläche an, die wir senkrecht zur Hauptaxe annehmen, so folgt, dass der Spiegel von derselben immer ein Bild gibt; und zwar:

1) Wenn der leuchtende Gegenstand weiter vom Spiegel entfernt ist als der Hauptbrennpunkt ein reelles umgekehrtes Bild vor dem Spiegel, welches weiter vom Spiegel entfernt ist oder näher bei ihm liegt als der Gegenstand, jenachdem letzterer mehr oder weniger vom Spiegel entfernt ist als der Mittelpunkt.

2) Wenn der Gegenstand zwischen Brennpunkt und Spiegel liegt, ein virtuelles aufrecht stehendes Bild hinter dem Spiegel.

Ist demnach $LL'L''$ Fig. 29 eine leuchtende Linie, C der Mittelpunkt des Spiegels, so liefert die angegebene Construction das umge-

Fig. 29.



kehrte Bild $ll'l''$, welches zwischen dem Mittelpunkte C und dem Hauptbrennpunkte F liegt.

Dieses Bild ist ein verkleinertes und zwar lässt sich leicht zeigen, dass seine Grösse zu der des Gegenstandes sich verhält wie seine Entfernung vom Mittelpunkte zur Entfernung des Gegenstandes vom Mittelpunkte. Denn wir haben nach der allgemeinen Gleichung §. 11, indem wir CL negativ setzen,

$$Cl = r\,\frac{CL}{2CL + r} = r\,\frac{CL'}{2CL' + r.\cos\alpha},$$

wenn wir den Winkel LCL' mit α bezeichnen. Ebenso ist

$$Cl' = r\,\frac{CL'}{2CL' + r}.$$

Unter Voraussetzung kleiner Winkel α ist nun gestattet zu setzen

$$Cl = r\,\frac{CL'}{(2CL' + r).\cos\alpha}$$

oder

$$Cl = \frac{Cl'}{\cos\alpha}$$

und somit ist

$$Cl : Cl' = CL : CL'.$$

In ganz gleicher Weise erhalten wir

$$Cl'' : Cl' = CL'' : CL'$$

und folglich auch

$$Cl : Cl'' = CL : CL'',$$

oder die beiden Dreiecke CLL'' und Cll'' sind ähnlich. Daraus folgt zunächst, dass das Bild und der Gegenstand ganz symmetrisch sind, und weiter, dass

$$ll'' : LL'' = Cl' : CL',$$

oder dass Gegenstand und Bild ihrer Grösse nach sich verhalten wie ihre Abstände vom Mittelpunkte. In dem Falle also, wo der leuchtende Gegenstand ausserhalb des Mittelpunktes liegt, ist das Bild ein verkleinertes.

Ist ll'' die leuchtende Linie, so ist LL'' das Bild, wie sich nach dem frühern unmittelbar ergibt. Das Bild eines zwischen Mittelpunkt und Hauptbrennpunkt liegenden Gegenstandes liegt ausserhalb des Mittelpunktes, es ist umgekehrt und vergrössert.

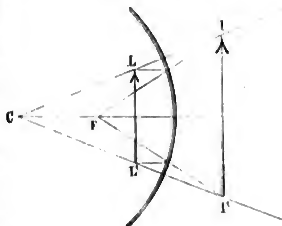
Je näher der leuchtende Gegenstand dem Mittelpunkte rückt, um so näher rückt ihm auch das Bild; rückt der Gegenstand in den Mittelpunkt, so entsteht dort ein demselben an Grösse gleiches und umgekehrtes Bild.

Rückt der leuchtende Gegenstand in sehr grosse Entfernung, gegen welche wir die Dimensionen des Spiegels als verschwindend betrachten dürfen, so entsteht im Brennpunkt ein sehr kleines umgekehrtes Bild; so gibt die Sonne im Brennpunkt eines Hohlspiegels ein sehr kleines Bildchen.

Rückt der Gegenstand in den Brennpunkt, so rückt das Bild ins Unendliche, es verschwindet, und rückt der Gegenstand dem Spiegel noch näher, so erscheint wieder ein Bild, aber jetzt ein virtuelles aufrechtstehendes hinter dem Spiegel.

So gibt die leuchtende Linie LL' Fig. 30 das vergrösserte aufrecht stehende Bild ll'. Es wird überflüssig sein, dasselbe näher zu

Fig. 30.



entwickeln, da sich die Beschaffenheit des Bildes aus den bisherigen Betrachtungen zur Genüge ergibt, und da Lage und Grösse desselben nach der angegebenen Construction und dem eben entwickelten Satze sich unmittelbar ergeben. Gegenstand und Bild verhalten sich genau wie Bild und Gegenstand bei Convexspiegeln.

Man kann leicht die hier abgeleiteten Sätze durch den Versuch bestätigen. Stellt man ein Kerze vor einem Hohlspiegel so auf, dass ungefähr die Mitte der Flamme auf der Hauptaxe des Spiegels und vom Spiegel weiter entfernt als der Hauptbrennpunkt sich befindet, und bringt man in dem nach der Entfernung der Kerze und dem Radius des Spiegels berechneten Abstand des Bildes einen kleinen Schirm an, so erhält man auf demselben ein umgekehrtes Bild der Flamme, welches nach allen Seiten sichtbar ist, da das auf den Schirm fallende Licht unregelmässig zerstreut wird. Will man das Bild direct ohne Schirm sehen, so muss man das Auge so stellen, dass es von den reflectirten Strahlen getroffen wird.

Rückt die Flamme dem Spiegel näher als der Hauptbrennpunkt, so erhält man ein vergrössertes aufrecht stehendes Bild hinter dem Spiegel.

14 **Sphärische Aberration; Brennlinien.** Der Ausdruck für den Abstand vom Mittelpunkte, in welchem die von einem Ringe eines sphärischen Spiegels zurückgeworfenen Strahlen die Axe des auf den Ring fallenden Strahlenkegels schneiden, ist nach §. 11

$$f = \frac{CQ \,.\, CT}{CQ + TQ} = \frac{a(r + x)}{2a - (r + x)},$$

wenn wir mit x den Abstand vom Scheitel bezeichnen, in welchem die Tangente die Axe schneidet.

Bisher haben wir nun vorausgesetzt, dass die Oeffnung des Spiegels so klein sei, dass für alle Kreise, welche wir erhalten, wenn wir den Spiegel durch zur Axe senkrechte Ebenen schneiden, x von 0 nicht merklich verschieden sei, dass die Strahlen nur von einem sehr kleinen Kugelsegment rings um die Axe reflectirt werden. In dem Falle erhalten wir nur einen Brennpunkt für jeden leuchtenden Punkt, f ist für alle in gleichem Abstande a vom Mittelpunkt liegenden leuchtenden Punkte constant und zwar

$$F = \frac{ar}{2a - r}.$$

In der Praxis findet das jedoch niemals statt, bei den Spiegeln ist für die nahe dem Rande liegenden Punkte x schon merklich von 0 verschieden, und zwar ist x um so grösser, je näher die Punkte dem Rande liegen. Betrachten wir nur concave Spiegel und leuchtende Punkte, deren Abstand vom Spiegel grösser als der Radius ist, für

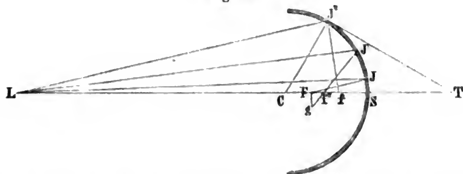
welche daher nach den in §. 11 und 13 gewählten Vorzeichen a negativ ist und somit

$$f = \frac{-a(r+x)}{-2a-(r+x)} = \frac{a(r+x)}{2a+r+x}; \quad F = \frac{ar}{2a+r},$$

so sieht man wie der Werth von f mit wachsendem x immer grösser wird, wie also die vom Rande reflectirten Strahlen die Axe in grössern Abständen vom Mittelpunkte schneiden als die centralen Strahlen.

Anstatt eines Brennpunktes erhält man daher bei solchen Spiegeln Fig. 31 einen Brennraum, indem die nahe dem Scheitel, auf den durch

Fig. 31.



den Punkt J gelegten Ring, einfallenden Strahlen ihren Brennpunkt in F haben, der bestimmt ist durch die zweite der angegebenen Gleichungen

$$CF = \frac{CL \cdot r}{2\,CL + r}.$$

Die von J'' herkommenden Strahlen, für welche in unserer Zeichnung x etwa den Werth r hat, schneiden die Axe in f, welches durch die Gleichung für f bestimmt ist,

$$Cf = \frac{CL(r + ST)}{2CL + (r + ST)}$$

und für $ST = r$

$$Cf = \frac{CL \cdot r}{CL + r}.$$

Die Abstände f und F verhalten sich also wie $2CL + r$ zu $CL + r$.

Setzen wir z. B. $CL = 3r$, so wird

$$F = {}^3/_7 r,$$

dagegen

$$f = {}^3/_4 r.$$

In dem Abstande Ff schneiden sich nun die zwischen J und J'' den Spiegel treffenden Strahlen, so dass dieser ganze Abstand mehr Strahlen erhält als die übrigen Punkte der Axe. Den Abstand Ff derjenigen Punkte der Axe, in welchen sich die reflectirten centralen und Randstrahlen schneiden, nennt man die Länge des Brennraumes oder die Längenabweichung des Spiegels.

Da die reflectirten Strahlen von ihren Brennpunkten aus sich kegelförmig ausbreiten, so umgeben die Strahlen, welche von dem Rande näher liegenden Kreisen ausgehen, den Brennpunkt F der mittlern Strahlen als leuchtende Kreise, ein im Brennpunkte F senkrecht zur Axe aufgestellter kleiner Schirm wird daher als Bild des leuchtenden Punktes L nicht einen scharf begrenzten leuchtenden Punkt, sondern einen kleinen leuchtenden Kreis zeigen. Den Radius dieses Kreises oder die Grösse Fg, um welche sich z. B. der zurückgeworfene Strahl $J'f''g$ im Brennpunkte der mittlern Strahlen von der Axe entfernt, nennt man die Seitenabweichung.

Hauptsächlich die Seitenabweichung ist es, welche bei der Erzeugung der Bilder durch sphärische Spiegel störend wirkt; während nämlich in Folge der Längenabweichung nur die Lichtstärke der Bilder etwas geschwächt wird, erzeugt die Seitenabweichung Undeutlichkeit der Bilder. Denn da durch dieselbe das Bild jedes leuchtenden Punktes ein Kreis wird, so fallen die Bilder benachbarter Punkte theilweise über einander und stören so eins das andere.

Man kann die Abweichung in Folge der Kugelgestalt des Spiegels nun zwar sehr klein machen, indem man Spiegel von grossem Radius oder grosser Brennweite anwendet, ganz zum Verschwinden kann man sie aber nicht bringen. Die Geometrie hat sich daher die Aufgabe gestellt, zu untersuchen, ob es nicht eine Fläche gibt, bei der die bei der Kugel stattfindende annähernde Vereinigung der Strahlen in einen Punkt in der That stattfindet.

Die Lösung dieser Aufgabe hat jedoch nur theoretisches Interesse, da die hiernach bestimmte Fläche, es ist eine parabolische, sich nur schwierig in der Praxis darstellen lässt.

Wie bei der Kugel genau im Mittelpunkt liegende Punkte nur einen einzigen Punkt zum Brennpunkt haben, so gibt es noch einige andere Flächen, welche für Punkte in bestimmter Lage ebenfalls bestimmte Brennpunkte haben, es sind Rotationsflächen der Ellipse, der Hyperbel und der Parabel. Die Ellipse wie die Hyperbel hat zwei im endlichen liegende Brennpunkte; befindet sich in einem derselben ein leuchtender Punkt, so liegt der Bildpunkt im andern Brennpunkte, da die von den beiden Brennpunkten an irgend einen Punkt der Curven, oder der aus ihrer Rotation um die grosse Axe entstandenen Flächen, gezogenen Radien Vectoren mit der an denselben Punkt gezogenen Normale gleiche Winkel bilden. Bei der Parabel ist der eine der beiden Brennpunkte unendlich weit von dem Scheitel der Parabel entfernt; deshalb werden die auf die Innenseite eines durch Rotation um die Axe entstandenen Paraboloides parallel mit der Axe auffallenden Strahlen in dem Brennpunkte der Parabel vereinigt, und die auf die Aussenseite in gleicher Richtung auffallenden Strahlen divergiren

nach der Reflexion als kämen sie aus dem Brennpunkte des Paraboloides.

Für andere krumme Flächen gibt es gar keine Punkte, deren Strahlen nach der Reflexion auch nur annähernd in einem Punkte vereinigt werden. Die auf solche Flächen auffallenden Strahlen zerstreuen sich und zwar nach verschiedenen Gesetzen, die von der Natur der krummen Flächen oder von der Richtung der an benachbarten Punkten gezogenen Normalen abhängen. Da nun die Neigung zweier an benachbarten Punkten der Fläche reflectirten Strahlen gegen die Axe eine verschiedene ist, so werden je zwei Strahlen sich in einem Punkte schneiden, ein dritter den zweiten in einem andern Punkte, als wo dieser von dem ersten geschnitten wird, und ein vierter den dritten wieder in einem andern Punkte. Es wird also jeder Strahl den auf ihn unmittelbar folgenden in irgend einem Punkte schneiden, und die aufeinander folgenden Schnittpunkte der Strahlen werden auf einer gewissen je nach der Natur der reflectirenden Fläche verschieden gekrümmten Linie liegen.

Da nun in diesen einzelnen Punkten sich mehrere Strahlen schneiden, so wird die Helligkeit dieser krummen Linie grösser sein als die des übrigen vor der krummen Fläche liegenden Raumes. Man sieht daher diese Linien stets sehr hell vor der Umgebung ausgezeichnet, weshalb man ihnen auch den Namen Brennlinien oder Katakaustiken gegeben hat. Auf die Beschaffenheit dieser krummen Linien kann natürlich ohne Hülfe weiteren Rechnungen nicht eingegangen werden, ihre Bestimmung ist Aufgabe der Geometrie nicht der Physik; es sind in den meisten Fällen ziemlich verwickelte krumme Linien.[1])

Die Brennlinien cylindrischer Flächen hat man häufig Gelegenheit zu beobachten, wenn man ein offenes mit irgend einer trüben, am besten mit Dinte angefülltes cylindrisches Gefäss in die Sonne stellt. Man sieht dann die helle Linie mit grosser Schärfe auf der dunkeln Flüssigkeit.

Brechung des Lichtes in ebenen Flächen. Kommt das Licht bei 15
seiner Ausbreitung an ein Hinderniss an, so tritt, wie wir bereits erwähnten, eine Theilung des Lichtes ein, indem ein Theil des Lichtes zurückgeworfen wird, ein Theil aber in die Körper eindringt. Zunächst nimmt man den letztern Theil zwar nur wahr bei einer bestimmten Gattung von Körpern, bei denen, durch welche das eintretende Licht hindurchgehen kann, bei den durchsichtigen Körpern. Indess lässt sich durch den Versuch zeigen, dass eine solche Theilung des Lichtes allgemein bei allen Körpern eintritt, dass zwischen den durchsichtigen und undurchsichtigen Körpern nur ein gradueller Unterschied

[1]) Eine kurze Entwicklung der Brennlinien gibt Herschel in dem schon erwähnten Werke: On Light. I, V.

stattfindet. Wenn man nämlich von einem undurchsichtigen Körper sehr dünne Blättchen darstellt, so werden dieselben durchscheinend oder durchsichtig. So kann man durch ein Blatt dünnen Papieres wenn auch eine Lichtquelle nicht deutlich sehen, so doch ein mehr oder minder von Helligkeit wahrnehmen, jenachdem man dasselbe vor eine Lichtquelle oder vor einen dunklern Raum hält, während mehrere aufeinander gelegte Blätter einen solchen Unterschied nicht mehr bemerken lassen.

Das Gold ist in gewöhnlichen Fällen ein undurchsichtiger Körper, wenn es aber möglichst fein in dünne Blätter ausgewalzt ist, so wird es durchscheinend, ja selbst durchsichtig, wie Faraday gezeigt hat.

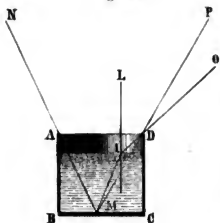
Ein anderer Grund für die Annahme, dass auch bei den undurchsichtigen Körpern ein Theil des Lichtes in dieselben übergeht, ist die Schwächung des reflectirten Lichtes auch an diesen Körpern. Der Unterschied zwischen der Intensität des einfallenden und reflectirten Lichtes kann nur daher rühren, dass ein Theil des Lichtes in die Körper übergeht.

Wir müssen daher schliessen, dass in alle Körper Licht, welches an ihrer Oberfläche ankommt, eindringt, und dass der Unterschied zwischen durchsichtigen und undurchsichtigen Körpern nur darin besteht, dass in die durchsichtigen das Licht ohne merkliche Schwächung bis zu grosser Tiefe eindringen kann, während es in die undurchsichtigen Körper nur bis zu geringer Tiefe eindringt und bald so sehr geschwächt wird, dass es nicht mehr wahrzunehmen ist.

Wir betrachten hier zunächst nur den in durchsichtigen Körpern sich fortpflanzenden Theil des Lichtes.

Fällt das Licht schief auf die Trennungsfläche zweier durchsichtigen Körper, z. B. Luft und Wasser oder Luft und Glas, so pflanzt es sich in den beiden Körpern nicht in derselben Richtung fort, sondern wird an der Grenzfläche gebrochen; der Weg des Lichtstrahles bildet in dem zweiten Körper mit demjenigen des Lichtes in dem ersten Körper einen Winkel.

Fig. 32.



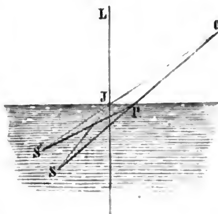
Wenn man in ein cylindrisches Gefäss mit undurchsichtigen Wänden *ABCD* (Fig. 32) auf dem Boden eine Marke macht, so kann man dieselbe nur sehen, wenn sich das Auge in dem von der Marke ausgehenden durch den Umfang *AB* der Wand begrenzten Strahlenkegel befindet. Wenn man daher das Auge bei *O* hält, so dass eine gerade Linie zum Rande des Gefässes gezogen *OD* den Boden jenseits der Marke trifft, also ganz ausserhalb des Strahlenkegels *PMN* fällt, so ist die Marke *M* dem Auge nicht sichtbar, sie wird von der Wand bedeckt.

Füllt man nun aber das Gefäss mit Wasser, so wird die Marke in der Richtung *OD* wieder sichtbar, sie erscheint in der Verticalebene *NMP* verschoben. Aus dieser Verschiebung der Marke schliessen wir, dass der Lichtstrahl *MO* beim Austritt aus dem Wasser in die Luft gebrochen, von seinem geraden Wege abgelenkt ist, so dass er in der durch das Einfallsloth und den Strahl *MD* gelegten Ebene bleibt, ausserhalb des Wassers aber einen grössern Winkel *OJL* mit dem Einfallslothe bildet als im Wasser.

Dass diese Richtungsänderung des Lichtstrahles nur an der Oberfläche des Wassers eintritt, und nicht etwa daher rührt, dass das Licht im Wasser eine krummlinige Bahn besitzt, zeigt uns die Thatsache, dass wir die Marke nicht aus der Stelle gerückt sehen, wenn wir das Auge in das Wasser tauchen.

Eine andere Bestätigung dafür, dass das Licht beim Uebergange aus Luft in Wasser oder aus Wasser in Luft gebrochen wird, gibt uns die bekannte Thatsache, dass ein Stab, den wir schief in Wasser mit ruhiger Oberfläche tauchen, an der Oberfläche des Wassers plötzlich gebrochen erscheint. Das in Wasser befindliche Ende des Stabes erscheint stets in derselben Verticalebene als der ausserhalb des Wassers befindliche Stab, aber der Oberfläche des Wassers näher zu liegen, als es in der That der Fall ist. Der Grund ist die Brechung des Lichtes an der Oberfläche des Wassers; wir verlegen das Stabende in die Richtung, in welcher die von ihm ausgehenden Strahlen das Auge treffen. Befindet sich nun das Auge in *O* am Ende des Stabes, so beweist uns die Thatsache, dass wir das Stabende *S* in *S'* zu sehen glauben, dass die von *S* ausgehenden Strahlen nicht in der Richtung *SO* das Auge treffen, sondern in der Richtung *JO*. In der Luft pflanzt sich das Licht nun geradlinig fort, der Strahl *JO* hat daher das Wasser bei *J* verlassen.

Fig. 33.



Nach *J* hat sich nun von dem Stabende *S* aus der Strahl *SJ* fortgepflanzt. An der Grenzfläche hat sich derselbe daher in der Ebene *SJL* umgebogen, er ist gebrochen, so dass der Winkel *LJO* grösser ist als der Winkel *SJL*, welchen der Strahl im Wasser mit dem Einfallslothe bildete.

Wenn man nun den Stab *SO* unter verschiedenen Neigungen gegen die Oberfläche des Wassers eintaucht, so findet man auch die Grösse der Knickung, welche der Stab scheinbar bei *P* erfährt, oder den Winkel *S'PO* verschieden. Er wird um so grösser, je geringer, um so kleiner, je grösser die Neigung des Stabes gegen die Wasserfläche ist. Wenn endlich der Stab senkrecht zur Oberfläche des Wassers eingetaucht wird,

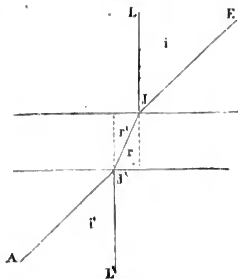
so erscheint er gar nicht geknickt, das Ende *S* des Stabes liegt in der Verlängerung *OP*.

Gehen wir nun von den Winkeln aus, welchen die Strahlen im Wasser oder in der Luft mit dem Einfallslothe bilden, den Winkeln *SJL'* und *OJL*, deren einen wir den Einfallswinkel, den andern den Brechungswinkel nennen, so fragt es sich, ob zwischen diesen beiden eine bestimmte Gesetzmässigkeit besteht.

Es ist nun an sich klar, dass das Licht auf demselben Wege, auf welchem es von *S* nach *O* gelangt, auch wenn *O* leuchtend wäre, nach *S* gelangen würde, oder dass ein Lichtstrahl *OJ*, der unter dem Winkel *OJL* auf die Wasserfläche auftrifft, unter dem Winkel *SJL* im Wasser sich weiter fortpflanzt. Um demnach zu untersuchen, ob ein bestimmtes Gesetz die beiden Winkel verknüpft, können wir auch unter bestimmten Winkeln Licht auf eine Wasserfläche fallen lassen und die Winkel messen, unter welchen sich das Licht im Wasser weiter fortpflanzt.

Für die Richtigkeit dieses Verfahrens können wir auch einen experimentellen Beweis führen. Schliessen wir nämlich eine Wasserschicht zwischen ebenen und parallelen Glasplatten ein, und lassen durch diese oder überhaupt durch einen durchsichtigen mit parallelen Ebenen begrenzten Körper Licht hindurchtreten, so zeigt uns die Erfahrung, dass der austretende Strahl dem eintretenden parallel ist, unter welchem Winkel wir auch das Licht auf die Vorderfläche auffallen lassen. Sehen wir durch eine planparallele Glasplatte hindurch, so sehen wir die Gegenstände nicht von ihrer Stelle gerückt. Da wir nun wissen, dass der unter dem Winkel *AJ'L'* oder *i'* austretende Strahl (Fig. 34) im Glase einen gewissen andern Winkel *r'* mit dem Einfallslothe *J'L'* bildet, da uns ferner dieser Versuch zeigt, dass der Winkel *i*, welchen der einfallende Strahl mit dem Einfallslothe *LJ* bildet, gleich ist dem Winkel *i'*, da *EJ* || *J'A* und *LJ* || *L'J'*, und da schliesslich, weil *JJ'* eine gerade Linie ist, der Winkel *r'*, den der Strahl an der Austrittsstelle mit dem Einfallslothe bildet, gleich ist dem Winkel *r*, den der gebrochene Strahl an der Eintrittsstelle bildet, so schliessen wir daraus, dass die Brechung gerade so vor sich geht, wenn das Licht aus dem ersten Mittel in das zweite übergeht, als wenn es aus dem zweiten Mittel in das erste übergeht. Die Winkel *i* und *r* sind dieselben, wenn das Licht den Weg *EJJ'* oder den Weg *J'JE* zurücklegt.

Fig. 34.

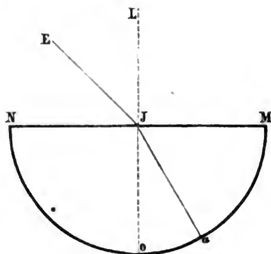


Zum Vergleiche der beiden Winkel können wir nun folgendes Verfahren einschlagen. Wir stellen ein Glasgefäss her, dessen Vorderwand

aus einer ebenen, dessen Rückwand aus einer kreisförmig gebogenen Glasplatte besteht, z. B. der Hälfte eines Glascylinders, so dass die ebene Glasplatte gleichsam ein Verticaldurchschnitt durch die Cylinderaxe ist. Die Glasplatte machen wir durch Bekleben mit Papier, bis auf eine kleine verticale Spalte, in ihrer Mitte undurchsichtig. Auf den Halbcylinder kleben wir einen mit einer Theilung versehenen Streifen durchscheinenden Papieres, so dass die auf die durchsichtige Spalte der ersten Fläche gedachte Senkrechte, das Einfallsloth, verlängert gerade den Nullpunkt der Theilung trifft. Fig. 35 stellt einen Horizontaldurchschnitt dieses Gefässes dar. Bei *J* ist die verticale Platte durchsichtig, und der Nullpunkt der auf *MON* geklebten Theilung ist bei *O*, wo das Loth *LJ* die cylindrische Wand *MON* trifft. Wir stellen dann das Gefäss auf eine drehbare Scheibe, so dass die verticale Drehungsaxe gerade durch den durchsichtigen Spalt der vordern Fläche *J* geht, welche zugleich die Axe des Halbcylinders ist. Diesen Apparat stellen wir dann einem Fenster, durch das wir mittels eines Heliostaten einen Bündel Lichtstrahlen horizontal eintreten lassen, gerade gegenüber, so dass das eintretende Strahlenbündel den Spalt *J* auf der Vorderfläche trifft. An der drehbaren Scheibe ist ein Zeiger, welcher auf der Theilung eines festen mit der Scheibe concentrischen getheilten Kreises endigt. Wenn die Wandfläche senkrecht auf dem einfallenden Lichtbündel steht, was wir daran erkennen, dass die durchscheinende Theilung, da das Licht bei senkrechter Incidenz von seiner geraden Bahn nicht abgelenkt wird, an ihrem Nullpunkte beleuchtet ist, zeigt der Zeiger der Scheibe auf den Nullpunkt des getheilten Kreises.

Drehen wir nun das Gefäss, nachdem es mit Wasser gefüllt ist, mit der Scheibe, so fällt das Licht immer noch auf die vordere durchsichtige Spalte der Gefässwand, aber unter immer andern Einfallswinkeln, die wir direct an der Theilung des getheilten Kreises ablesen, da die Richtung des Einfallslothes mit dem an der Scheibe befestigten Radius zusammenfällt. Auf der Theilung an der Rückwand sehen wir dann immer andere Theilstriche erleuchtet, und da die Richtung *JO* diejenige des Einfallslothes ist, gibt uns der Winkel, den der nach dem beleuchteten Theilstriche *α* (Fig. 35) gezogene Radius *Jα* mit *JO* bildet, den wir direct an dem Bogen *Oα* ablesen, den Winkel, den der Lichtstrahl im Wasser mit dem Einfallslothe einschliesst oder den Brechungswinkel.

Fig. 35.



Stellen wir nun den Versuch an, indem wir die Einfallswinkel *EJL* vielfach variiren, so sehen wir

1) der gebrochene Strahl liegt ganz in der durch das Einfallsloth und den einfallenden Strahl gelegten Ebene *EJL*.

2) Die Sinus der Einfallswinkel $EJL = i$ und der Brechungswinkel $OJa = r$ stehen in einem constanten Verhältniss oder

$$\frac{\sin i}{\sin r} = n.$$

Diese constante Zahl n, welche angibt, um wie viel mal der Sinus des Einfallswinkels grösser oder kleiner ist als der des Brechungswinkels nennt man den relativen Brechungsexponenten zwischen dem ersten und dem zweiten Mittel, also hier zwischen Luft und Wasser.[1])

Da nun, wie wir vorhin gesehen haben, Einfalls- und Brechungswinkel in demselben Verhältnisse stehen, wenn das Licht aus dem ersten in das zweite oder aus dem zweiten in das erste Mittel geht, so folgt, dass, wenn der Einfallswinkel in dem Falle r ist und der Brechungswinkel i, dass für den Brechungsexponenten beim Uebertritt des Lichtes aus dem zweiten Mittel in das erste die Relation besteht

$$\frac{\sin r}{\sin i} = n' = \frac{1}{n}$$

oder der Brechungsexponent aus dem zweiten Mittel in das erste ist der reciproke Werth desjenigen aus dem ersten Mittel in das zweite.

Die Brechungsgesetze gelten mit wenigen im zweiten Abschnitt zu betrachtenden Ausnahmen für alle Körper und für alle Flächen, der numerische Werth des Sinusverhältnisses ist jedoch verschieden für verschiedene Substanzen.

Den Brechungsexponenten aus dem leeren Raum in irgend einen durchsichtigen Körper nennt man den absoluten Brechungsexponenten, und diese Zahl wird als der Brechungsexponent der betreffenden Substanz bezeichnet. Man kann nun das Brechungsverhältniss aus dem leeren Raum in eine Substanz sehr leicht bestimmen, wenn man das des leeren Raumes und der Luft, und das der Luft und der betreffenden Substanz kennt, denn das relative Brechungsverhältniss zwischen zwei Substanzen ist zugleich das reciproke Verhältniss der beiden absoluten Brechungsexponenten. Es folgt das unmittelbar aus der Thatsache, dass Licht, welches durch zwei Schichten verschiedener Substanz mit parallelen Wänden hindurchgetreten ist, parallel mit dem einfallenden Lichte austritt.

---

[1]) Das Brechungsgesetz in dieser Form wurde zuerst von Cartesius aufgestellt in seiner Dioptrik, Leyden 1637. Schon früher war es in einer unbequemern Form von Willibrord Snellius aufgestellt. Man sehe Wilde, Geschichte der Optik. I. Band.

Nennen wir nämlich den Einfallswinkel *EJL* an der ersten Fläche i und den Brechungswinkel r, so ist der Einfallswinkel an der zweiten Fläche *JJ'L'* ebenfalls r. Nennen wir nun den zweiten Brechungswinkel beim Uebertritt des Lichtes aus dem Mittel M' in das Mittel M'' r', so ist der Brechungsexponent aus dem Mittel M' in M''

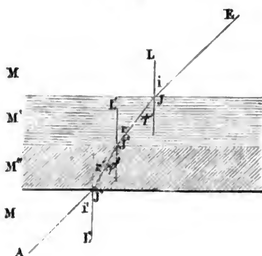


Fig. 36.

$$n'' = \frac{\sin r}{\sin r'}.$$

Sei nun das Mittel M der leere Raum und der Brechungsexponent aus dem leeren Raume M in M' gleich n, und derjenige aus M in M'' gleich n'. Dann ist

$$n = \frac{\sin i}{\sin r}$$

und da der Winkel $i' = i$ ist, der Brechungsexponent n'

$$n' = \frac{\sin i'}{\sin r'} = \frac{\sin i}{\sin r'}.$$

Daraus folgt dann der angeführte Satz:

$$n'' = \frac{\sin r}{\sin r'} = \frac{n'}{n}.$$

Ist demnach n der absolute Brechungsexponent der Luft und n'' das relative Brechungsverhältniss aus Luft in Wasser, so ist der absolute Brechungsexponent des Wassers n' gleich

$$n' = n \cdot n''.$$

Ist das relative Brechungsverhältniss aus einem Mittel in ein zweites grösser wie eins, so nennt man das zweite Mittel optisch dichter als das erste, und das erste das optisch dünnere, und zwar ist der Unterschied der optischen Dichtigkeit um so grösser, je mehr der Brechungsexponent von eins verschieden ist.

Aus jenem Versuche folgt nun auch weiter der Satz unmittelbar, dass die Brechung des Lichtes in einem Mittel gerade so erfolgt, wenn das Licht unter dem Winkel i direct in ein Mittel M'' einfritt, als wenn es schon eine Reihe von Mitteln durchlaufen hat, vorausgesetzt nur, dass der erste Einfallswinkel gleich i war.

Brechung des Lichtes durch Prismen. Wenn das Licht durch 16
ein Mittel mit parallelen Gränzflächen hindurchdringt, wird es nicht aus seiner Richtung abgelenkt, wenn es schliesslich wieder in dasselbe Mittel eintritt, in welchem es sich zuerst bewegte, indem der Brechungsexponent aus dem zweiten in das erste der reciproke Werth des Brechungsexponenten aus dem ersten Mittel in das zweite und deshalb der Winkel, unter dem das Licht

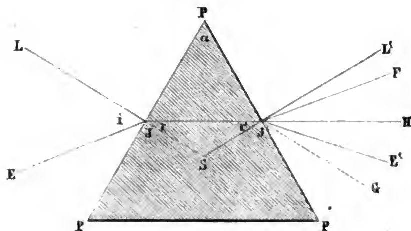
austritt, gleich ist dem, unter welchem das Licht auf die erste Fläche auftraf.

Wird aber das Mittel von zwei gegeneinander geneigten ebenen Flächen begrenzt, so muss eine Ablenkung eintreten. Denn, wenn die brechenden Flächen, durch welche das Licht in das Mittel eintrat und aus dem Mittel austritt, gegen einander geneigt sind, so sind es auch die Einfallslothe. Der Lichtstrahl, der nun unter dem Winkel *i* auf der ersten Fläche auftrifft und dort unter dem Winkel *r* gebrochen wird, bildet dann mit dem Einfallslothe an der zweiten Fläche im Innern des Mittels einen andern Winkel *r'*, der Winkel, den der austretende Strahl mit dem Einfallslothe bildet, ist dann ein Winkel *i'* der von dem Winkel *i* verschieden ist, so dass der austretende Strahl in einer andern Richtung fortschreitet, als der einfallende.

Die Erfahrung bestätigt nun auch diese Schlüsse, denn wenn wir durch ein Prisma hindurchsehen, so erscheinen die angesehenen Gegenstände von ihrer Stelle verschoben und zwar entweder nach der brechenden Kante, der Kante, in welcher die beiden Flächen, durch welche wir hindurchsehen, sich schneiden, hin oder von ihr fort, je nach der Natur des Mittels, aus welchem das Prisma besteht. Die Verschiebung der Gegenstände ist ferner verschieden je nach dem Einfallswinkel des Lichtes und nach der Grösse des Winkels, welchen die beiden Prismenseiten mit einander einschliessen, dem brechenden Winkel des Prismas.

Kennt man nun den Winkel, unter welchem das Licht auf die erste Prismenfläche auftrifft, sowie das relative Brechungsverhältniss aus Luft in die Substanz des Prismas und den brechenden Winkel, so kann man leicht die Ablenkung, welche das Licht erfährt, berechnen; oder kennt man durch Beobachtung die letztere, so kann man mit Hülfe des brechenden Winkels und Einfallswinkels das Brechungsverhältniss zwischen Luft und der Prismensubstanz erhalten. Es ist die Beobachtung der Ablenkung durch ein Prisma sogar das genaueste Mittel zur Bestimmung der Brechungsexponenten.

Fig. 37.



Sei nun, um die Ablenkung allgemein zu bestimmen, *PPP* ein zur brechenden Kante senkrechter Durchschnitt durch das Prisma, und zugleich die Einfallsebene eines das Prisma bei *J* treffenden Lichtstrahles *EJ* (Fig. 37). Der brechende Winkel des Prismas sei α und wir wollen die Ablenkung δ ausdrücken durch den Einfallswinkel $EJL = i$ den brechenden Winkel α und den relativen Brechungsexponenten n zwischen der Prismensubstanz und der Luft.

Der Weg des Lichtes sei nun $EJJ'E'$. Ziehen wir durch J' die Linie $J'F$ parallel mit EJ, so ist der Winkel

$$E'J'F = \delta.$$

Nun ist, wenn wir ferner durch J' die Linie $J'G$ parallel dem Einfallslothe LJ der ersten Fläche legen und die Richtung des gebrochenen Lichtstrahles JJ' über J hinaus in $J'H$ verlängern, der Winkel $E'J'F$ gleich

$$E'J'F = GJ'F - GJ'H + E'J'H.$$

Ferner aber ist

$$E'J'H = E'J'L' - HJ'L'$$

und demnach

$$E'J'F = \delta = GJ'F - GJ'H + E'J'L' - HJ'L'.$$

Da nun

$$J'F \parallel EJ$$

und

$$J'G \parallel LJ,$$

so ist

$$GJ'F = i,$$

und da $J'H$ die Verlängerung von JJ', so ist

$$HJ'G = SJJ' = r,$$

dem Brechungswinkel an der ersten Fläche. Der Winkel $E'J'L'$ ist der Winkel, welchen der austretende Lichtstrahl an der zweiten Fläche mit dem Einfallslothe bildet, wir bezeichnen ihn mit i', und der Winkel $HJ'L'$ schliesslich ist gleich dem Winkel $JJ'S = r'$, dem Winkel, unter welchem der Strahl im Prisma die zweite Fläche trifft. Für die Ablenkung δ erhalten wir demnach

$$\delta = i - r + i' - r$$
$$\delta = i + i' - (r + r').$$

Nun ist weiter

$$JSJ' + r + r' = 180^0$$
$$JSJ' + \alpha = 180^0$$

und daraus

$$r + r' = \alpha.$$

Die Summe der beiden Winkel, welche der gebrochene Lichtstrahl im Innern des Prismas mit den beiden Einfallslothen bildet, ist gleich dem brechenden Winkel des Prismas.

Dadurch wird dann

$$\delta = i + i' - \alpha.$$

Die Ablenkung des Strahles ist gleich der Summe der beiden Winkel, welche der Lichtstrahl vor dem Eintritt und nach dem Austritt aus dem Prisma mit den Einfallslothen bildet weniger dem brechenden Winkel des Prismas.

Um nun i' durch i und den Brechungsexponenten n der Substanz des Prismas auszudrücken, haben wir

$$\sin i' = n \,.\, \sin r' = n \,.\, \sin (\alpha - r)$$

oder

$$\sin i' = n \,.\, (\sin \alpha \,.\, \cos r - \cos \alpha \,.\, \sin r)$$

und ferner

$$\sin r = \frac{\sin i}{n}$$

$$\cos r = \sqrt{1 - \sin^2 r} = \frac{1}{n} \,.\, \sqrt{n^2 - \sin^2 i}$$

woraus

$$\sin i' = \sin \alpha \sqrt{n^2 - \sin^2 i} - \cos \alpha \sin i.$$

Mit Hülfe dieses durch i, n und α gegebenen Werthes für i' können wir nun für jeden Einfallswinkel die Ablenkung δ berechnen. Man sieht bei gegebenem brechenden Winkel α des Prismas hängt dieselbe ab von dem Brechungsexponenten n und dem Einfallswinkel i. Sind daher 3 von den Grössen α, i, δ, n durch die Beobachtung gegeben, so ist die vierte zu berechnen.

Man wendet daher die Beobachtung der Ablenkung durch ein Prisma von bekanntem brechenden Winkel an, um das Brechungsverhältniss der Prismensubstanz zu erhalten. Vorzugsweise geeignet dazu sind zwei bestimmte Richtungen, in welchen man den Strahl hindurchgehen lässt, da man dann einer directen Messung des Einfallswinkel überhoben ist; entweder lässt man den Lichtstrahl so durch das Prisma hindurchgehen, dass der Einfallswinkel i gleich ist dem Winkel i', unter welchem der Lichtstrahl das Prisma verlässt, oder man lässt den Strahl die zweite Fläche unter dem Winkel $i' = 0$, in der Richtung des Einfallslothes verlassen.

Ersteres erkennt man daraus, dass der austretende Lichtstrahl in dem Falle das Minimum der Ablenkung erfährt, dass der Winkel δ dann den kleinsten bei dem Prisma möglichen Werth erhält. Denn wir haben

$$\delta = i + i' - \alpha.$$

Ist nun $i = i'$, so wird

$$\delta = 2i - \alpha = 2i' - \alpha.$$

Ist nun aber $i > i'$ z. B. $i = i' + \beta$, so wird

$$\delta = 2i' + \beta - \alpha$$

oder ist $i' = i + \beta$

$$\delta = 2i + \beta - \alpha.$$

Die beiden letztern Ausdrücke sind aber, sobald β von 0 verschieden ist, grösser als $2i - \alpha$.

Wenn demnach δ seinen kleinsten Werth hat, der Strahl also am wenigsten von seiner Bahn abgelenkt ist, dann ist

$$\delta = 2i - \alpha$$

oder

$$i = \frac{\delta + \alpha}{2}$$

oder der Einfallswinkel ist gleich der halben Summe des brechenden Winkels und der Ablenkung. In dem Falle ist dann auch, da

$$\sin r = \frac{\sin i}{n}, \quad \sin r' = \frac{\sin i'}{n},$$

$$r = r',$$

und da weiter

$$r + r' = \alpha,$$

so ist

$$r = \frac{\alpha}{2}.$$

Für den Brechungsexponenten n erhalten wir dann

$$n = \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{\sin \frac{\delta + \alpha}{2}}{\sin \frac{\alpha}{2}}.$$

Die Beobachtung der Ablenkung und des brechenden Winkels des Prismas liefert uns also sofort den Brechungsexponenten. Dasselbe ist der Fall, wenn wir das Prisma so aufstellen, dass von den durch das Prisma durchtretenden Strahlen nur diejenigen beobachtet werden, welche senkrecht zur letzten Fläche austreten, wenn wir also z. B. ein Prisma so vor ein Rohr aufstellen, dass die Axe senkrecht zur letzten Prismenfläche steht, und dann durch das Prisma nach einer Lichtquelle hinsehen. In dem Falle ist, da $i' = 0$,

$$\delta = i - \alpha,$$

somit auch

$$i = \delta + \alpha.$$

Ist nun $i' = 0$, so ist auch, da

$$\sin r' = \frac{\sin i'}{n}; \quad r' = 0,$$

und da $r + r' = \alpha$,

$$r = \alpha.$$

Zur Bestimmung des Brechungsexponenten haben wir daher in dem Falle

$$n = \frac{\sin(\delta + \alpha)}{\sin \alpha}.$$

Die Werthe der Einfallswinkel i lassen sich nun für diese beiden Fälle leicht durch den Brechungsexponenten der Substanz und den brechenden Winkel des Prismas darstellen. Im Falle wir das Minimum der

Ablenkung hervorbringen wollen, muss der erste Brechungswinkel gleich sein dem halben brechenden Winkel α, und daraus folgt der zugehörige Einfallswinkel

$$\sin i = n \cdot \sin \frac{\alpha}{2}.$$

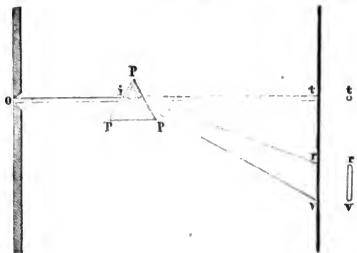
Im zweiten Falle muss der erste Brechungswinkel gleich sein dem brechenden Winkel des Prismas und somit

$$\sin i = n \cdot \sin \alpha.$$

Die Ablenkung durch ein Prisma hängt somit von dem Brechungsexponenten und dem brechenden Winkel des Prismas, so wie vom Einfallswinkel des Lichtes ab. Bei einem Prisma von gegebenem brechenden Winkel und bei ein und demselben Einfallswinkel hängt demnach die Ablenkung δ nur von dem Brechungsexponenten n ab.

17 **Zerstreuung des Lichtes.** Lassen wir nun auf ein Prisma durch eine enge Oeffnung ein Bündel paralleler Lichtstrahlen auffallen, so zeigt sich das austretende Licht ganz anders, als wir es nach dem bisherigen erwarten sollten. Bringen wir in den Fensterladen eines sonst dunkeln Zimmers eine kleine Oeffnung an, und lassen mit Hülfe eines Heliostaten ein Bündel paralleler Sonnenstrahlen in das Zimmer horizontal einfallen, so zeigt sich auf einem dem Fenster senkrecht zu den eintretenden Strahlen gegenüber gestellten Schirme ein kleines rundes Sonnenbildchen. Bringt man dann nahe bei der Oeffnung in den Weg der Lichtstrahlen ein Prisma, dessen brechende Kante horizontal ist, so an, dass der eintretende Lichtstrahl das Minimum der Ablenkung erfährt, so sollte nach unsern bisherigen Betrachtungen auf dem Schirme wiederum ein kleines Bildchen der Sonne entstehen, nur an einer andern Stelle, und zwar, wenn wir ein Prisma anwenden, dessen Brechungsexponent grösser ist als eins, und die brechende Kante nach oben gerichtet ist, nach unten gegen das einfallende Licht verschoben. Das Bild dürfte, da sämmtliche Strahlen des einfallenden Lichtes unter dem gleichen Winkel auf das Prisma auffallen, also der Winkel i für alle denselben Werth hat, keine Abweichung von der Kreisgestalt zeigen, es müsste ein einfach abgelenktes Bildchen der Sonne sein. Statt dessen sehen wir aber auf dem Schirme einen beleuchteten Streifen, als ein in der Einfallsebene sehr in die Länge gezogenes Bild der Sonne, welches um so länger wird, je weiter der Schirm von

Fig. 38.



dem Prisma entfernt ist. Dieses Bild *rv* (Fig. 38) hat zugleich eine ganz andere Beschaffenheit als das Bildchen *t*, welches bei ungestörter Fortpflanzung des einfallenden Lichtbündels auf dem Schirme entsteht. Letzteres ist ein weisser runder Fleck; das in der Einfallsebene in die Länge gezogene Bild *rv* erscheint dagegen in den verschiedensten Farben, die vorausgesetzt, dass die Oeffnung *o* nur klein ist, in allmählichen Abstufungen in einander übergehen. An dem obern Ende des Streifens zunächst der Stelle *t*, wo das nicht abgelenkte Bild der Sonne entstanden wäre, ist der Streifen tief roth gefärbt, die rothe Färbung wird gegen die Mitte des Bildes zu allmählich heller und geht in Orange über, weiter verliert sich der rothe Ton des Orange immer mehr und die Färbung wird rein gelb. Auf die gelbe Färbung folgt grün und hierauf anfangs noch mit grün gemischt, allmählich immer reiner werdend, ein helles Blau. Dieses wird immer dunkler und schliesslich ein tiefes Indigo. Noch etwas weiter tritt zum Blau wieder ein rother Ton, so dass das Ende *v* dieses Streifens violett gefärbt ist. (Man sehe Tafel I.)

Diesen Farbenstreifen nennt man das Spectrum. Unsere Sprache unterscheidet in demselben nur diese 7 Farben, roth, orange, gelb, grün, blau, indigo, violett, indess unterscheidet das Auge zugleich alle Uebergänge und die verschiedensten Töne dieser Färbungen, für welche die Sprache keine besondern Namen hat.

Dieser Versuch zeigt uns somit, dass das auffallende Bündel paralleler Strahlen weissen Lichtes das Prisma nicht wieder als ein Bündel paralleler Strahlen verlässt, sondern dass die austretenden Strahlen über einen grössern Raum zerstreut und durch diese Zerstreuung zugleich gefärbt werden. Es sind nun zwei Möglichkeiten vorhanden, welche diese eigenthümliche Erscheinung hervorrufen können, entweder ist sie Folge einer specifischen Einwirkung des Prismas auf das Licht, oder sie wird dadurch hervorgebracht, dass diese einzelnen Strahlen, welche im Spectrum in der Einfallsebene neben einander gelegt sind, im einfallenden Lichte schon vorhanden sind, dass sie aber verschieden brechbar sind, und dass sie deshalb nach dem Austritte aus dem Prisma verschieden stark abgelenkt werden. Diese Möglichkeit ergibt sich unmittelbar aus dem vorigen Paragraphen, denn wir sahen die Ablenkung eines Lichtstrahles hängt bei gegebenem Einfallswinkel und bei einem Prisma von gegebenem brechenden Winkel nur ab von dem Brechungsexponenten n. Da nun das Spectrum nur in der Einfallsebene in die Länge gezogen ist, seine Breite aber genau derjenigen des einfallenden Strahlenbündels gleich ist, so ist es möglich, dass eine verschiedene Brechbarkeit der im Sonnenlichte zugleich vorhandenen Strahlen diese Erscheinung hervorruft. Dann würde aus dieser Erscheinung zu folgern sein, einmal, dass Licht verschiedener Farbe bei ein und derselben Substanz eine verschiedene Brechbarkeit besitzt und weiter, dass

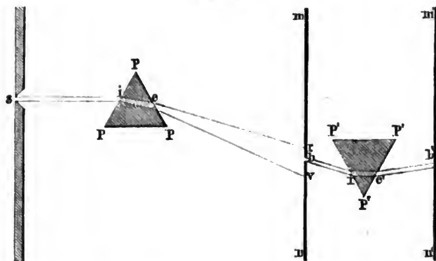
in dem scheinbar einfachen weissen Sonnenlicht Licht der verschiedensten Brechbarkeit, der verschiedensten Farbe enthalten ist.

Schon Newton, der die Farbenerscheinungen bei Brechung des Lichtes durch ein Prisma gewissermassen zum ersten male beobachtete, gibt in seiner Optik[1]) die entscheidensten Beweise für die Richtigkeit der letztern Annahme, er wies nach, dass es nicht eine specifische Einwirkung des Prismas auf das Licht ist, welches die Farben erzeugt, sondern dass in der That Licht verschiedener Farbe einen verschiedenen Grad der Brechbarkeit besitzt, und dass das Spectrum Folge ist der verschiedenen Ablenkung des im Sonnenlichte enthaltenen farbigen Lichtes.

Dass das Prisma nicht durch eine besondere Einwirkung auf das Licht die Farben erzeugt, beweist zunächst der Umstand, dass es auf die Natur und Folge der Farben, welche uns das Spectrum darbietet, durchaus ohne Einfluss ist, aus welcher Substanz das Prisma besteht, vorausgesetzt, dass dieselbe durchsichtig und farblos ist. Zwar ändert sich das Spectrum mit dem Prisma, jedoch nur darin, dass dasselbe länger oder kürzer ist, und dass die Länge der einzelnen Farben etwas verschieden sein kann. Die auftretenden Farben und ihre Folge sind aber bei allen Prismen dieselben. Wenn nun die Farben durch das Prisma erst erzeugt würden, so wäre diese Unveränderlichkeit des Spectrums schwer zu erklären.

Dass Licht verschiedener Farbe verschieden brechbar ist, hat Newton[2]) durch folgenden Versuch auf das überzeugendste dargethan. Das durch eine schmale Spalte in das dunkele Zimmer eindringende Bündel

Fig. 39.



paralleler Lichtstrahlen traf auf ein Prisma *PPP* (Fig. 39). In dem Schirme *mn*, welcher das durch das Prisma hervorgerufene Spectrum

[1]) Newton. Optice liber I. pars. I. Ausgabe von Samuel Clark. Lausannae et Genevae 1740.

[2]) A. a. O. experim. 6. pag. 30.

auffing, befand sich eine kleine runde Oeffnung. Durch diese Oeffnung trat dann in der Richtung *bi'* ein Lichtstrahl von der Farbe, welche gerade an der Stelle der Oeffnung sich befand. Sah man durch die Oeffnung in der Richtung des austretenden Lichtstrahles, so erblickte man ein glänzendes Bild der Sonne von der Farbe des Lichtes. Lässt man den Lichtstrahl, welcher durch die Oeffnung *b* hindurchtritt, auf ein anderes Prisma *P'P'P'* fallen, so wird er in demselben gebrochen und in der Richtung *bi'c'b'* abgelenkt. Er wird aber nicht weiter in ein Farbenband, in ein Spectrum *rv* verwandelt, sondern erscheint als einfacher Fleck von der Farbe des auf das Prisma *P'P'P'* auftreffenden Lichtstrahles.

Es folgt daraus, dass in einem Prisma nur das weisse Licht in ein solches Spectrum zerlegt wird, nicht aber das einfarbige, und dass das im Spectrum neben einander gelegte Licht bei nochmaliger Brechung in einem Prisma nicht weiter zerstreut werden kann.

Wenn man nun aber durch Drehung des Prismas *PPP* um eine der brechenden Kante parallele Axe den Einfallswinkel des Lichtes ändert, so wird dadurch auch die Ablenkung eine andere, und dadurch werden an der Oeffnung *b* des Schirmes *mn* allmählich die verschiedenen Farben des Spectrums vorüber geführt. Lässt man nun das Prisma *P'P'P'* an seiner Stelle, so fallen dadurch auch nach und nach Strahlen aller Farben in der Richtung *bi'*, also unter demselben Einfallswinkel auf das Prisma *P'P'P'*. Bemerkt man nun auf dem zweiten Schirme *m'n'* die Stelle, wo z. B. der rothe Fleck erscheint, wenn gerade der rothe Strahl in der Richtung *bi'* auf das Prisma fällt, so sieht man, wenn, wie es in der Zeichnung angenommen, die brechende Kante des zweiten Prismas nach unten gerichtet ist, dass die violetten Strahlen viel stärker abgelenkt werden, als die rothen, dass der violette Fleck viel höher liegt, als die Stelle, an welcher vorher der rothe Fleck erschien. Die übrigen Farben fallen zwischen beide, zunächst dem Roth orange, darüber gelb und so fort, und der tiefblaue mit Indigofarbe gefärbte Fleck unmittelbar unter dem violetten.

Dieser von Newton als Experimentum crucis bezeichnete Versuch beweist auf das entschiedenste, dass die verschieden gefärbten Lichtstrahlen eine verschiedene Brechbarkeit besitzen.

Wenn das Spectrum Folge einer Einwirkung des Prismas auf das Sonnenlicht wäre und nicht durch die verschiedene Brechbarkeit des im Sonnenlicht enthaltenen farbigen Lichtes entstände, müsste das Spectrum, wenn es auf ein Prisma mit verticaler brechender Kante fallen gelassen wird, durch dasselbe eben so sehr in die Breite gezogen werden, als das Sonnenbildchen durch das erste Prisma in die Länge gezogen war. Der

Versuch[1]) zeigt aber, dass die Breite des Spectrums nicht merklich geändert wird, sondern dass es nur verschoben und gegen das erste Spectrum geneigt wird.

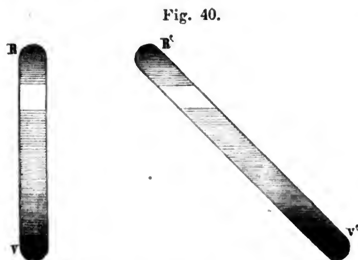


Fig. 40.

Ist *RV* (Fig. 40) das Spectrum, wie es durch das Prisma mit horizontaler brechender Kante hervorgerufen wird, so wird es in das Spectrum *R'V'* verwandelt, wenn man die aus dem ersten Prisma austretenden Strahlen mit gleichem Einfallswinkel auf ein Prisma mit verticaler brechender Kante fallen lässt, dessen brechender Winkel dem des ersten Prismas an Grösse gleich ist. Die Breite des Farbenbildes ist ungeändert geblieben, nur ist jede Farbe seitlich verschoben, das Roth am wenigsten, das Violett am meisten und zwar, wie man sieht, wenn man das Spectrum durch das Prisma mit verticaler brechender Kante hervorruft, um so viel mehr seitlich verschoben als das Roth, als die Länge des horizontalen Spectrums betragen würde. Das zweite Prisma bringt also gar keine Veränderung in den Farben hervor, die stärkere Ablenkung des Violetten beträgt aber gerade so viel, wie die Differenz der Ablenkungen zwischen roth und violett im ersten Spectrum.

Der Versuch zeigt die stärkere Brechbarkeit des violetten Lichtes, die verschiedene Brechbarkeit des verschieden gefärbten Lichtes ebenso deutlich als das erwähnte Experimentum crucis.

Ohne die mannigfachen andern Versuche zu betrachten, welche Newton zur Vervielfältigung dieses Beweises anstellte[2]), werden wir Newtons Schluss beipflichten, dass bei jedem besondern Lichtstrahle, sobald derselbe an der Grenzfläche zweier Mittel gebrochen wird, der Sinus des Einfallswinkel zu dem des Brechungswinkel in einem constanten Verhältnisse steht, so lange die beiden Mittel und der einfallende Strahl dieselben sind, dass aber das Verhältniss sich nicht nur mit den Mitteln, sondern auch mit der Farbe der einfallenden Strahlen ändert. Oder es gibt so viele Arten oder Verschiedenheiten von Licht, als sich in dem Spectrum, welches aus einem einfallenden weissen Strahle sich bildet, verschieden gefärbte Strahlen finden. Die verschiedene Brechbarkeit ist somit ein Kennzeichen der verschiedenen Qualität des Lichtes, und

---

[1]) A. a. O. lib. I. pars I. exper. 5. pag. 23.

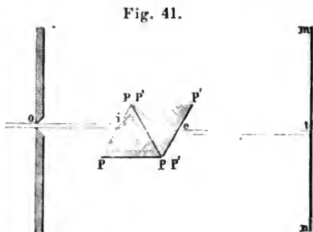
[2]) Man sehe Wilde: Geschichte der Optik. II. Bd.

die Zerstreuung des Lichtes rührt daher, dass in dem weissen Lichte die verschiedenen Lichtarten ebenso enthalten sind, wie in einem Accorde die verschiedenen Töne.

Zusammensetzung des weissen Lichtes aus farbigem. Um den 18
Beweis vollständig zu führen, dass es nur die verschiedene Brechbarkeit der verschiedenen im weissen Lichte enthaltenen Lichtarten ist, welche das Spectrum erzeugt, genügt es nicht, gezeigt zu haben, dass das farbige, aus dem weissen entstandene Licht verschieden brechbar ist, da dann immer noch der Einwurf möglich ist, dass diese verschiedene Brechbarkeit erst Folge des Durchganges durch das Prisma sei, und dass daher die Entstehung des Spectrums dennoch einer besondern Einwirkung des Prismas zugeschrieben werden müsse. Wir müssen weiter noch nachweisen, dass die aus dem Prisma hervorgehenden Farben wieder zu weiss zusammengesetzt werden können. Auch hierfür hat bereits Newton[1]) die überzeugendsten Beweise geliefert, er hat gezeigt, dass die Zusammenwirkung aller Farben den Eindruck des Weissen macht, dass aber die Mischung nur eines Theiles der Farben eine andere als die weisse Farbe erzeugt. Die Versuche lassen sich auf die verschiedenste Art anstellen.

Wenn man zwei aus derselben Substanz mit gleichem brechenden Winkel hergestellte Prismen so zusammenstellt (Fig. 41), dass ihre brechenden Kanten entgegengesetzt, die eine oben, die andere unten, aber beide horizontal, liegen, so tritt aus der letzten Fläche des zweiten Prismas ein auf die Vorderfläche des ersten fallendes Bündel paralleler weisser Lichtstrahlen nicht als ein divergirendes Büschel verschiedenfarbiger Lichtstrahlen, sondern als ein paralleles Bündel weisser Lichtstrahlen. Es zeigt sich auf dem Schirme *mn* bei *t* nicht ein Spectrum, sondern ein weisses Bild der Oeffnung *o*.

Fig. 41.



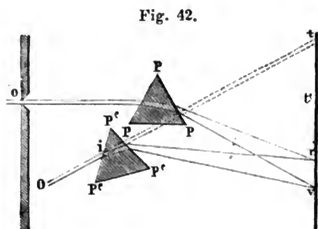
Da nun jedes Prisma ein Spectrum erzeugt, so traten aus dem ersten offenbar die farbigen Strahlen getrennt hervor, so dass der violette Strahl am meisten, der rothe am wenigsten nach unten abgelenkt war. In dem zweiten Prisma wird nun jeder Strahl wieder eben so stark nach oben abgelenkt, wie er in dem ersten nach unten hin abgelenkt war; alle Strahlen treten also nach *et* und zwar parallel mit *oi* aus dem zweiten

[1]) Newton. Optice. Man sehe Wilde, Geschichte der Optik. Bd. II. Berlin 1843.

Prisma hervor. Da nun in *t* ein ungefärbtes Bild der Oeffnung entsteht, so zeigt der Versuch, dass durch das Zusammenwirken aller Farben wiederum Weiss entsteht. Bringt man in den Weg der Strahlen *et* noch ein drittes Prisma, so erzeugt dieses gerade so ein Spectrum wie es das einzelne Prisma *PPP* oder *P'P'P'* gethan haben würde.

Statt dieser Anordnung der beiden Prismen kann man auch folgende anwenden. Ruft man in der vorhin beschriebenen Weise durch ein Prisma *PPP* ein Spectrum hervor (Fig. 42) und betrachtet dasselbe durch ein zweites Prisma *P'P'P'*, welches so gestellt ist, dass ein vom Auge *O* ausgehendes Strahlenbündel *Oi* an derselben Stelle *rv* des Schirmes ein Spectrum erzeugen würde, so sieht man nicht mehr das Spectrum *rv*, sondern bei *t* in der Richtung *Oi* ein einfach weiss gefärbtes Bild der Sonne, wie es ohne Prisma bei *t'* sich gezeigt hätte.

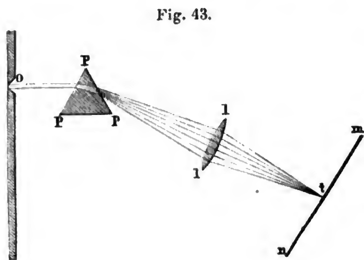
Fig. 42.



Da ein vom Auge *O* ausgehender Strahl so gebrochen würde, dass er aus dem Prisma austretend, bei *rv* ein Spectrum von derselben Grösse *rv* erzeugen würde, so folgt nach dem schon mehrfach erwähnten Gesetze der Reciprocität, dass die von dem Spectrum *rv* aus auf das Prisma *P'P'P'* treffenden Strahlen alle so abgelenkt werden, dass sie in der Richtung *iO* austreten. Da nun das Auge dann in der Richtung *Oi* nicht mehr ein Farbenbild, sondern ein weisses Bild der Oeffnung *O* sieht, so müssen wir aus diesem Versuche schliessen, dass durch das Zusammenwirken aller Farben im Auge der Eindruck des Weissen entsteht.

Die Vereinigung aller Strahlen zu weiss kann noch durch einen andern Versuch gezeigt werden, der auf der demnächst zu betrachtenden Eigenschaft der Linsen beruht, alle auf sie fallenden parallelen Strahlen gleicher Brechbarkeit in einen Punkt zu vereinigen. Lässt man durch eine kleine kreisförmige Oeffnung Sonnenlicht auf ein Prisma *PPP* (Fig. 43) fallen, und fängt man das aus dem Prisma austretende zerstreute Licht auf einer Linse *ll* auf, so erhält man in einem gewissen Abstande von der Linse auf einem Schirme einen kleinen weissen Kreis.

Fig. 43.



Die auf die Linse auffallenden violetten Strahlen werden alle in einem Punkte vereinigt, ebenso die blauen, grünen, rothen. Der Punkt, in welchem die violetten Strahlen vereinigt werden, liegt der Linse am nächsten, weiter entfernt der Vereinigungspunkt der blauen und grünen, am weitesten derjenige der rothen Strahlen. Hält man nun den Schirm an die Stelle der sich sehr nahe liegenden Vereinigungspunkte, so erhält man auf demselben ein weisses Bild der Sonne. Rückt man der Linse näher, so liegen die Strahlen noch zum Theile neben einander, man erhält ein Spectrum, als wenn die Linse nicht da wäre, nur etwas verwaschen, und entfernt man den Schirm weiter, so erhält man ein umgekehrtes Spectrum, ein Beweis, dass sämmtliche Strahlen bei *t* sich kreuzten.

Noch auf eine andere Art können wir die Entstehung des Weissen aus dem Zusammenwirken der prismatischen Farben nachweisen, welche auf der schon früher erwähnten Thatsache beruht, dass jeder Lichteindruck in unserm Auge eine gewisse Dauer hat, dass, wenn ein leuchtender Punkt ungefähr 11 mal in der Sekunde an einer Stelle sich befindet, er uns immer dort zu sein scheint; eine Thatsache, die uns durch den einfachen Versuch bewiesen wird, dass eine rasch im Kreise geschwungene glühende Kohle uns als feuriger Kreis erscheint. Wenn demnach in sehr kurzer Zeit nach einander an einer und derselben Stelle alle Farben auftreten, so werden sich beim Anblicke dieser Stelle in unserem Auge die Eindrücke derselben summiren, und dieselbe muss uns weiss erscheinen. Um dieses mit reinen prismatischen Farben nachzuweisen, verbindet man nach dem Vorgange von Münchow das Prisma mit einem Uhrwerke, welches demselben eine rasche hin und her drehende Bewegung um eine der brechenden Kante parallele Axe ertheilt. Dadurch ändert sich der Winkel, unter welchem die einfallenden Strahlen das Prisma treffen und mit diesem die Ablenkung derselben. Das Spectrum erhält dadurch eine rasche hin und her gehende Bewegung, wodurch auf einem Streifen des auffangenden Schirmes in sehr rascher Folge an allen Stellen alle prismatische Farben auftreten. Der Erfolg ist der, dass man anstatt des Spectrums in den verschiedenen Lagen einen blendend weissen Streifen sieht, dessen Enden dort, wo das Spectrum sich in seiner Bewegung umkehrt, geringe gefärbt ist; dort, wo nur das rothe Ende des Spectrums hinkommt, roth, an dem entgegengesetzten Ende, wo nur das violette auftritt, violett. Die Erscheinung ist dieselbe und aus denselben Gründen, welche ein langer reinweisser Streifen darbietet, wenn man ihn durch ein Prisma ansieht, dessen brechende Kante der kurzen Seite des Streifens parallel ist, mit dem Unterschiede, dass das, was bei jenem Versuche durch die Bewegung des Prismas in rascher Folge an derselben Stelle auftritt, hier in der That neben einander vorhanden ist und sich deckt. Sei *abcd* jener Streifen

und die brechende Kante des Prismas mit der kürzern Seite *ab* des Streifens parallel, so wird jeder schmale Streifen *abαβ* Fig. 44 ein Spectrum *rv* bilden, indem die einzelnen farbigen Bilder des Streifens neben einander fallen. Der zweite Streifen *αβγδ* bildet ebenfalls ein Spectrum *r'v'*, welches in der Zeichnung neben das erste gelegt ist, in der That aber das erste zum Theil deckt, so dass oben der Streifen *r'r* des ersten, unten der violette Streifen *vv'* des zweiten Spectrums ungefähr von der Breite *abαβ* hervorragt. Ein dritter Streifen gleicher Breite bildet ein ebenso verschobenes Spectrum und so fort. Gleiches gilt von der untern Seite *cd*. Jede der brechenden Kante parallele Linie des Streifens *abcd* bildet auf diese Weise ihr Spectrum, deren jedes nachfolgende gegen das vorhergehende nahezu um die Breite der Linie verschoben ist. Diese Spectra fallen in der ganzen Länge des Streifens über einander, sie decken sich in der erwähnten Weise, so dass an allen Stellen des Streifens ausser am Rande *ab* und *cd* zugleich alle Farben auftreten. Der Streifen erscheint daher weiss mit farbigen Rändern. Das Ende *ab* ist roth und geht durch gelb in weiss, der Rand *cd* ist violett und geht durch blau in weiss über.

Fig. 44.



Man kann auch mit farbigen Pigmenten durch einen dem vorigen ähnlichen Versuch die Entstehung des Weiss aus den prismatischen Farben nachweisen, nur erhält man da nicht reines Weiss, weil man keine Pigmente hat, deren Farben genau denen des Spectrums entsprechen. Theilt man eine kreisförmige Scheibe in 7 Sectoren und bestreicht dieselben mit farbigen Pigmenten, welche sich den Farben des Spectrum möglichst annähern, und zwar wie Newton angibt, in der Reihenfolge roth, orange, gelb, grün, blau, indigo, violett, so dass die Sectoren

Roth, Grün, Violett	je 60° 45′	Gelb, Blau	je 54° 41′	Orange, Indigo	je 34° 11′

umfassen, so erscheint die Scheibe bei rascher Rotation um eine durch den Mittelpunkt gehende Axe gleichförmig weiss, und die Färbung ist um so reiner, je näher die Farben der Pigmente mit denen des Spectrums übereinstimmen. Rein weiss kann die Scheibe niemals erscheinen, da es einmal nicht möglich ist, genau die einzelnen Farben und die zahlreichen im Spectrum vorhandenen Nüancen auf der Scheibe zu vereinigen, und da man andererseits den einzelnen Farben nicht genau die Intensität und Ausdehnung geben kann, mit der sie im Spectrum vertreten sind.

Dass die Vereinigung aller Farben, welche uns das Spectrum darbietet, nothwendig ist, um das reine Weiss zu erzeugen, kann dadurch gezeigt werden, dass man bei dem erwähnten Versuche mit der Linse einen Theil des Spectrums aufhält, ehe es auf die Linse fällt.

Wird z. B. das Roth aufgehalten, indem man einen undurchsichtigen Körper von der rothen Seite her in die aus dem Prisma austretenden Strahlen schiebt, so wird die Färbung der von der Linse vereinigten Strahlen eine blassgrüne, nimmt man das roth ganz fort, und indem man den dunkeln Körper stetig voran schiebt, allmählich auch orange und gelb, so sieht man die blassgrüne Färbung in hellgrün, blaugrün, blau und endlich violett übergehen. Nimmt man dagegen von der andern Seite her das Violett fort, so erhält man eine gelbliche Färbung, welche entschieden gelb wird, wenn auch das Blau fortgenommen wird, und nach Fortnahme des grünen Lichtes in Roth übergeht. Hält man die mittlern grünen Strahlen auf, so ergeben die übrig bleibenden verschiedene Arten von Roth. So kann nach und nach durch Unterdrückung einzelner Farben jede Farbe erzeugt werden, und es gibt in der Natur keinen Farbenton, den man nicht auf diese Weise auf das schönste nachahmen könnte.

Durch Unterdrückung bestimmter Farben erhält das übrig bleibende Sammelbild eine gewisse Färbung. Die zurück gehaltenen Strahlen geben ebenso in ihrer Gesammtheit einen gewissen Farbenton. Diese beiden Farben zusammen genommen enthalten aber alle Farben des Spectrums, sie geben daher Weiss. Jede dieser beiden Färbungen completirt also die andern zu dem Gesammteindruck aller Farben zu Weiss. Man nennt daher die beiden Farben complementäre Farben. Nach Fortnahme der rothen Strahlen zeigten die übrig bleibenden eine grünliche Färbung. Die verschiedenen Töne des Grünen werden demnach durch die verschiedenen rothen Töne zu Weiss ergänzt, Grün und Roth sind demnach Complementärfarben. Durch Fortnahme des Blauen erhielten wir gelbe Färbungen; Blau und Gelb sind demnach ebenfalls complementäre Farben. Jede Mischfarbe können wir uns auf diese Weise durch Fortnahme einer andern Mischfarbe entstanden denken, jede hat somit ihre complementäre Farbe.

Nach allen diesen Erscheinungen sind wir demnach zu dem Schlusse berechtigt, dass das weisse Licht kein einfaches, sondern ein aus den verschiedensten farbigen Lichtern zusammengesetztes Licht ist. Die unserm Auge durch die Farbe unterschiedenen Lichtarten unterscheiden sich physikalisch durch ihre verschiedene Brechbarkeit. Die Strahlen gleicher Brechbarkeit haben gleiche Farbe, wir nennen sie daher im Gegensatze zu dem zusammengesetzten weissen oder durch eine Mischung gefärbten Lichte homogen. Die Farben des Spectrums sind homogen, sie enthalten

nur eine Lichtqualität, die Mischfarben sind zusammengesetzter, das zusammengesetzteste Licht ist das weisse.

Das physikalische Merkmal des verschiedenen Lichtes ist verschiedene Brechbarkeit. Wir werden daher verschiedene Lichtarten nach dieser beurtheilen, selbst wenn das Auge einen Unterschied in der Färbung nicht mehr wahrnehmen sollte, und nur solches Licht als homogen einfarbiges betrachten, welches gleiche Brechbarkeit besitzt, also keine Zerstreuung mehr erfährt.

19 **Physikalische Erklärung der Brechung und Zerstreuung des Lichtes. Undulationstheorie.** Die Thatsachen der Brechung des Lichtes haben wir in den letzten Paragraphen zusammengestellt, sie sind kurz zusammengefasst folgende:

1) Trifft ein Bündel Lichtstrahlen auf die Grenzfläche zweier Mittel, so dringt ein Theil des Lichtes in das zweite Mittel ein.

2) Beim Uebergange des Lichtes in das zweite Mittel tritt eine Ablenkung des Lichtes aus seiner Bahn ein; der gebrochene Strahl befindet sich mit dem einfallenden in der Einfallsebene, die Sinus des Einfallswinkels und Brechungswinkels stehen in einem constanten Verhältnisse, welches der Brechungsexponent genannt wird.

3) Dieses Verhältniss zwischen dem Einfallswinkel und dem Brechungswinkel ist aber verschieden, je nach der Farbe des gebrochenen Lichtes.

Vergleichen wir nun diese Sätze mit den beiden Vorstellungen über das Wesen des Lichtes, mit denen wir die Gesetze der ungestörten und gestörten Ausbreitung des Lichtes bisher zusammengestellt haben, so ergeben sich die ersten der 3 Sätze als im Wesen des Lichtes unmittelbar begründet und auch der dritte mit demselben vereinbar. Indess kommen beide Theorien hier zu einem entgegengesetzten Resultate in so weit, als die eine von ihnen die Brechung des Lichtes einer Vergeringerung die andere einer Vergrösserung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes zuschreibt. Wir werden daher an dieser Stelle ein Mittel erhalten, experimentell die Zulässigkeit der einen oder andern Annahme zu prüfen.

Ist das Licht eine Wellenbewegung, so muss nach den Entwicklungen des ersten Kapitels, III. Abschnitt I. Theil, an der Grenze zweier Mittel eine ankommende Lichtwelle zum Theil in das erste Mittel zurückkehren zum Theil in das zweite Mittel übergehen, sobald die Dichtigkeit oder Elasticität des Aethers im zweiten Mittel von derjenigen des ersten Mittels verschieden ist. Nach der von uns angenommenen, jedoch nicht ausschliesslichen Hypothese ist nun die Dichtigkeit des Aethers in den verschiedenen Mitteln verschieden, die Elasticität die-

selbe. Nach unserem Ausdrucke für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit einer Wellenbewegung

$$c = C \sqrt{\frac{e}{d}}$$

oder wenn wir die Elasticität des Aethers in den verschiedenen Mitteln constant und

$$C \sqrt{e} = a$$

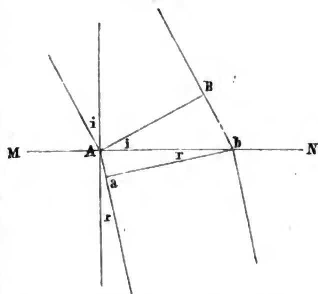
setzen

$$c = \frac{a}{\sqrt{d}}$$

ist dann die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes umgekehrt proportional der Quadratwurzel aus der optischen Dichtigkeit der Mittel, wenn wir die Dichte des Aethers in einem Mittel als die optische Dichtigkeit desselben bezeichnen. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit ist demnach in optisch dichtern Mitteln kleiner als in optisch dünnern. Mit Anwendung des Huyghens'schen Principes erhielten wir nun für die Richtung der fortgepflanzten Welle ab (Fig. 45), wenn die einfallende Welle AB mit der Grenzfläche oder die Normale der Welle, der Strahl mit dem Einfallslothe den Winkel i bildet als Beziehung zwischen dem Einfalls- und Brechungswinkel r

$$\sin i : \sin r = Bb : Aa = c : c'.$$

Fig. 45.



Die Sinus des Einfallswinkels und Brechungswinkel verhalten sich wie die Geschwindigkeiten der Fortpflanzung im ersten und im zweiten Mittel. Da diese nun bei isotropen Mitteln unabhängig ist von der Richtung, in welcher der Strahl das Mittel durchläuft, so folgt, dass das Verhältniss von c zu c' constant ist, welches auch der Winkel i ist, unter welchem die einfallende Welle die Fläche trifft. Wir erhalten somit

$$\frac{\sin i}{\sin r} = n$$

und da überdies die Normale der in das zweite Mittel übergegangenen Welle nach unseren frühern Entwicklungen (I. Theil, §. 127) mit derjenigen der einfallenden Welle in derselben Ebene liegt, so folgt, dass nach der Wellentheorie die beiden ersten Gesetze durchaus im Wesen des Lichtes begründet sind[1]).

[1]) Huyghens Traité de la lumière chap. III. Leiden 1690. Fresnel Mémoire sur la diffraction de la lumière, Mémoires de l'Acad. de France. Tome V. Poggend. Annal. Bd. XXX. Anhang zur Abhandlung.

Anders scheint es mit dem dritten Gesetze, nach welchem das Brechungsverhältniss verschieden ist, je nach der Farbe des Lichtes, nach welchem also die Geschwindigkeit des Lichtes eine verschiedene ist im zweiten Mittel, je nachdem das Licht gefärbt ist. Die Undulationstheorie macht die Annahme, dass die Farbe abhängt von der Anzahl der Stösse, welche wir in gleichen Zeiten erhalten, also von der Oscillationsdauer des Lichtes, dass die langsamsten unserm Auge überhaupt wahrnehmbaren Oscillationen unserm Auge den Eindruck des rothen, schnellere den des gelben, grünen, blauen, die schnellsten den des violetten Lichtes machen. Da nun während einer Oscillationsdauer das Licht sich um eine Wellenlänge fortpflanzt, und da das Licht aller Farben im leeren Raume sich mit gleicher Geschwindigkeit fortpflanzt, wie wir daraus schliessen müssen, dass uns die überhaupt mit weissem Lichte leuchtenden Gestirne immer gleichmässig weiss erscheinen, so folgt, dass das Licht verschiedener Farbe auch eine verschiedene Wellenlänge besitzt; dass die Wellenlänge des rothen Lichtes die grösste, die des violetten die kleinste ist, und dass die Wellenlängen für die übrigen Farben zwischen diesen beiden liegen.

Der Unterschied der Brechbarkeit zwischen verschiedenfarbigen Strahlen bedeutet daher nach der Undulationstheorie eine Verschiedenheit der Aenderung in der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes beim Uebergang desselben in ein zweites Mittel je nach der Wellenlänge des an der Grenze ankommenden Lichtes, oder eine Abhängigkeit der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes von der Wellenlänge des Lichtes. Die rothen Strahlen werden am wenigsten gebrochen, für sie ist n am kleinsten, der Einheit am nächsten, es folgt, dass für rothe Strahlen die Geschwindigkeit c' im zweiten Mittel grösser ist, als für die Strahlen mit kleinerer Wellenlänge, und dass die Strahlen mit kleinster Wellenlänge, die violetten, im zweiten Mittel die kleinste Geschwindigkeit haben, da für diese das Verhältniss

$$\frac{c}{c'} = n$$

den am meisten von der Einheit verschiedenen Werth hat.

Diese Thatsache, welche mit unserem Ausdrucke für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellenbewegung

$$c = C \,.\, \sqrt{\frac{e}{d}},$$

nach welcher dieselbe nur von der Elasticität und Dichtigkeit des elastischen Mediums, in welchem die Welle sich fortpflanzt, also in unserem Falle des Aethers abhängt, in Widerspruch steht, galt lange Zeit für die Undulationstheorie als unerklärlich und wurde deshalb als ein Beweis für die Unzulässigkeit derselben angesehen. Cauchy wies indessen nach, dass sie nur im Widerspruch sei mit den nur angenäherten Rechnungen,

mittels deren man die Fortpflanzungsgeschwindigkeit einer Wellenbewegung theoretisch ableitete. Wir mussten uns natürlich ebenfalls begnügen in unseren Entwickelungen eine erste Annäherung zu erreichen, da uns die Hülfsmittel des Calculs nicht vollständig zu Gebote stehen.

Wir mussten daher die nicht strenge Annahme machen, dass die Länge einer Welle gegen die Abstände der einzelnen Punkte sehr gross sei, so dass bei transversaler Bewegung nur die Verschiebung, nicht aber die grössere Entfernung der einzelnen Punkte beachtet wurde.

Dadurch wurde aus unserem schliesslichen Resultate die Wellenlänge eliminirt und wir erhielten die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellenbewegung als unabhängig von der Wellenlänge. Geht man weniger ungenau vor, beachtet man Grössen, die wir als zu klein bei Seite liessen, welche aber bei der Lichtbewegung wegen der Kleinheit der dort in Rede stehenden Grössen von Einfluss sind, so führt die Rechnung auf einen andern Ausdruck für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellen, aus welchem die Wellenlänge nicht verschwunden ist. Cauchy gelangt in seinen Entwicklungen[1]) zu einem Ausdrucke von der Form

$$c^2 = a_0 + \frac{a_1}{\lambda^2} + \frac{a_2}{\lambda^4} + \dots,$$

worin c wie bisher die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes, λ die Wellenlänge und a_0, a_1, a_2, Constante bedeuten, welche von der Natur des Mittels abhängig sind, in welchem das Licht sich fortpflanzt.

Da nun die Brechung nicht mit einer Aenderung der Farbe verbunden ist, so folgt, dass die Oscillationsdauer des Lichtes dadurch nicht geändert wird. Da aber das Licht im zweiten Mittel sich langsamer fortpflanzt als im ersten, so muss die Länge der Wellen im zweiten Mittel kleiner sein als im ersten, und zwar in demselben Verhältnisse kleiner, als die Fortpflanzungsgeschwindigkeit kleiner ist.

Sind demnach λ und λ' die Wellenlängen einer gewissen Lichtart im ersten und zweiten Mittel, so ist

$$\lambda : \lambda' = c : c'$$

$$\lambda' = \frac{c' \cdot \lambda}{c}.$$

Geht nun das Licht aus dem ersten Mittel in das zweite über, so ist, wenn wir nur bis zu den Quadraten von 2 fortschreiten, für das erste Mittel

$$c^2 = A_0 + \frac{A_1}{\lambda^2},$$

für das zweite

$$c'^2 = a_0 + \frac{a_1}{\lambda'^2},$$

[1]) Cauchy. Mémoire sur la dispersion de la lumière. Prag 1836. Beer. Einleitung in die höhere Optik. p. 209. Braunschweig 1853.

oder wenn wir λ' durch c, λ und c' ausdrücken

$$c'^2 = a_0 + a_1 \, . \, c^2 \frac{1}{c'^2 \lambda^2}.$$

Lösen wir diese Gleichung nach c'^2 auf, so wird

$$c'^4 - a_0 c'^2 = \frac{a_1 c^2}{\lambda^2}$$

$$c'^2 = {}^1/_2 \, a_0 \pm \sqrt{\frac{a_1 c^2}{\lambda^2} + {}^1/_4 \, a_0^2}.$$

Da nun c'^2 grösser als ${}^1/_2 \, a_0$ ist, so ist das Vorzeichen der Würzel positiv zu nehmen, und somit

$$c'^2 = {}^1/_2 \, a_0 \left(1 + \sqrt{1 + \frac{4 a_1 c^2}{a_0^2 \lambda^2}}\right).$$

Ziehen wir die Wurzel durch Annäherung aus, so wird

$$c'^2 = {}^1/_2 \, a_0 \left(1 + 1 + \frac{2 a_1 c^2}{a_0^2 \lambda^2}\right) = a_0 + \frac{a_1 c}{a_0 \lambda^2}.$$

Daraus folgt dann weiter

$$\frac{1}{c'} = \frac{1}{\sqrt{a_0 + \frac{a_1 c^2}{a_0 \lambda^2}}} = \left(a_0 + \frac{a_1 c^2}{a_0 \lambda^2}\right)^{-1/2}.$$

Entwickeln wir nun die Potenz auf der rechten Seite nach dem binomischen Satze, so wird

$$\frac{1}{c'} = a_0^{-1/2} \left(1 - {}^1/_2 \frac{a_1 c^2}{a_0^2 \lambda^2}\right),$$

wenn wir die höhern Potenzen von $\frac{a_1 c^2}{a_0 \lambda^2}$ vernachlässigen. Daraus erhalten wir dann

$$\frac{c}{c'} = a_0^{-1/2} . c \left(1 - {}^1/_2 \frac{a_1 c^2}{a_0^2 \lambda^2}\right)$$

oder

$$n = \frac{c}{c'} = \alpha_0 + \alpha_1 \frac{1}{\lambda^2},$$

wenn wir die Coefficienten in unserm Ausdrucke für $\frac{c}{c'}$ mit α_0 und α_1 bezeichnen, welche von den durch die Natur des Aethers im zweiten Mittel abhängigen Coefficienten a_0 und a_1 sowie der Geschwindigkeit des Lichtes im ersten Mittel bestimmt werden.

Das Verhältniss $\frac{c}{c'}$ ist nun der Brechungsexponent n, und wir sehen, wie derselbe nach den vollständigern Cauchy'schen Rechnungen aus einem von λ, der Wellenlänge im ersten Mittel, unabhängigen Gliede besteht, und einem zweiten, welches dem reciproken Werthe des Quadrates von λ proportional ist, welches somit um so grösser ist, einen je kleinern Werth λ besitzt. Der Brechungsexponent beim Uebergange des Lichtes aus einem Mittel in ein zweites ist somit um so mehr von 1 verschieden, je kleiner die Wellenlänge des Lichtes ist. Das Licht kleinerer Wellenlänge ist somit stärker brechbar als das Licht grösserer Wellenlänge.

Wir sehen somit, wie die Dispersion des Lichtes mit der Annahme, dass das Licht verschiedener Farbe eine verschiedene Wellenlänge besitzt, nicht der Undulationstheorie widerspricht, sondern dass der scheinbare Widerspruch nur Folge davon ist, dass unsere Rechnungen nur angenäherte sein konnten, dass die vollständiger entwickelte Theorie der Wellenbewegung auch diese Erscheinung als im Wesen des Lichtes begründet zu erkennen gibt.

Erklärung der Brechung und Dispersion des Lichtes nach der 20
Emissionshypothese. Die andere Vorstellung über das Wesen des Lichtes, die Emissionshypothese, leitet ebenfalls die Gesetze der Brechung und Dispersion des Lichtes theoretisch ab. Nach den Annahmen der Theorie über die Wechselwirkung zwischen den Lichttheilchen und den Molekülen der wägbaren Körper ist die von den letztern ausgehende Kraft abwechselnd eine anziehende und abstossende. Die nächste, die Moleküle umgebende Schicht, ist nach derselben aber jedenfalls anziehend bis zur Berührung, auf diese folgt dann nach aussen eine abstossende Schicht und so fort. Die Lichttheilchen eines Strahles befinden sich in periodisch wechselnden Zuständen, den Anwandlungen des leichtern Zurückgeworfenwerdens und des leichtern Durchgehens. Die Theilchen eines Strahles, welche sich in dem erstern Zustande befinden, können, wenn sie an der Grenzfläche zweier Mittel anlangen, die Schicht der zurückstossenden Kräfte nicht durchdringen, sie werden, wie wir sahen, zurückgeworfen, diejenigen aber, welche in der Anwandlung des leichtern Durchgehens auf die Grenzfläche ankommen, durchdringen den Raum, in welchem die Kräfte nur zurückwerfende sind, und werden von den Molekülen des zweiten Mittels angezogen.

In der Grenze wirken dann 2 Kräfte auf die Bewegung des Theilchens ein; diejenige, welche es in das erste Mittel zurückzieht, und diejenige, welche es in das zweite Mittel hineinzieht.

Da nun auch hier wie bei der Reflexion alle Moleküle in ganz gleicher Weise auf das Lichttheilchen einwirken, so folgt, dass die Resultirende sämmtlicher Anziehungen jedenfalls senkrecht gegen die als eben vorausgesetzte Grenzfläche der Mittel gerichtet ist; es kann daher durch diese Kräfte nur die senkrecht gegen die Fläche gerichtete Geschwindigkeit des Lichttheilchens geändert werden. Daraus folgt zunächst, dass das Lichttheilchen im zweiten Mittel sich ebenfalls in der Einfallsebene bewegen muss.

Ferner diese senkrecht gegen die Grenzfläche gerichtete auf das Lichttheilchen wirkende Kraft hat nur so weit, als die Wirkungssphäre der Moleküle reicht, eine nach der einen oder andern Seite gerichtete Resultirende, innerhalb jeden Mittels sind die Anziehungen nach allen Seiten genau gleich; es kann daher nur an der Grenze eine Aenderung

der gegen die Grenzfläche senkrechten Componente der Geschwindigkeit eintreten, innerhalb des zweiten Mittels muss das Lichttheilchen sich ebenso mit constanter Geschwindigkeit fortbewegen, wie innerhalb des ersten Mittels.

Kommt nun (Fig. 46) in der Richtung EJ ein Lichttheilchen in der Anwandlung des leichtern Durchgehens an der Grenzfläche MN zweier Mittel an, so können wir seine Geschwindigkeit, welche durch die Länge JA gemessen werde, in zwei zu einander senkrechte Componenten

Fig. 46.

$$ba = x$$
$$Jb = y$$

zerlegen, und erhalten

$$c^2 = x^2 + y^2.$$

Durch die nach entgegengesetzten Seiten in der Grenzfläche MN auf das Lichttheilchen wirkenden anziehenden Kräfte des ersten und des zweiten Mittels wird, wie wir sahen, nur die gegen die Fläche senkrechte Componente der Geschwindigkeit geändert. Werde dieselbe anstatt $Jb = y$

$$Jd = ky,$$

worin k grösser oder kleiner als 1 sein kann, je nachdem die Anziehung des zweiten oder ersten Mittels grösser ist, so wird nun die Geschwindigkeit bestimmt durch das Rechteck $Jdec$, in welchem Jd die jetzt stattfindende gegen die Fläche MN senkrechte und Jc die der Fläche parallele Componente der Geschwindigkeit darstellt. Die Geschwindigkeit im zweiten Mittel c' wird dadurch

$$c'^2 = x^2 + k^2y^2.$$

Dafür können wir setzen

$$c'^2 = x^2 + y^2 + (k^2 - 1)y^2 = c^2 + mc^2,$$

worin m eine nur von der Natur der Mittel abhängige Constante bezeichnet, da die schliessliche Geschwindigkeit c' nur von der Natur des Mittels, nicht von der Richtung, in welcher das Licht dasselbe durchsetzt, abhängen kann.

Daraus folgt dann

$$c'^2 = c^2(1 + m)$$
$$c' = c\sqrt{(1 + m)} = n \cdot c,$$

indem wir die constante $\sqrt{1 + m} = n$ setzen. Daraus erhalten wir weiter

$$\frac{c'}{c} = n,$$

das Verhältniss der beiden Geschwindigkeiten ist ein constantes. Nennen wir nun den dem Einfallswinkel gleichen Winkel $aJb = i$, und den Winkel, welchen der gebrochene Lichtstrahl mit dem Einfallslothe macht

$dJe = r$, so haben wir zur Bestimmung der Richtung des gebrochenen Lichtstrahls

$$\frac{ab}{aJ} = \sin i \, ; \; \frac{de}{eJ} = \sin r.$$

Nun ist aber $ab = de = x$

$$aJ = c, \quad eJ = c',$$

demnach

$$\frac{x}{c} = \sin i, \quad \frac{x}{c'} = \sin r,$$

und daraus

$$\frac{x}{c} : \frac{x}{c'} = \frac{\sin i}{\sin r}$$

$$n = \frac{c'}{c} = \frac{\sin i}{\sin r},$$

oder das constante Verhältniss der Geschwindigkeiten ist auch das der Sinus des Einfalls- und Brechungswinkels, oder der Sinus des Winkels, den der Lichtstrahl im ersten Mittel mit dem Einfallslothe bildet, verhält sich zum Sinus des Mittels, den Strahl und Einfallsloth im zweiten Mittel einschliessen, wie die Geschwindigkeit des Lichtes im zweiten Mittel zu derjenigen im ersten Mittel. Das Verhältniss dieser Sinus, das wir den Brechungsexponenten nannten, ist somit für ein und dasselbe Mittel constant, welches auch der Werth des Einfallswinkels ist.

Die beiden ersten Gesetze der Lichtbrechung folgen also aus den Annahmen der Emissionshypothese unmittelbar.[1])

Ist die Geschwindigkeit im zweiten Mittel grösser als im ersten, so ist n grösser als 1, $i > r$. Der Strahl wird durch die Brechung also dem Einfallslothe genähert. Solche Mittel nannten wir vorhin optisch dichtere; es folgt demnach, dass das Licht in dichtern Mitteln sich rascher bewegt als in dünnern.

Die Grösse m, welche uns die Aenderung des Quadrates der Geschwindigkeit angibt, welche das Lichttheilchen in Folge der anziehenden Wirkung der ponderabeln Moleküle erfährt, kann uns ein Maass dieser Kräfte abgeben. Bezeichnet nun c die Geschwindigkeit des Lichtes im leeren Raume, so ist m ein Maass der von dem brechenden Mittel auf das Lichttheilchen ausgeübten Anziehung. Newton nannte daher die Grösse m unter dieser Voraussetzung die brechende Kraft des Mittels. Bezeichnet nun ebenso n den absoluten Brechungsexponenten des Mittels, so ist

$$n = \sqrt{m + 1}$$
$$n^2 - 1 = m,$$

---

[1]) Newton. Philosophiae naturalis Principia mathematica. liber I. prop. 94 bis 96. Herschel. On Light III, §. I. art. 528 ff.

oder das um 1 verminderte Quadrat des absoluten Brechungsexponenten ist das Maass für die brechende Kraft eines Mittels. Ist c nicht die Geschwindigkeit im leeren Raume, sondern in irgend einem Mittel, so ist m der positive oder negative Zuwachs des Quadrates der Geschwindigkeit des Lichtes beim Uebergange desselben aus dem ersten Mittel in das zweite, also das Maass für die Differenz der anziehenden Kräfte beider Mittel auf das Licht. Es kann daher als die relative brechende Kraft des zweiten Mittels in Bezug auf das erste bezeichnet werden. Bezeichnet dann n den relativen Brechungsexponenten für diese beiden Mittel, so ist $n^2 - 1$ das Maass für die relative brechende Kraft.

Nimmt man an, dass die brechende Kraft eines Mittels zunimmt mit der Dichtigkeit eines Mittels, so wird, wenn d die Dichtigkeit des Mittels bezeichnet

$$\frac{n^2 - 1}{d},$$

die brechende Kraft für ein Mittel derselben Natur sein, welches die Dichtigkeit 1 besitzt; Newton nennt diesen Quotienten daher das specifische Brechungsvermögen der betreffenden Substanz.

Um die verschiedene Brechbarkeit des verschieden farbigen Lichtes zu erklären, nimmt die Emissionstheorie theils an, dass die den einzelnen Farben entsprechenden Lichttheilchen eine verschiedene Masse besitzen, theils dass die Anziehungskraft, welche die Moleküle der ponderabeln Körper auf die Lichttheilchen ausüben, eine verschiedene sei. Die rothen Lichttheilchen sollen an Masse die grössten sein, kleiner die Masse der gelben, grünen, am kleinsten diejenige der violett färbenden Lichttheilchen. Es folgt dann aus den Gesetzen der Mechanik, dass bei gleicher brechender Kraft die Ablenkung der grösseren Masse aus ihrer Bahn die kleinere sein muss, dass der Geschwindigkeitszuwachs und somit der Brechungsexponent für das violette Licht grösser sein muss als für das rothe.

Die Verschiedenheit der anziehenden zwischen den Molekülen der Körper und des Lichtes thätigen Kräfte musste die Emissionstheorie deshalb annehmen, um gewisse Verschiedenheiten in dem Spectrum der verschiedenen Substanzen, die wir demnächst genauer zu betrachten haben werden, zu erklären. Es sind das die verschiedenen Ausdehnungen der einzelnen Farben in Spectren gleicher Länge, welche durch Prismen verschiedener Substanzen hervorgebracht werden und die verschiedene Länge der Spectren bei gleicher, die gleiche Länge der Spectren bei verschiedener Ablenkung einer, z. B. der rothen, Strahlengattung. Man sieht, wäre nur die Verschiedenheit der Masse der Lichttheilchen der Grund der Dispersion, so müssten, wenn durch 2 Prismen eine Strahlengattung in gleicher Weise abgelenkt würde, auch alle übrigen ganz gleich

abgelenkt werden, oder die Spectra müssten bei gleicher Ablenkung der rothen Strahlen gleiche, bei verschiedener verschiedene Länge haben.

Vergleich beider Theorien. Foucaults Versuch. Sowohl die 21
Undulationstheorie als die Emissionstheorie erklären somit die Brechung und Dispersion des Lichtes ziemlich gleich vollständig, wenn sich auch nicht leugnen lässt, dass die Undulationstheorie auch hier wieder den Vorzug vor der Emissionstheorie hat, dass sie zur Erklärung der Dispersion nur einer consequenten Durchführung der Theorie bedarf, während die Emissionstheorie wieder eine neue Hypothese erfordert, die Verschiedenheit der anziehenden zwischen den Lichttheilchen und den Körpermolekülen thätigen Kräfte je nach Art der Lichttheilchen. Ferner liefert uns die Undulationstheorie einen mathematischen Ausdruck für die Dispersion, indem sie für den Brechungsexponenten des Lichtes den Ausdruck ergab

$$n = \alpha_0 + \alpha_1 \frac{1}{\lambda^2},$$

der uns, wenn wir die Brechungsexponenten für die verschiedenen Lichtarten und deren Wellenlängen bestimmen können, eine Prüfung der Theorie gestattet. Die Emissionshypothese kann aber nur qualitativ über die Dispersion Aufschluss geben.

Wir haben indess in der Ableitung des Brechungsgesetzes noch ein anderes und zwar entscheidendes Mittel, um die Haltbarkeit der beiden Theorien zu prüfen. Beide Theorien liefern zwar den Ausdruck

$$\frac{\sin i}{\sin r} = n.$$

Nach der einen, der Wellentheorie, ist aber

$$n = \frac{c}{c'},$$

nach der Emissionstheorie dagegen

$$n = \frac{c'}{c},$$

wenn c die Geschwindigkeit des Lichtes in dem Mittel bedeutet, in welchem das Licht mit dem Einfallslothe den Winkel i bildet, c' in dem, in welchem Lichtstrahl und Einfallsloth den Winkel r einschliessen. Ist i grösser wie r, so muss nach der Undulationstheorie, da dann $n > 1$ ist, die Geschwindigkeit des Lichtes im ersten Mittel die grössere sein; nach der Emissionstheorie dagegen im zweiten Mittel, und zwar ist nach der letztern das Geschwindigkeitsverhältniss der reciproke Werth von dem Verhältniss, wie es nach ersterer bestehen muss.

Lässt man einen Lichtstrahl aus Luft in Wasser eintreten, so ergeben die Versuche

$$\frac{\sin i}{\sin r} = {}^4/_3.$$

Nach der Undulationstheorie ist demnach

$$\frac{c}{c'} = {}^4/_3,$$

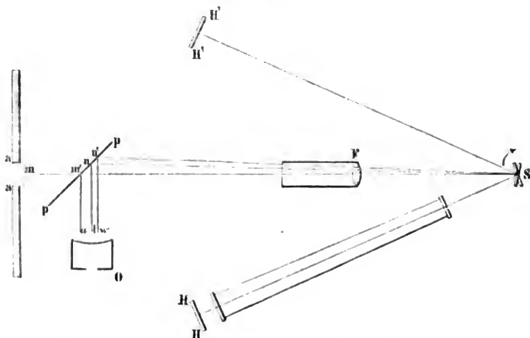
nach der Emissionstheorie ist dagegen c' die grössere und zwar

$$\frac{c}{c'} = {}^3/_4,$$

nach der ersten ist die Geschwindigkeit des Lichtes im Wasser $^3/_4$, nach der zweiten $^4/_3$ von derjenigen in der Luft.

Der französische Physiker Foucault hat diese Forderungen experimentell geprüft, das Resultat seiner Versuche bestätigte die Forderungen der Undulationstheorie.[1]) Foucault liess durch eine kleine quadratische Oeffnung von 2mm Seite *aa* (Fig. 47), in deren Mitte ein feiner Platindraht *m* ausgespannt war, mittels eines Heliostaten ein Bündel Licht-

Fig. 47.



strahlen in ein dunkeles Zimmer horizontal eintreten. Die Strahlen fielen dann auf das Objectiv eines Fernrohres *F*, dessen optische Axe den eintretenden Strahlen parallel war; jenseits des Fernrohres *F* war ein kleiner kreisförmiger Spiegel *S* vertical aufgestellt, dessen Centrum in der Verlängerung der Fernrohraxe lag, welcher also von den durch die Oeffnung dringenden Strahlen, nachdem sie das Fernrohr durchsetzt haben, getroffen wird. Auf beiden Seiten von dem Spiegel *S* ist ein sphärischer Hohlspiegel so angebracht, dass der Krümmungsmittelpunkt in dem Centrum des Spiegels liegt und dass die Hauptaxen der Spiegel mit den eintretenden Strahlen in einer Ebene liegen. Die Entfernung des Objectives *F* von dem Drahte *m* beträgt etwas weniger als die doppelte

---

[1]) Foucault. Annales de chim. et de phys. III. Série. Tome XLI. Berliner Berichte (herausgegeb. v. d. physik. Gesellschaft). Bd. X. 1854.

Brennweite der Linse, und der Abstand *FS* des Objectivs vom Spiegel plus dem Abstande des Hohlspiegels von dem Spiegelchen *S* ist so gewählt, dass gerade in der Spiegelfläche des Spiegels *HH* das reelle durch die Linse erzeugte Bild des Drahtes *m* entsteht, wenn der um eine verticale Axe drehbare Spiegel so steht, dass die in der Richtung *FS* ankommenden Strahlen von *S* nach *HH* oder *H'H'* reflectirt werden. Zu dem Ende muss, wie wir in den nächsten Paragraphen bei Betrachtung der Linsenbilder nachweisen werden, der Abstand *HS* + *SF* etwas grösser sein wie *mF*.

Da nun das Bild eines leuchtenden Punktes, welcher in der Oberfläche eines Spiegels liegt, mit dem leuchtenden Punkte selbst zusammenfällt, so werden bei jener Lage des Spiegels *S*, bei welcher auf *HH* oder *H'H'* durch die Wirkung der Linse ein reelles Bild entsteht, von den Spiegeln die sie treffenden Strahlen in derselben Richtung nach *S* und von *S* durch das Objectiv *F* nach *m* zurückgeworfen. In *m* entsteht dadurch ein Bild des Bildes *HH*, also ein Bild des Drahtes *m*, welches genau die Grösse des Drahtes *m* hat und diesen vollkommen deckt.

Nun wird zwischen *m* und *F* eine Glasplatte so eingeschoben, dass ein Theil der von *HH* oder *H'H'* zurückkommenden Strahlen seitlich reflectirt wird und auf ein Fernrohr fällt, durch welches man daher ein Bild des Drahtes *m* sieht, welches durch die von *HH* oder *H'H'* zurückkommenden Strahlen gebildet wird. In dem Fernrohr ist anstatt des Fadenkreuzes eine Glasplatte angebracht, auf welchem eine feine Linie eingeritzt ist. Das Fernrohr *O* ist dann so gestellt, dass das Bild des Drahtes *m* diese Glaslinie gerade deckt.

Der Spiegel *S* ist an der Axe einer Sirene befestigt, und kann somit in der früher bei der Sirene beschriebenen Weise in rasche Rotation versetzt werden, wobei zugleich aus der Tonhöhe die Umdrehungsgeschwindigkeit bestimmt wird.

Rotirt der Spiegel langsam, so wird man bei jeder Umdrehung desselben zweimal ein Bild von *m* erhalten, wenn der Spiegel das auf ihn fallende Licht nach *HH* und nach *H'H'* wirft. Bei grösserer Rotationsgeschwindigkeit wird man das Bild dauernd sehen, sobald die Bilder sich so rasch folgen, dass der Eindruck des einen im Auge noch nicht aufgehört hat, wenn schon das andere Bild ihm folgt. Immer wird aber das Bild an derselben Stelle erscheinen und die in der Glasplatte geritzte Linie im Innern des Fernrohres *O* decken. Wird nun aber die Geschwindigkeit der Rotation immer grösser, so dass schliesslich während der Zeit, dass das Licht den Weg von *S* nach *H* oder *H'* und wieder zurück nach *S* vollendet, der Spiegel einen merklichen Winkel beschrieben hat, so treffen die von dem Spiegel *H* oder *H'* zurückkommenden Strahlen den Spiegel *S* unter einem andern Einfallswinkel, sie werden daher auch nicht mehr nach der Richtung *Sm* zurückgeworfen, sondern nach einer andern,

und da dann auch die Platte pp unter einem andern Einfallswinkel von den Strahlen getroffen wird, so scheint das Bild nicht mehr die Glaslinie im Fernrohr zu decken, sondern wird neben derselben gesehen. Die Verschiebung ist ihrem Sinne nach verschieden, je nach dem Sinne, in welchem der Spiegel rotirt und um so grösser, je rascher derselbe sich bewegt. Nehmen wir an, der Spiegel dreht sich, wie der Pfeil in der Zeichnung es anzeigt, im Sinne des Zeigers einer Uhr, so wird bei einer bestimmten Stellung das von m ausgehende Licht auf $H'H'$ fallen; während nun das Licht den Weg $SH' + H'S$ zurücklegt, hat der Spiegel sich etwas weiter gedreht, so dass der Einfallswinkel der zurückkehrenden Strahlen um einen gewissen Winkel δ kleiner geworden ist, der Reflexionswinkel wird daher ebenfalls um δ kleiner, die zurückkehrenden Strahlen bilden daher mit den ankommenden einen Winkel 2δ, so dass in der Zeichnung das Bild von m jetzt oberhalb m erscheinen würde und somit, da die Reflexion an pp jetzt bei n stattfindet, in dem Fernrohr O um ebenso viel nach rechts von der Linie auf der Glasplatte verschoben gesehen wird.

Das Bild von dem Spiegel HH erscheint an derselben Stelle. Denn während das Licht den Weg $SH + HS$ zurücklegt, hat sich auch hier der Spiegel gedreht, der Einfallswinkel der Strahlen ist um δ grösser geworden, der Zurückwerfungswinkel um ebenso viel, so dass die nach m zurückkehrenden Strahlen ebenso nach oben verschoben mit den ankommenden Strahlen den Winkel 2δ bilden.

Das im Fernrohr O beobachtete Bild ist also gewissermassen durch den rotirenden Spiegel nach sich gezogen worden.

Aus der beobachteten Verschiebung d des Bildes ist man nun im Stande, den Winkel δ zu berechnen, um welchen sich der Spiegel während der Zeit, in der das Licht den Weg $2HS$ zurücklegte, gedreht hat. Kennt man dann weiter die Anzahl n der Umdrehungen des Spiegels in einer Sekunde, so berechnet sich daraus die Zeit, welche der Spiegel zur Drehung um den Winkel δ brauchte, also die Zeit, während welcher das Licht den Weg $2HS$ zurücklegte.

Ohne auf diese Rechnungen weiter einzugehen, welche die Abhängigkeit der Verschiebung d von dem Winkel δ ergeben, sieht man doch unmittelbar, dass die Verschiebung dem Winkel δ direct proportional ist, oder dass wir haben

$$d = a \cdot \delta.$$

Ferner aber sieht man, dass δ um so kleiner ist, je grösser die Geschwindigkeit des Lichtes ist, da das Licht eine um so kleinere Zeit braucht, um den Weg $2SH$ zurückzulegen. Die Verschiebung d ist daher der Geschwindigkeit des Lichtes umgekehrt proportional, oder

$$d = \frac{b}{c}.$$

Bringen wir nun zwischen S und die Hohlspiegel ein anderes Mittel als Luft, z. B. eine mit Wasser gefüllte Röhre, so dass das Licht den Weg $2SH$ anstatt in Luft in Wasser zurücklegen muss, so muss die Verschiebung d bei gleicher Geschwindigkeit n des Spiegels kleiner werden, wenn die Geschwindigkeit des Lichtes im Wasser grösser, grösser jedoch, wenn die Geschwindigkeit im Wasser kleiner ist als in Luft.

Bringen wir anstatt vor beide Hohlspiegel nur vor einen derselben BH eine mit Wasser gefüllte Röhre an, so müssen in dem Fernrohr O statt eines Bildes zwei erscheinen, indem das durch den Spiegel, vor welchem das Wasser sich befindet, erzeugte Bild jetzt mehr oder weniger verschoben werden muss als das von dem andern Spiegel erzeugte Bild. Da nun im übrigen alle Verhältnisse genau die gleichen sind, so haben wir für die Verschiebung des „Luftbildes", wenn c die Geschwindigkeit des Lichtes in Luft bedeutet,

$$d = \frac{b}{c},$$

für die Verschiebung des „Wasserbildes" dagegen, wenn c' die Geschwindigkeit des Lichtes im Wasser ist,

$$d' = \frac{b}{c'},$$

und somit die Proportion

$$c : c' = d' : d.$$

Die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten in Luft und Wasser verhalten sich umgekehrt, wie die beobachteten Ablenkungen des Bildes.

Nach der Emmissionstheorie müsste demnach

$$d : d' = 4 : 3,$$

nach der Undulationstheorie dagegen

$$d : d' = 3 : 4.$$

Das Wasserbild ist von dem Luftbild sehr leicht zu unterscheiden durch seine geringere Helligkeit sowohl als durch seine grünliche Farbe.

Die Beobachtung zeigt, dass das Wasserbild weiter seitlich verschoben ist als das Luftbild, und zwar wie die Undulationstheorie es verlangt, nahezu im Verhältniss von 4:3. Foucaults Messungen ergaben bei einem Abstande der Hohlspiegel von dem Planspiegel gleich 3^m, einem Abstande des Objectivs F von dem Drahte gleich 4^m und von dem Planspiegel gleich $1^m,18$ ferner bei 500 Umdrehungen des Spiegels in der Sekunde

$$d' = 0^{mm},469, \quad d = 0^{mm},375,$$

Zahlen, welche besonders unter Beachtung, dass der Raum zwischen S und H nicht vollständig mit Wasser angefüllt sein kann, so vollkommen den Forderungen der Undulationstheorie entsprechen, dass sie als der directeste Beweis für ihre Zulässigkeit und für die Unhaltbarkeit der Emissionstheorie angesehen werden müssen. Ein Blick in Foucaults

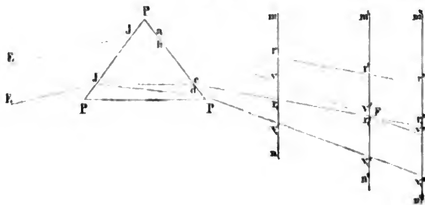
Fernrohr zeigt also dem Beobachter durch die stärkere Verschiebung des Wasserbildes buchstäblich die Ueberlegenheit der Undulationstheorie über die Emissionstheorie und Foucault kann mit Recht am Schlusse seiner Abhandlung sagen: „Der letzte Schluss, den ich aus meinem Versuche ziehe, ist demnach der Beweis, dass die Emissionshypothese mit den Lichterscheinungen nicht im Einklange steht."

Wir werden daher den Versuchen der Anhänger der Emissionstheorie die Erscheinungen des Lichtes zu erklären, nicht weiter zu folgen haben, und im weitern Verlaufe unserer Darstellung nur die Fragen uns vorlegen: kann die Undulationstheorie alle Erscheinungen, welche wir beim Lichte beobachten, erklären, und zeigen sich alle Folgerungen, welche wir aus dem einen obersten Satze, dass das Licht eine Wellenbewegung des Aethers sei, in der Erfahrung bestätigt. Ist beides der Fall, so wird die Undulationstheorie ebenso für uns sicher sein, wie die der gesammten Mechanik zu Grunde liegende Lehre von der Attraction der Massen.

22 **Darstellung eines reinen Spectrums. Fraunhofer'sche Linien.** Da das verschiedenfarbige Licht eine verschiedene Brechbarkeit besitzt, so ist es zur Untersuchung der Brechungsverhältnisse vor allem nothwendig, sich ganz homogenes einfarbiges Licht zu verschaffen. Ein nach unserm bisher angenommenen Verfahren hergestelltes Spectrum ist keineswegs rein, das heisst, seine einzelnen Stellen liefern kein homogenes Licht. Um es dahin zu bringen, ist zunächst erforderlich, dass die zur brechenden Kante senkrechte Ausdehnung des Strahlenbündels möglichst klein sei, so dass die Breite des Bündels derjenigen eines Strahles, also einer physischen Linie sich annähere.

Denn nach dem vorigen besteht das Spectrum aus den wegen der verschiedenen Brechbarkeit des farbigen Lichtes nach verschiedenen Richtungen austretenden verschiedenen Strahlen; diese Strahlen divergiren erst von ihrer Eintrittsstelle in das Prisma an, und zwar in der Einfallsebene, welche zur brechenden Kante des Prismas senkrecht ist. Ist nun jedes der farbigen Strahlenbündel, welches genau die Breite der Oeffnung hat, von bedeutender Breite, so kann nahe hinter dem Prisma die Divergenz

Fig. 48.



der Bündel noch nicht so gross sein, dass die verschiedenen Farben ganz auseinanderfallen. Ist z. B. *EEJJ* ein breites Strahlenbündel, welches auf das Prisma *PPP* fällt, so werden die rothen Strahlen in der Richtung $arr'r''\ cr_,r_,'r_,''$ austreten, die violetten dagegen in $bvv'v''\ dv_,v_,'v_,''$. Auf einem in die austretenden Strahlen gehaltenen Schirme *mn* wird dann der Raum $vr_,$ noch Licht von allen Farben enthalten, er wird ganz weiss sein und nur die Ränder *rv* und $r_,v_,$ sind gefärbt, aber nur an ihren äussersten Grenzen homogen, da zunächst oberhalb *v* alle Farben ausser Violett enthalten sind und erst gegen *r* hin eine Farbe nach der andern verschwindet. Durch weitere Entfernung von dem Prisma können die Farben auf dem Schirme nun weiter auseinander gelegt werden, da die Breite der Strahlenbündel an allen Stellen dieselbe und zwar die des einfallenden Bündels ist. Auf dem Schirme $m'n'$ erhält nur der Punkt *F* Licht aller Farben, und auf dem noch weiter entfernten Schirme $m''n''$ wird kein Punkt mehr von allen Strahlen getroffen. In dem Raume $r''v''$ mischen sich aber noch alle übrigen Strahlen ausser violett und roth, und erst durch noch weiteres Entfernen des Schirmes fallen auch die übrigen farbigen Strahlen neben einander. Dasselbe nun, was wir durch eine sehr weite Entfernung des Schirmes bekommen, erreichen wir in viel bequemerer Weise durch ein Verkleinern der Oeffnung.

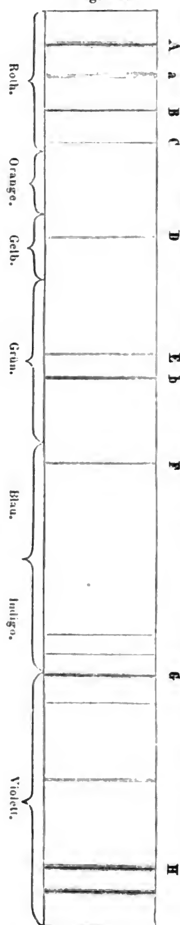
Aber, wenn wir mit den durch einen Heliostaten in das Zimmer geleiteten Strahlen der Sonne unsere Versuche anstellen, so genügt es nicht, die der brechenden Kante senkrechte Ausdehnung der Oeffnung sehr klein zu machen, da dann immer wegen der Ausdehnung der Sonnenscheibe das eintretende Strahlenbündel eine ziemliche Breite hat, die um so grösser ist, je weiter von der Oeffnung wir das Prisma aufstellen.

Man kann nun ein doppeltes Verfahren anwenden, um ein schmales scharf begrenztes Lichtbündel und damit ein reines Spectrum zu erhalten. In den Laden des Fensters macht man zunächst einen schmalen Spalt. In das durch dieselbe eintretende divergirende Lichtbündel stellt man dann in einiger Entfernung von der Oeffnung einen zweiten Schirm, in welchem sich dem ersten Spalte parallel ein zweiter eben solcher Spalt befindet. Von dem durch den ersten Spalt dringenden divergirenden Strahlenbündel geht dann durch den zweiten Spalt nur ein sehr schmaler Theil, und stellt man nun hinter den zweiten Spalt das Prisma auf, so erhält man in passender Entfernung auf einem Schirme ein reines Spectrum. Indess hat dieses Verfahren den Nachtheil, dass das Spectrum ziemlich lichtschwach ist.

Besser ist daher folgendes Verfahren, welches auf der Eigenschaft der Linsen beruht, von leuchtenden Punkten oder Gegenständen, welche Lichtstrahlen auf dieselben senden, in bestimmten Entfernungen von der Linse ein scharfes Bild zu entwerfen. Man stellt in einer Entfernung von dem Spalte, welche gleich ist der doppelten Brennweite der Linse

eine achromatische Sammellinse, deren Einrichtung wir demnächst betrachten werden, dann erhält man auf einem Schirme jenseits der Linse, welcher von derselben gerade so weit entfernt ist, wie die Linse von der Oeffnung, ein scharfes Bild der Oeffnung, welches genau dieselbe Grösse hat, wie die Oeffnung selbst. Eine Linse von 1 Meter Brennweite ist wohl am geeignetsten. Stellt man dann unmittelbar vor die Linse das Prisma und die Linse so, dass die aus dem Prisma austretenden Strahlen die Linse treffen, und den Schirm in der Richtung der abgelenkten Strahlen 2 Meter von der Linse entfernt, so erhält man ein sehr schönes, scharfes und reines Spectrum, indem die einzelnen farbigen Bilder der Oeffnung auf dem Schirme neben einander gelegt werden, und nur äusserst wenig mehr in einander übergreifen.

Fig. 49.



Das Spectrum erscheint dann als ein langes Farbenband, dessen Breite gleich ist der Länge der Spaltöffnung im Laden des Fensters (Fig. 49) und dessen Länge abhängt von dem brechenden Winkel des Prismas und der Substanz, aus welcher das Prisma hergestellt ist. (Man sehe Tafel I.)

Bei einer oberflächlichen Betrachtung des Spectrums scheint dasselbe ganz stetig gefärbt zu sein, und die Farben ganz allmählich in einander überzufliessen.

Eine genauere Betrachtung schon mit freiem Auge zeigt aber, dass das keineswegs der Fall ist, sondern dass das Farbenband durch völlig dunkle Streifen unterbrochen ist, welche das Spectrum der Quere nach senkrecht zu seiner Längsausdehnung durchsetzen, *A*, *B* . . . (Fig. 49). Diese Streifen sind ganz unregelmässig im Spectrum vertheilt, sie kommen in allen Farben vor.

Mit freiem Auge sieht man leicht einen dunkeln Streifen im Roth (*A*), einen auf der Grenze zwischen Orange und Gelb (*D*); ferner die Streifen im Grün und mehre Streifen im Violett, auch der Streifen *F* im Blau ist unter sehr günstigen Umständen noch wohl mit freiem Auge zu erkennen.

Diese Streifen liegen immer in denselben Theilen des Spectrums und behalten immer ihre gegenseitige Lage bei, wann und wo das Spectrum auch

untersucht werde, vorausgesetzt nur, dass man zur Erzeugung desselben Sonnenlicht angewandt hat; man mag das directe Sonnenlicht oder das von einer hellen Wolke oder von den Planeten oder dem Monde reflectirte Licht der Sonne anwenden.

Diese Streifen zeigen somit, dass in dem Sonnenlichte nicht Strahlen aller möglichen Brechbarkeit zwischen der Brechbarkeit des äussersten Roth und des äussersten Violett enthalten sind, sondern dass Strahlen gewisser Brechbarkeit mangeln, jene Strahlen, welche bei dem Durchgange durch das Prisma so abgelenkt werden, dass sie an der Stelle der dunklen Streifen erscheinen würden.

Bei Anwendung anderen Lichtes erhält man die Streifen des Sonnenspectrums nicht, sondern andere, entweder dunkle Streifen, wie bei Anwendung des Fixsternlichtes, z. B. des Sirius, oder helle Streifen, wie bei Anwendung von Lampen oder elektrischem Lichte.

Diese dunkeln Streifen wurden zuerst von Wollaston entdeckt und beschrieben[1]), später aber ebenfalls von Fraunhofer selbstständig aufgefunden, der durch die hellen Streifen des Lampenlichtes aufmerksam gemacht, das Sonnenspectrum untersuchte, ob auch in diesem eine ähnliche Erscheinung sich fände.[2])

Fraunhofer beobachtete in dem Spectrum eine sehr grosse Anzahl solcher Streifen. Er liess zu dem Ende die durch eine schmale Oeffnung in ein verfinstertes Zimmer horizontal eintretenden Sonnenstrahlen auf ein Prisma von Flintglas mit verticaler brechender Kante fallen, welches vor dem Fernrohr eines Theodolithen und mit demselben fest verbunden aufgestellt war (Fig. 50). Der Theodolith war in möglichst grosser Entfernung von der Spaltöffnung (5 Meter) aufgestellt und zwar so, dass durch das Fernrohr der Spalt scharf begrenzt gesehen wurde, wenn das Prisma nicht vorgestellt war. Das Prisma war auf der Mitte einer

Fig. 50.



[1]) Wollaston. Philosophical Transactions for the year 1802.

[2]) Fraunhofer. Denkschriften der Münchner Akademie, Bd. V, für die Jahre 1814—1815. Auch Gilberts Annalen. Bd. LVI.

drehbaren Scheibe befestigt, und wurde so gestellt, dass die durch dasselbe tretenden Strahlen das Minimum der Ablenkung erfuhren; das Theodolith-Fernrohr wurde dann so gedreht, dass die aus der zweiten Fläche des Prisma austretenden Strahlen in der Axe des Fernrohrs sich fortpflanzten. Auf diese Weise kann man zwar immer nur einen Theil des Spectrums übersehen, diesen aber um so schärfer. Um nach und nach die verschiedenen Theile zu betrachten, genügt eine kleine Drehung des Fernrohrs oder des Prismas.

Auf diese Weise betrachtet, bot das Spectrum Fraunhofer eine sehr grosse Zahl, weit über 500 dunkele Linien dar, welche theils schärfer, theils schmaler, theils breiter über das ganze Spectrum unregelmässig vertheilt sind.

Die Wichtigkeit dieser Linien für die Lehre von der Lichtbrechung erkennend, da wir nur mit Hülfe dieser im Stande sind, Licht von bestimmter Brechbarkeit zu erhalten, suchte Fraunhofer einige leicht erkennbare Streifen zu bestimmen und bezeichnete sie von dem Rothen zum Violetten hin mit *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, *F*, *G*, *H*. Diese Streifen sind in Fig. 49 in ihrer relativen Lage nebst einigen andern auffallenden Streifen dargestellt. Im rothen Theile des Spectrums liegen die Streifen *A* und *B*, und an der Grenze gegen Orange *C*. *A* ist ein einfacher, ziemlich breiter Streifen. *B* besteht aus einem Paar, dessen nach *A* gewandter Streifen am feinsten ist. Zwischen *A* und *B* näher bei *A* als bei *B* liegt die ziemlich breite Gruppe von Streifen *a*. *C* ist ein einfacher schwarzer Streifen. *D* an der Grenze von Orange und Gelb besteht aus zwei gleichen Theilen. *E* ist eine Gruppe von Streifen in der Mitte des Grünen und nahe bei ihm ebenfalls noch im Grünen liegt die Streifengruppe *b*. *F* im Blauen ist ein dicker dunkler Streifen, und *G* an der Grenze von Indigo und Violett, sowie *H* im Violetten sind ziemlich breite Gruppen von Streifen.

Die Wichtigkeit dieser Streifen ist einleuchtend. Da die Brechbarkeit des Lichtes verschieden ist, müssen die Brechungsexponenten der verschiedenen Substanzen, wenn sie irgend eine Bedeutung haben sollen, für ganz bestimmte Lichtarten angegeben werden. Die Bezeichnung, rothes Licht, gelbes Licht, oder selbst Grenze des rothen und gelben Lichtes ist keinesweges bestimmt genug, da die Farben eine grosse Ausdehnung haben, und so allmählich in einander übergehen, dass man keineswegs mit Sicherheit sagen kann, wo sie liegen. Die dunklen Linien indess, welche sich scharf begrenzt von dem hellen Farbenbande des Spectrums abheben, zeigen den Mangel einer ganz bestimmten Lichtart an, und indem man ihre Ablenkung beobachtet, erhält man den Brechungsexponenten einer ganz bestimmten in jedem Augenblicke wieder zu findenden Lichtart, derjenigen, welche, wenn vorhanden, den Streifen beleuchten würde.

Bestimmung der Brechungsexponenten fester und flüssiger Körper. Methode von Fraunhofer. Das früher angedeutete Verfahren, die Brechungsexponenten zu bestimmen, ist keiner grossen Genauigkeit fähig, und überdies nur für flüssige Körper brauchbar. Wir haben aber in der Ablenkung des Lichtes durch Prismen ein Mittel erhalten, um die Brechungsexponenten sowohl der festen als der flüssigen Körper mit grösster Genauigkeit und für ganz bestimmte Lichtarten zu erhalten, indem wir, die Dispersion durch eben dieselben Prismen benutzend, die Ablenkung einer bestimmten dunklen Linie beobachten. 23

Die festen Körper, Gläser und sonstige durchsichtige Substanzen, werden unmittelbar in Prismenform hergestellt, und ihr brechender Winkel durch irgend ein Anlegegoniometer oder genauer durch das Wollastonsche Reflexionsgoniometer gemessen. Die zu untersuchenden Flüssigkeiten werden in Hohlprismen gefasst, deren Seiten aus genau planparallelen Glasplatten bestehen. Da das Licht durch parallele Flächen keine Ablenkung erfährt, so haben die Gläser auf den Gang der Lichtstrahlen keinen Einfluss, und die beobachtete Ablenkung wird nur durch die prismatisch begrenzte Flüssigkeit hervorgebracht.

Dieselbe Versuchsmethode, welche Fraunhofer dazu diente, um die dunklen Linien im Spectrum zu beobachten, wandte er auch an, um für eine Reihe von Substanzen die Brechungsexponenten zu bestimmen.[1]) Der Theodolith, vor dessen Fernrohr die drehbare Scheibe angebracht ist, welche das zu untersuchende Prisma aufnehmen soll, wird zunächst in möglichst grosser Entfernung von der Spaltöffnung so aufgestellt, dass der Beobachter die Mitte der Spaltöffnung am Fadenkreuz des Fernrohres sieht. Am Horizontalkreise des Theodolithen wird dann die Stellung der Fernrohraxe also die Richtung der einfallenden Strahlen bestimmt. Nehmen wir an, der Nonius, an welchem die Stellung abgelesen wird, zeige gerade auf 0^{0}. Hierauf wird auf der drehbaren Scheibe vor dem Fernrohr das Prisma mit verticaler brechender Kante aufgestellt und das Fernrohr des Theodolithen so gedreht, dass der Streifen des Spectrums, dessen Brechungsexponent bestimmt werden soll, an dem verticalen Faden des Fadenkreuzes erscheint. Durch eine Drehung der Scheibe und mit ihr des Prismas wird dann der Einfallswinkel des Lichtes so lange geändert, bis der zu beobachtende Streifen gerade das Minimum der Ablenkung erfährt, und dann das Fernrohr wieder so gedreht, dass der Streifen wieder an dem verticalen Faden des Fadenkreuzes erscheint. Der Winkel, welchen die Fernrohraxe jetzt mit der ersten Lage bildet, und den wir direct am Nonius des Horizontalkreises ablesen, ist dann der Winkel, welchen die abgelenkten Strahlen mit den

---

[1]) Fraunhofer. Denkschriften der Münchner Akademie Bd. V für die Jahre 1814—1815. Gilberts Annalen Bd. LVI.

einfallenden bilden. Dieser Winkel δ ist somit das Minimum der Ablenkung für den in Rede stehenden Streifen. Ist dann α der gemessene brechende Winkel des Prismas, so ist nach §. 16

$$n = \frac{\sin \frac{\delta + \alpha}{2}}{\sin \frac{\alpha}{2}}$$

der Brechungsexponent des Lichtes, welches, wenn im Sonnenspectrum vorhanden, an der Stelle des Streifens erscheinen würde, oder der Brechungsexponent des entsprechenden Streifens. Durch erneuerte Drehung des Fernrohrs und Stellung des Prismas erhält man dann die Brechungsexponenten der übrigen Streifen.

Nach dieser Methode sind von Fraunhofer, Baden Powell[1]), Dutirou[2]) und andern die Brechungsexponenten einer grossen Zahl von festen und flüssigen Körpern für die Fraunhoferschen Linien *B*, *C*, *D*, *E*, *F*, *G*, *H* bestimmt worden.

Folgende Tabelle enthält eine Reihe dieser Beobachtungen nebst einer Angabe der Dichtigkeit der betreffenden Körper.

---

[1]) Baden Powell. Poggendorffs Annalen Bd. LXIX.

[2]) Dutirou. Annales de chim. et de Phys. III. Sér. Bd. XXVIII.

I. Verschiedene Glassorten.

Brechendes Mittel	Dichte	Brechungsexponent							Beobachter
		B	*C*	*D*	*E*	*F*	*G*	*H*	
Flintglas v. Guinand gelb mit Borsäure	3,417	1,769702	1,771761	1,777664	1,785254	1,792420	1,806195	1,818597	Dutirou
Flintgl. v. Fraunhofer	2,135	1,701050	1,702642	1,707264	1,713134	1,718673	1,728423	1,738154	"
Flintglas v. Bontemps	2,011	1,691900	1,693496	1,697967	1,703518	1,708917	1,718725	1,727522	"
Flintglas v. Guinand mit Borsäure	4,322	1,690627	1,692252	1,696515	1,702177	1,707312	1,717111	1,725883	"
Flintglas Nro. 13	3,723	1,627749	1,629681	1,635036	1,642024	1,648260	1,660285	1,671062	Fraunhofer
Guinand'sches Glas mit Borsäure	2,642	1,618376	1,619340	1,622091	1,625459	1,628388	1,633945	1,638699	Dutirou
Crownglas v. Guinand	2,184	1,611668	1,612624	1,615193	1,618529	1,621274	1,626532	1,630805	"
Venetianisches Glas	2,713	1,610960	1,611960	1,614367	1,617718	1,620625	1,625994	1,630453	"
Crownglas v. Dollond	2,484	1,607933	1,608933	1,611428	1,614660	1,617457	1,622696	1,627094	"
Flintglas Nro. 3	3,512	1,602042	1,603803	1,608494	1,614532	1,620042	1,630772	1,640373	Fraunhofer
Crowngl. v. Bontemps	2,447	1,596879	1,597770	1,600233	1,603323	1,606123	1,611211	1,615640	Dutirou
Glas von St. Gobin	2,329	1,586757	1,587683	1,590112	1,593036	1,595808	1,600642	1,604761	"
Crownglas Ltr. M.	2,756	1,554774	1,555933	1,559075	1,563150	1,566741	1,573535	1,579470	Fraunhofer
Crownglas Nro. 9	2,535	1,525832	1,526849	1,529587	1,533005	1,536052	1,541657	1,546566	"
Crownglas Nro. 13	2,535	1,524312	1,525299	1,527982	1,531372	1,534337	1,539908	1,544684	"

Die verschiedenen Gläser unterscheiden sich durch ihre Zusammensetzung, das Flintglas zeichnet sich vor den übrigen durch einen Gehalt an Blei aus.

Man sieht aus dieser Tabelle, dass die optische Dichtigkeit keinesweges mit der Dichtigkeit der Substanzen im gewöhnlichen Sinne zusammenfällt. Die Substanzen in dieser Tabelle sind so geordnet, dass

die Brechungsexponenten von oben nach unten stetig kleiner werden, wie man sieht ist das mit den Dichtigkeiten keineswegcs der Fall; die beiden leichtesten Glasarten, das von Dutirou untersuchte Flintglas von Fraunhofer und Bontemps haben fast die grössten Brechungsexponenten.

II. Flüssige Körper.

Brechendes Mittel.	Dichte	Temperatur	Brechungsexponenten							Beobachter
			B	*C*	*D*	*E*	*F*	*G*	*H*	
Wasser	1,000	15° *R*	1,330935	1,331712	1,333577	1,335851	1,337818	1,341293	1,344177	Fraunhofer
Wasser	1,000	15,8 *C*	1,3317	1,3326	1,3343	1,3364	1,3386	1,3429	1,3448	Baden Powell
Alkohol	0,815	17,6 *C*	1,3628	1,3633	1,3654	1,3675	1,3696	1,3733	1,3761	„
Salzsäure	1.162	18,6 *C*	1,4050	1,4065	1,4095	1,4130	1,4160	1,4217	1,4261	„
Schwefelsäure	1,835	18,6 *C*	1,4321	1,4329	1,4351	1,4380	1,4400	1,4440	1,4463	„
Terpentinöl	0,885	8,5 *R*	1,4704	1,4715	1,4744	1,4783	1,4817	1,4881	1,4938	Fraunhofer
Angelikaöl	—	21° *C*	1,484	1,486	1,489	1,493	1,496	1,505	1,509	Baden Powell
Creosot	—	18°,2 „	1,5319	1,5335	1,5383	1,5452	1,5515	1,5639	1,5744	„
Anisöl	—	15,1 „	1,5486	1,5508	1,5572	1,5659	1,5743	1,5912	1,6084	„
Cassiaöl	—	10° „	1,5963	1,6007	1,6104	1,6249	1,6389	1,6698	1,7039	„
„	—	14° „	1,5945	1,5979	1,6073	1,6207	1,6358	1,6671	1,7025	„
„	—	22°,5 „	1,5895	1,5930	1,6026	1,6174	1,6314	1,6625	1,6985	„
Schwefelkohlenstoff	—	15,6 „	1,6182	1,6219	1,6308	1,6438	1,6555	1,6799	1,7019	„
Salzlösungen.										
Salpeters. Wismuthoxyd	—	22° „	1,3306	1,3315	1,3332	1,3355	1,3374	1,3410	1,3437	„
Zinkchlorid	—	22° „	1,3351	1,3402	1,3421	1,3444	1,3466	1,3501	1,3534	„
Essigs. Bleioxyd, basisch	—	15° „	1,3350	1,3357	1,3373	1,3398	1,3417	1,3453	1,3481	„
„ „ neutrales	—	19° „	1,3429	1,3437	1,3455	1,3480	1,3498	1,3538	1,3571	„
Salpeters. Bleioxyd	—	17°,8 „	1,3455	1,3461	1,3482	1,3506	1,3528	1,3568	1,3600	„
Glaubersalz	—	22° „	1,3392	1,3398	1,3419	1,3442	1,3462	1,3499	1,3528	„
Chlorbarium	—	21°,8 „	1,3392	1,3398	1,3419	1,3442	1,3462	1,3499	1,3528	„
Chlorcalcium	—	22°,2 „	1,4006	1,4016	1,4010	1,4070	1,4099	1,4150	1,4190	„
Kalilösung	1.416	9° *R*	1,3996	1,4005	1,4028	1,4056	1,4080	1,4125	1,4163	Fraunhofer
Natronlösung	1,34	16° *C*	1,4036	1,4039	1,4075	1,4109	1,4134	1,4181	1,4221	Baden Powell

Die Versuche mit Cassiaöl zeigen, dass die Brechungsexponenten mit steigender Temperatur abnehmen. Da mit dieser auch die Dichtigkeit der Flüssigkeiten kleiner wird, so scheint diese Thatsache für die Newton'sche Annahme zu sprechen, nach welcher für ein und dieselbe Substanz der Brechungsexponent sich mit der Dichtigkeit der Substanz ändert.

Die Brechungsexponenten der Salzlösungen sind im allgemeinen grösser als diejenigen des Wassers, nur salpetersaures Wismuthoxyd macht eine Ausnahme, sein Brechungsexponent ist für alle Strahlen kleiner als die entsprechenden für Wasser. Für verschiedene Salze einer und derselben Substanz ist der Brechungsexponent ebenfalls verschieden, wie die Versuche mit den Bleisalzen zeigen.

Der Brechungsexponent ändert sich bei den Salzlösungen nach den Versuchen von Jamin[1]) und Kremers und Beer[2]) mit der Concentration. Die Brechungsexponenten werden um so grösser, je concentrirter die Salzlösungen sind. So ist nach Versuchen von Jamin für Licht mittlerer Brechbarkeit, das etwa dem Streifen D entspricht, der Brechungsexponent einer Lösung von Zinkchlorür

166	Thle. Salz auf 100 Wasser	$n = 1{,}455$
100	„ „ „ „ „	$n = 1{,}443$
66,6	„ „ „ „ „	$n = 1{,}401$
33,3	„ „ „ „ „	$n = 1{,}371$

während für reines Wasser und den Streifen D nach Baden Powell

$$n = 1{,}3343.$$

Für rothes Licht, dessen Brechungsexponent beim Uebergang aus Luft in reines Wasser von 16° C Temperatur

$$n = 1{,}3320$$

war, geben Beer und Kremers an

Kochsalz	17,7	Thle. Salz auf 100 Wasser	$n = 1{,}3581$
„	35,4	„ „ „ „ „	$n = 1{,}3786$
Jodnatrium	72,9	„ „ „ „ „	$n = 1{,}4167$
„	138,3	„ „ „ „ „	$n = 1{,}4786$
Jodkalium	61,1	„ „ „ „ „	$n = 1{,}3960$
„	122,7	„ „ „ „ „	$n = 1{,}4405$
Chlorcalcium	32,9	„ „ „ „ „	$n = 1{,}3942$
„	67,8	„ „ „ „ „	$n = 1{,}4388$

Bezeichnen wir die Differenz zwischen den Brechungsexponenten der Lösungen und derjenigen des reinen Wassers mit Δ, den Salzgehalt der Lösung in Procenten mit x (Salz auf 100 Wasser), so geben die beiden

[1]) Jamin. Annales de chim. et de phys. III. Sér. Bd. XXXI.
[2]) Beer u. Kremers. Poggend. Annal. Bd. CI.

zuletzt genannten Physiker an, dass sich Δ mit sehr grosser Annäherung wieder geben lasse durch

$$\Delta = ax - bx^2,$$

worin a und b von der Verschiedenheit der Salze abhängt. Die Constante b hat meist nur einen kleinen Werth wie ein Ueberblick der angegebenen Zahlen zeigt; bei den Jamin'schen Zahlen ist sie fast 0, so dass nahezu die Vermehrung des Brechungsexponenten dem Salzgehalte der Lösungen proportional ist.

Ueber die Brechungsexponenten von Flüssigkeitsgemischen hat Deville[1]) eine Reihe von Versuchen angestellt. Für Gemische aus Alkohol und Wasser, deren Verhältnisse nach Gewichtstheilen angegeben sind, gibt er folgende Zahlen:

10 Thle.	Alkohol	0	Wasser	Dichte	= 0,796	n = 1,3633
9 „	„	1	„	„	= 0,829	n = 1,3653
8 „	„	2	„	„	= 0,856	n = 1,3662
7 „	„	3	„	„	= 0,880	n = 1,3651
6 „	„	4	„	„	= 0,902	n = 1,3633
5,5 „	„	4,5	„	„	= 0,916	n = 1,3629
5 „	„	5	„	„	= 0,9275	n = 1,3621
4 „	„	6	„	„	= —	n = 1,3592
3 „	„	7	„	„	= 0,960	n = 1,3544
2 „	„	8	„	„	= 0,972	n = 1,3471
1 „	„	9	„	„	= 0,984	n = 1,3407
0 „	„	10	„	„	= 1,000	n = 1,3339

Diese Zahlen zeigen, dass die Brechungsexponenten sich ändern mit der Menge der verschiedenen Flüssigkeiten, dass sie mit grösserm Alkoholgehalte grösser werden. Indess zeigt sich auch die bereits früher erwähnte Contraction des Gemisches, die Erscheinung, dass das Volum des Gemisches kleiner ist als die Summe der Volumina der Bestandtheile von Einfluss auf den Brechungsexponenten. Die Brechungsexponenten des reinen Alkohols und des Gemisches 9 : 1 sind kleiner als des Gemisches 8 : 2 und erst bei weiterm Zusatze von Wasser überwiegt der Einfluss desselben über die Contraction des Gemisches.[2])

Ein holländischer Physiker, Hock[3]), hat es ganz neuerlichst versucht, aus den Deville'schen Beobachtungen einige interessante Sätze abzuleiten, mittels welcher er in den Stand gesetzt wurde, die Brechungsexponenten der Gemische aus denen der Bestandtheile zu berech-

---

[1]) Deville. Annales de chim. et de phys. III. Sér. Bd. V. Poggend. Annal. Bd. LVII.

[2]) In dem Anhange zu Beers Einleitung in die höhere Optik sind sämmtliche bekannte Brechungsexponenten zusammengestellt. Braunschweig 1853.

[3]) Hock. Poggend. Annal. Bd. CXII.

nen. Nach der Undulationstheorie rührt die Brechung her von einer Abnahme der Geschwindigkeit des Lichtes im zweiten Mittel, und diese ist nach der Fresnelschen Annahme, welche wir theilen, Folge von der grössern Dichtigkeit des Aethers im stärker brechenden Mittel. Nennen wir nun die Geschwindigkeit des Lichtes im leeren Raume c, und die Dichtigkeit und Elasticität des Aethers dort d und e, so ist nach unserer angenäherten Theorie

$$c = C \sqrt{\frac{e}{d}}.$$

Für irgend ein brechendes Mittel, wo c', e', d' die entsprechenden Werthe sind, ist

$$c' = C \sqrt{\frac{e'}{d'}}$$

nach unserer Annahme ist nun $e' = e$ und somit der Brechungsexponent

$$n = \frac{c}{c'} = \frac{\sqrt{d'}}{\sqrt{d}},$$

$$n^2 = \frac{d'}{d},$$

oder

$$d' = n^2 . d.$$

Die Dichtigkeit des Aethers in dem brechenden Mittel verhält sich zu derjenigen im leeren Raum wie das Quadrat des Brechungsexponenten zu 1. Setzen wir daher die Dichtigkeit des Aethers im leeren Raum gleich 1, so gibt uns das Quadrat des Brechungsexponenten die Dichtigkeit des Aethers in dem brechenden Mittel bezogen auf diejenige des Aethers im leeren Raume. Daraus folgt dann

$$n^2 - 1 = \delta = d' - d$$

die brechende Kraft eines Mittels, das um 1 verminderte Quadrat des Brechungsexponenten ist gleich dem Ueberschuss der Dichtigkeit des Aethers in dem brechenden Mittel über denjenigen des in einem gleichen Volumen des leeren Raumes enthaltenen Aethers. Dieser Aether ist gewissermassen fest in dem Mittel gebunden.

Comprimiren wir nun dieses Mittel, oder dehnen wir es aus, so wird dadurch der in diesem Mittel enthaltene Ueberschuss δ des Aethers seinem absoluten Werthe nach nicht geändert, aber in dem verdichteten Körper ist dieser Ueberschuss jetzt in einem kleinern Raume vorhanden, die mit diesem verdichteten Körper ausgefüllte Volumeinheit würde daher in demselben Verhältnisse mehr Aether besitzen als die Volumeinheit des leeren Raumes, in welchem der verdichtete Körper einen kleinern Raum einnimmt als der nicht verdichtete. Das Verhältniss dieser Aethermenge δ zu dem in einem gleichen Volum des leeren Raumes enthaltenen Aethers ist demnach ein anderes, es ist in demselben Verhältnisse

grösser geworden, als die Dichtigkeit des Körpers zugenommen hat. Daraus würde dann folgen, dass der Quotient aus dem jedesmal vorhandenen δ und der Dichtigkeit s des Körpers constant wäre, oder

$$\frac{\delta}{s} = \frac{n^2 - 1}{s} = a,$$

wenn n jetzt den Brechungsexponenten des verdichteten Körpers bedeutet.

Es würde also folgen, dass das von Newton so genannte specifische Brechungsvermögen für ein und dieselbe Flüssigkeit constant sei, und dass dasselbe gleich sei dem Quotienten aus dem Ueberschuss des in der Volumeinheit enthaltenen Aethers über den des leeren Raumes und der Dichtigkeit des brechenden Mittels.

Ein Beispiel wird diesen Schluss noch klarer machen. Sei die Dichtigkeit des Aethers in einem Mittel von der Dichtigkeit 1 gleich 2, so ist für dieses $\delta = 1$. Werde nun das Mittel auf die Hälfte seines Volumens comprimirt, so bleibt die Aethermenge $\delta = 1$ in ihm fest. Die Gesammtmenge des dann in ihm enthaltenen Aethers ist dann gleich 1,5, da in dem Volumen $^1/_2$ des leeren Raumes auch nur die Aethermenge $^1/_2$ vorhanden ist. Würden wir nun das Volum 1 mit dieser verdichteten Flüssigkeit ausfüllen, so würde die in dem Volum 1 enthaltene Aethermenge gleich 3 sein. Die Differenz dieses und des im leeren Raum vorhandenen $3 - 1$ gleich 2, und der Quotient aus dieser Zahl und der Dichtigkeit, die dann gleich 2 wäre, wieder gleich 1. So auch, wenn wir den Körper ausdehnten, z. B. sein Volum verdreifachten, würde der im Volum 3 vorhandene Aether gleich 4 sein, im Volum 1 demnach $^4/_3$, δ gleich $^1/_3$ und der Quotient

$$\frac{\delta}{s} = 3 \, . \, ^1/_3 = 1.$$

Wenn nun in der That die so eben aus der Fresnelschen Annahme über die Ursache der Brechung abgeleitete Bedeutung der brechenden Kraft die richtige ist, dann muss auch bei einem Gemische aus zwei Substanzen die Summe der brechenden Kräfte der Bestandtheile gleich sein der brechenden Kraft des Gemisches. Denn es muss dann der Ueberschuss des im Gemische vorhandenen Aethers über den in einem gleichen Volumen des leeren Raumes vorhandenen gleich sein der Summe der Ueberschüsse in den einzelnen Bestandtheilen. Dabei dürfen wir jedoch nicht als brechende Kräfte der einzelnen Bestandtheile diejenigen nehmen, welche ihnen vor der Mischung zukommen, sondern müssen diejenigen anwenden, welche sie im Gemische besitzen. Mischen wir nämlich u Volume einer Substanz mit v Volumen einer zweiten, und entstehen w Volume des Gemisches, so hat sich jeder der beiden Bestandtheile, da das Gemische gleichförmig ist, auf w Volume ausgedehnt.

Waren die Dichtigkeiten der Bestandtheile vorher respective s und s', so sind sie nach der Mischung $s \cdot \frac{u}{w}$ und $s' \cdot \frac{v}{w}$. Sind nun die specifischen Brechungsvermögen der beiden Bestandtheile a und b, so sind die brechenden Kräfte der beiden Substanzen in dem Gemische, da nach dem vorigen dieselben gleich sind dem Producte aus dem specifischen Brechungsvermögen und der Dichtigkeit einer Substanz, gleich

$$a \cdot s \cdot \frac{u}{w}; \quad b \cdot s' \cdot \frac{v}{w} \cdot$$

Sind nun die Brechungsexponenten der Bestandtheile vor der Mischung n und n', so ist

$$a = \frac{n^2 - 1}{s}; \quad b = \frac{n'^2 - 1}{s'} \cdot$$

Ist nun schliesslich der Brechungsexponent des Gemisches N, so muss also

$$N^2 - 1 = a \cdot s \frac{u}{w} + b \cdot s' \frac{v}{w} = \frac{u}{w}(n^2 - 1) + \frac{v}{w}(n'^2 - 1).$$

Hoek hat nun wirklich an den Deville'schen Zahlen diese Beziehung zwischen den Brechungsexponenten des Alkohol, des Wassers, und der Gemische aus beiden nachgewiesen. Nach den Versuchen von Baumhauer geben z. B. 5 Gewichtstheile Alkohol vom specifischen Gewicht 0,7942 und 5 Wasser ein Gemisch von der Dichtigkeit 0,9181, oder 5 Volume Wasser und 6,2956 Volume Alkohol geben 10,8920 Volume Gemische. Nun ist nach Deville der Brechungsexponent des Wassers 1,3339, der des Alkohol $n' = 1,3633$, derjenige des Gemisches N ergibt sich demnach aus der Gleichung

$$N^2 - 1 = \frac{5}{10,8920}\Big((1,3339)^2 - 1\Big) + \frac{6,2956}{10,8920}\Big((1,3633)^2 - 1\Big)$$

$$N = 1,3616.$$

Die Beobachtung von Deville ergab $N = 1,3621$, eine Zahl, welche von der berechneten sich nur um 0,0005 unterscheidet. Gleiches weist Hoek nach für eine von Deville gefundene Reihe der Brechungsexponenten von Gemischen aus Holzgeist und Wasser.

Auch für Salzlösungen scheint diese Beziehung zu gelten, einige Rechnungen wenigstens, welche ich in der Richtung angestellt habe, ergaben befriedigende Resultate. So ergibt sich z. B. als Brechungsexponent einer Lösung von Kochsalz von 17,7 Theilen Salz auf 100 Wasser für mittlere Strahlen 1,3542, und einer Lösung von 35,4 Theilen Salz auf 100 Wasser 1,3699; Beer und Kremers fanden für rothes Licht 1,3581 und 1,3786. Bei den Rechnungen angewandt sind Brewsters Angaben für Steinsalz $n = 1,557$ und $s = 2,143$. Beachtet man, dass die Angabe der Dichtigkeit des Steinsalzes wohl für die Temperatur 0° gilt, also zu hoch genommen ist, da Beer's Angaben für 16° gelten, und

dass die Contraction der Salzlösungen nicht beachtet ist, alles Umstände, wodurch der berechnete Brechungsexponent zu klein ausfällt, so wird man die Uebereinstimmung zwischen Rechnung und Beobachtung wohl befriedigend nennen.

Sollte sich diese Uebereinstimmung allgemein zeigen, zu ihrer Untersuchung reicht das vorhandene Beobachtungsmaterial noch nicht aus, so würden daraus die wichtigen Sätze folgen, dass das specifische Brechungsvermögen einer Substanz constant sei, und dass die brechende Kraft eines Gemisches zweier Flüssigkeiten oder einer Lösung gleich ist der Summe der brechenden Kräfte der Bestandtheile. Da nun diese Sätze unmittelbare Folgerungen der Annahme sind, dass eine verschiedene Dichtigkeit des Aethers die Ursache der Brechung ist, so würde aus jenen Sätzen die Richtigkeit dieser Annahme rückwärts geschlossen werden können. Die grosse Wichtigkeit dieses Schlusses wird im folgenden immer mehr hervortreten, die Zulässigkeit desselben geht aus dem vorigen wenigstens hervor, da bis jetzt keine Thatsache ihm widerspricht.

24 **Brechungsexponenten der Gase. Methode von Dulong.** Auch die Brechungsexponenten der Gase kann man mittels der Ablenkung der Strahlen durch Prismen bestimmen. Biot und Arago[1]) wandten ein dem Fraunhofer'schen ähnliches Verfahren an, indem sie die Ablenkung, welche ein Lichtstrahl durch ein nach einander mit verschiedenen Gasen gefülltes Hohlprisma erfährt, am Theodolithen direct massen. Man erhielt auf diese Weise das Brechungsverhältniss des Lichtes bei dem Uebergange aus Luft in die verschiedenen Gasarten. Um den Brechungsexponenten beim Uebergange des Lichtes aus dem leeren Raume in Luft zu bestimmen, untersuchten sie die Brechung des Lichtes beim Uebergange aus Luft von der Dichtigkeit der atmosphärischen Luft in ein Prisma, welches mit Luft verschiedener Dichtigkeit gefüllt war, und sie fanden, dass die Brechung des Lichtes je nach der Dichtigkeit der Luft verschieden war. Dichtere Luft als diejenige der Athmosphäre ist ein stärker, verdünntere Luft ein schwächer brechendes Mittel. Das Gesetz, welches Arago und Biot aus ihren Versuchen ableiteten, war folgendes. Die brechende Kraft der Luft ist seiner Dichtigkeit proportional und zwar für alle Farben in demselben Verhältniss, so dass ein Luftprisma keine Dispersion der Farben darbietet. Das specifische Brechungsvermögen ist constant und für alle Lichtarten dasselbe. Die Luft ist somit optisch dichter als der leere Raum, ihr absoluter Brechungsexponent ist grösser als 1 und für alle Farben derselbe.

[1]) Arago und Biot. Mémoires de l'Académie de France. Tome VII. 1806; auch Gilberts Annalen Bd. XXV u. XXVI.

Der absolute Brechungsexponent der Luft ist für die Dichtigkeit bei einer Temperatur 0^0 und 760^{mm} Druck gleich 1,000294. Wie man denselben aus diesen Beobachtungen ableiten kann, mag folgendes Beispiel zeigen.

Ist das Prisma mit Luft von der Dichte unter einem Drucke zweier Atmosphären angefüllt, so beobachtet man an dem durchtretenden Lichtstrahl eine bestimmte Ablenkung, welche uns den Brechungsexponenten aus Luft gewöhnlicher Dichte in diejenige doppelter Dichte gibt. Sei nun n dieser Brechungsexponent, und n' der absolute Brechungsexponent der Luft von der als 1 angenommenen Dichtigkeit der Atmosphäre. Der absolute Brechungsexponent der doppelt so dichten Luft ist dann nach §. 15 gleich $n.n'$. Da nun nach dem ersten Satze das specifische Brechungsvermögen der Luft constant ist, so folgt

$$\frac{(n.n')^2-1}{2} = n'^2 - 1$$

und daraus

$$(n^2-2)n'^2 = -1,$$

$$n' = \sqrt{\frac{1}{2-n^2}}.$$

Oder setzen wir allgemein die Dichtigkeit der Luft in dem Prisma d, und den Brechungsexponent beim Uebergange des Lichtes aus Luft von gewöhnlicher Dichte in diese gleich n, so wird,

$$\frac{(n.n')^2-1}{d} = n'^2 - 1,$$

$$(n^2-d)n'^2 = 1-d,$$

$$n' = \sqrt{\frac{1-d}{n^2-d}}.$$

Für $d = 2$ ist nun nach den Beobachtungen $n = 1{,}000294$, demnach $n^2 = 1{,}000588$ und $2-n^2 = 0{,}999412$, daraus folgt dann

$$n' = \sqrt{\frac{1}{0{,}999412}} = \sqrt{1{,}000588} = 1{,}000294,$$

oder der absolute Brechungsexponent der Luft ist gleich 1,000294. Durch Variationen von d erhält man nun immerfort denselben Werth für n' aus dem jedesmaligen Werthe für n, sodass dadurch das Arago'sche Gesetz in aller Strenge bewiesen wird.

Den absoluten Brechungsexponenten für Luft kann man auch, wie Delambre es gethan hat, auf astronomischem Wege ableiten. Alle Gestirne, welche nicht im Zenith stehen, senden ihre Strahlen auf die Oberfläche der Atmosphäre, unter einem je nach ihrer Höhe verschiedenen Einfallswinkel; die Strahlen werden daher von ihrer geraden Richtung abgelenkt. Da nun die Lichtstrahlen durch eine Reihe von Mitteln so gebrechen werden, als träten sie direct in das letzte Mittel ein, so ist die Ablenkung trotz der Abnahme der Dichtigkeit in der Höhe der At-

mosphäre gerade so als träten sie sofort in die untern dichtern Schichten der Atmosphäre.

Durch diese Ablenkung der Strahlen erscheinen die Sterne nicht an ihrem wahren Ort, sondern gegen den Zenith hin verschoben, da die Strahlen beim Eintritte in das dichtere Mittel dem Einfallslothe genähert werden. Die Zenithdistanz der Gestirne, welche wir beobachten, ist also kleiner als die wahre, welche die Astronomie kennen lehrt. Die wahre Zenithdistanz gibt uns nun den Winkel, welchen die von den Sternen kommenden Strahlen mit dem Einfallslothe bilden, die scheinbare Zenithdistanz den Winkel, welchen die in die Atmosphäre eingedrungenen Strahlen mit dem Einfallslothe bilden, den Brechungswinkel. Aus beiden können wir somit den absoluten Brechungsexponenten der Luft bestimmen. Delambre bestimmte ihn zu 1,000294, ein Werth, mit dem der Arago'sche genau übereinstimmt. Berechnet man nun umgekehrt aus diesem Werthe von n' die Werthe von n beim Uebergange aus Luft von der Dichte 0^0 und dem Drucke der Atmosphäre in Luft verschiedener Dichte mit Hülfe des Arago'schen Gesetzes, so findet man dieselben Zahlen, welche die Beobachtung ergibt, ein neuer Beweis für die Richtigkeit des Arago'schen Gesetzes.

Die Versuche, welche diese beiden Physiker mit andern Gasen als atmosphärischer Luft anstellten, ergaben auch für diese, dass die brechende Kraft jedes Gases bei verschiedenen Dichtigkeiten der Dichtigkeit proportional und für Licht aller Farben constant sei.

Für Gasgemische finden sie, dass die brechende Kraft der Gemische gleich ist der Summe der brechenden Kräfte der einzelnen Bestandtheile also durch directe Beobachtung dasselbe Gesetz, welches wir vorhin aus den Deville'schen Zahlen für Flüssigkeitsgemische ableiteten.

Das von Arago und Biot angegebene Gesetz, nach welchem die brechenden Kräfte der Gase bei verschiedener Dichtigkeit den Dichtigkeiten proportional sind, benutzte Dulong zu einem Verfahren, welches ihm gestattete, die Brechungsexponenten der Gase mit bedeutend grösserer Genauigkeit zu bestimmen.

Ein Hohlprisma, das aus einem weiten Glasrohr hergestellt war, dessen beide Enden abgeschliffen und durch 2 unter einem Winkel von 145^0 gegeneinander geneigte Spiegelglasplatten geschlossen waren, stand mit einem grossen Glascylinder in Verbindung, in welchem das wohl getrocknete zu untersuchende Gas aufgefangen wurde. Das Gas war über Quecksilber abgeschlossen und der Druck, unter welchem es stand, wurde durch ein mit dem Glascylinder communicirendes Rohr, welches oben offen und zum Theil ebenfalls mit Quecksilber gefüllt war, gemessen. Die Dichtigkeit des Gases in dem Glascylinder konnte durch Ablassen von Quecksilber beliebig regulirt werden.

An der einen Seite in der Verlängerung der Axe des Rohres, das

als Prisma diente, war ein Fernrohr aufgestellt, welches auf eine durch das Prisma hindurch sichtbare Marke gerichtet war, so dass dieselbe am Fadenkreuz des Fernrohres erschien, wenn das Prisma mit trockner Luft von der Dichtigkeit der atmosphärischen Luft gefüllt war. Das Fernrohr sowie das Prisma und die Marke waren unverrückbar festgestellt.

Um nun die Brechungsexponenten anderer Gase zu bestimmen, wurde das Prisma und der Cylinder durch eine ebenfalls damit in Verbindung stehende Luftpumpe luftleer gemacht und statt dessen das zu untersuchende Gas eingefüllt, und die Dichtigkeit des Gases so lange geändert, bis die Marke dem Beobachter wieder genau am Fadenkreuz des Fernrohres erschien. Dann war die Ablenkung des Lichtes durch das Prisma genau dieselbe als vorhin wie der Apparat mit Luft gefüllt war. Die brechende Kraft des Gases bei der beobachteten Dichtigkeit war daher dann dieselbe wie diejenige der Luft unter dem Drucke einer Atmosphäre und nach dem Gesetze von Arago und Biot erhält man dann die brechende Kraft des Gases, wenn es unter dem Drucke einer Atmosphäre steht, im Vergleich zur brechenden Kraft der Luft durch eine einfache Proportion. Aus dem bekannten absoluten Brechungsindex der Luft erhält man dann den der Gase.

Sei also z. B. das Fernrohr auf die feste Marke eingestellt, als das Prisma mit trockner Luft unter dem Drucke 760^{mm} angefüllt war. Darauf werde anstatt der Luft Cyangas eingeführt. Die feste Marke erscheint dann wieder an dem Fadenkreuz des Fernrohres, wenn der Druck, unter welchem das Gas steht, gleich ist 268,3 Millimeter. Ist nun d' die Dichtigkeit des Cyangases bei gleicher Temperatur unter dem Drucke von 760^{mm} und d diejenige unter dem beobachteten Drucke, so folgt

$$d' : d = 760 : 268{,}3.$$

Die brechende Kraft des Cyangases bei der Dichtigkeit d ist nun gleich 1, wenn wir die der Luft unter dem Drucke der Atmosphäre gleich der Einheit setzen. Ist nun der Brechungsexponent des unter dem Drucke 760 stehenden Cyangases gleich n', so ist dann seine brechende Kraft gleich $n'^2 - 1$, und nach dem Arago'schen Gesetze ist dann

$$\frac{n'^2 - 1}{d'} = \frac{1}{d},$$

$$n'^2 - 1 = \frac{d'}{d} = \frac{760}{268{,}3} = 2{,}832,$$

wobei dann die der Luft bei gleicher Temperatur und gleichem Drucke als Einheit zu Grunde liegt. Die brechende Kraft der Luft ihrem absoluten Werthe nach ist nun unter den Umständen

$$n^2 - 1 = 0{,}000588,$$

demnach ist die des Cyangases

$$n'^2 - 1 = 2{,}832 \,.\, 0{,}000588 = 0{,}001668$$

und daraus folgt der Brechungsexponent des Cyangases

$$n' = \sqrt{1{,}001668} = 1{,}000834.$$

Auf diese Weise hat Dulong für eine grosse Menge von Gasen die Brechungsexponenten bestimmt, sie sind in folgender Tabelle zusammengestellt.

Tabelle

der Brechungsexponenten der Gase bei 0° und 760mm Druck nach Dulong.

Name der Gase.	Dichte.	Brechende Kraft, die der Luft = 1.	Absolute brechende Kraft.	Absolute Brechungsexponenten.
Atmosphärische Luft	1,000	1,000	0,000589	1,000294
Sauerstoffgas	1,1026	0,924	0,000544	1,000272
Wasserstoffgas	0,0685	0,470	0,000277	1,000138
Stickstoffgas	0,976	1,020	0,000601	1,000300
Chlorgas	2,47	2,623	0,001545	1,000772
Stickoxydulgas	1,527	1,710	0,001007	1,000503
Stickoxydgas	1,039	1,03	0,000606	1,000303
Chlorwasserstoffgas	1,254	1,527	0,000899	1,000449
Kohlenoxydgas	0,972	1,157	0,000681	1,000340
Kohlensäuregas	1,524	1,526	0,000899	1,000449
Cyangas	1,818	2,832	0,001668	1,000834
Oelbildendes Gas	0,980	2,302	0,001356	1,000678
Sumpfgas	0,559	1,504	0,000886	1,000443
Salzsäureäther	2,234	3,72	0,002192	1,001095
Cyanwasserstoff	0,944	1,531	0,000903	1,000451
Phosgengas	3,442	3,936	0,002318	1,001159
Schwefelwasserstoff	1,178	2,187	0,001288	1,000644
Schweflige-Säure	2,247	2,260	0,001331	1,000665
Schwefeläther	2,580	5,197	0,003061	1,00153
Schwefelkohlenstoff	2,644	5,110	0,00301	1,00150
Phosphorwasserstoffgas	1,256	2,682	0,001579	1,000789

Aus diesen Zahlen lassen sich mit Dulong folgende Resultate ziehen:

1) Die brechenden Kräfte der verschiedenen Gase scheinen in durchaus keiner Beziehung zur Dichte zu stehen, weder die der einfachen noch der zusammengesetzten.

2) Die brechenden Kräfte der zusammengesetzten Gase sind nicht die Summe der brechenden Kräfte der einzelnen Bestandtheile. Das von Arago und Biot aufgefundene Gesetz bezieht sich demnach nur auf

Gasgemische, deren Bestandtheile keine chemische Action auf einander ausüben.[1])

So besteht z. B. 1 Volum Chlorwasserstoffsäuregas aus $^1/_2$ Vol. Wasserstoff + $^1/_2$ Vol. Chlor, die ohne Condensation zusammentreten. Wenn wir das Arago'sche Gesetz auf zusammengesetzte Gase anwenden, würde sich dessen brechende Kraft folgendermassen ergeben. In der Verbindung, vorausgesetzt, dass sie unter dem Drucke von 760^{mm} steht, ist die Dichtigkeit des Wasserstoffgases gleich der Hälfte derjenigen des freien Wasserstoffes unter dem Drucke 760^{mm}; ebenso die des Chlors.

Die brechenden Kräfte sind daher

des Wasserstoffes in der Verbindung	0,5 . 0,470 = 0,235
des Chlors „ „ „	0,5 . 2,623 = 1,3115
Die der Verbindung gleich der Summe beider	= 1,5465

Die Beobachtung hat dagegen für dieses zusammengesetzte Gas ergeben 1,527, der Unterschied 0,0195 ist viel zu gross, als dass er den möglichen Beobachtungsfehlern zugeschrieben werden könnte. Man beobachtet nach Dulongs Angabe im Fernrohr noch eine Verschiebung der Marke bei einem Druckunterschiede von $^1/_4{}^{mm}$. Wäre demnach in diesem Falle die Beobachtung der brechenden Kraft der Chloswasserstoffsäure um diesen ganzen Werth fehlerhaft, so würde der Fehler noch nicht 0,001 im schliesslichen Resultate ausmachen. Aehnliche Unterschiede zwischen Beobachtung und Rechnung, welche bei der Cyanwasserstoffsäure sogar auf 0,130 und beim Stickoxydulgase auf 0,228 steigen, nie aber einen kleinern Werth erhalten als in unserm Beispiele, zeigen alle übrigen zusammengesetzten Gase. —

Wir bemerkten vorhin, dass bei den Gasen keine Dispersion des Lichtes stattfände. Da nach der vollständigeren Theorie der Fortpflanzung der Wellenbewegung die Geschwindigkeit wiedergegeben wird durch den Ausdruck

$$c = a_0 + \frac{a_1}{\lambda^2} + \frac{a_2}{\lambda^4} \cdots$$

so scheint das auf den ersten Blick mit den Forderungen der Undulationstheorie im Widerspruch zu stehen, da nach dieser die Geschwindigkeit des Lichtes und somit der Brechungsexponent

$$n = \alpha_0 + \frac{\alpha_1}{\lambda^2}$$

von der Wellenlänge abhängig ist. Indess ist dieser Widerspruch nur ein scheinbarer, da in diesen Ausdrücken die Grössen a_0, a_1 oder α_0, α_1 von der Natur des brechenden Mittels abhängige Constanten sind, von denen alle ausser den ersten a_0 oder α_0 auch gleich 0 sein können. Die

[1]) Dulong. Annales de chim. et de phys. XXXI. 154; auch Poggend. Annalen Bd. VI.

Undulationstheorie fordert daher die Dispersion des Lichtes nicht in der Weise, dass sie in allen Fällen eintreten muss.

25 **Totale Reflexion. Wollastons Bestimmung der Brechungsexponenten.** Die Beziehung zwischen dem Sinus des Einfallswinkels und dem des Brechungswinkel ist wie wir sahen

$$n = \frac{\sin i}{\sin r}$$

oder

$$\sin r = \frac{1}{n} \sin i$$

für den Werth des Brechungswinkels bei gegebenem Einfallswinkel i. Ist nun $n > 1$, geht also das Licht aus einem optisch dünnern Mittel in ein optisch dichteres, so entspricht jedem möglichen Werthe von i auch ein Winkel r, indem dann selbst, wenn i seinen grössten Werth nämlich 90^0 erreicht, der Sinus also gleich 1 wird, der Ausdruck

$$\sin r = \frac{1}{n}$$

kleiner als 1 ist. Geht aber das Licht aus einem optisch dichtern Mittel in ein optisch dünneres über, so ist das nicht mehr der Fall. Es ist dann n kleiner als 1; würden wir also in einem dichtern Mittel unter einem rechten Winkel Licht auf die ein dünneres Mittel abgrenzende Fläche fallen lassen, so würde der Ausdruck

$$\sin r = \frac{1}{n}$$

einen Werth ergeben, welcher grösser als 1 ist. Da aber der grösste Werth, den der Sinus überhaupt anzunehmen im Stande ist, gleich 1 ist, so folgt, dass es in dem Falle keinen Winkel r gibt, der zu dem Einfallswinkel in dem von dem Brechungsgesetz geforderten Verhältnisse steht. Es folgt daraus nothwendig, dass überhaupt kein gebrochener Strahl existirt, dass das Licht aus dem dichtern Mittel bei streifender Incidenz nicht in das dünnere Mittel übertreten kann. Das Ausbleiben eines gebrochenen Strahles tritt aber schon früher ein und zwar, da der grösste mögliche Werth von $\sin r = 1$ ist, wenn

$$\frac{\sin i}{n} = 1$$

oder

$$\sin i = n.$$

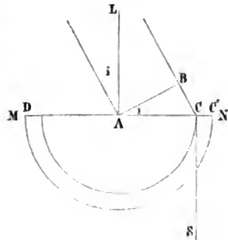
Für alle Einfallswinkel, deren Sinus grösser ist als das relative Brechungsverhältniss des dichtern und dünnern Mittels gibt es keinen Brechungswinkel, gibt es keinen gebrochenen Strahl. Man nennt daher jenen Winkel den Grenzwinkel, da derselbe die Grenze angibt, bis zu welcher der Einfallswinkel wachsen kann, wenn noch Licht aus dem dichtern in das dünnere Mittel übertreten soll.

Wenn demnach auf die Grenzfläche eines dichtern Mittels gegen ein dünneres Mittel ein Lichtstrahl unter einem grössern Winkel als dem Grenzwinkel fällt, so findet keine Brechung des Lichtes statt, sondern nur eine Reflexion, und da dann, soweit man beurtheilen kann, das reflectirte Licht mit dem einfallenden die gleiche Intensität besitzt, so nennt man diesen Fall der Reflexion die totale Reflexion.

Diese auf den ersten Blick sehr auffallende Erscheinung, welche der Forderung zu widersprechen scheint, dass an der Grenze zweier Mittel stets eine Theilung eintreten muss in zwei Wellenbewegungen, deren eine in das erste Mittel zurückkehrt, während die andere in das zweite Mittel übergeht, ergibt sich indess als nothwendig aus einer Betrachtung der Construction der gebrochenen Welle.

Wenn an der Grenze zweier Mittel *MN* Fig. 51 eine ebene Welle *AB* ankommt, so erhalten wir die gebrochene Welle, wenn wir um den Punkt *A* mit einem Radius *R*, welcher sich zu *BC* verhält wie die Geschwindigkeit des Lichtes im zweiten Mittel zu derjenigen im ersten Mittel, eine Kugel beschreiben und von *C* aus an diese Kugel eine zur Einfallsebene senkrechte Tangentialebene legen.

Fig. 51.



Ist nun die Geschwindigkeit im ersten Mittel c, die im zweiten Mittel c', so ist der Radius

$$R = \frac{c'}{c} \cdot BC$$

oder auch

$$R = \frac{\sin r}{\sin i} \cdot BC.$$

Wird nun der Einfallswinkel i so gross, dass

$$\sin i = n,$$

so wird

$$R = \frac{1}{n}\ BC = \frac{1}{\sin i}\ BC.$$

Nun ist aber

$$\frac{CB}{AC} = \sin i, \quad AC = \frac{1}{\sin i}\ BC,$$

es wird also in dem Falle der Radius der die Richtung der gebrochenen Welle bestimmenden Kugel gleich *AC*. Die Kugel geht durch den Punkt *C*, und so alle Elementarwellen, durch deren Zusammenwirken die gebrochene Welle entsteht. Die durch den Punkt *C* an die Kugel gelegte und alle Elementarwellen gleichzeitig berührende Tangentialebene steht somit senkrecht auf *MN*. Die gebrochene Welle pflanzt sich parallel der brechenden Fläche fort.

Wenn nun der Einfallswinkel i noch grösser wird, so wird der

Radius R der um A beschriebenen Kugel, der immer durch den Ausdruck

$$R = \frac{c'}{c} BC$$

gegeben ist, grösser als AC, denn AC ist immer

$$AC = \frac{BC}{\sin i},$$

$\frac{c'}{c}$ ist dann aber grösser als $\frac{1}{\sin i}$. Nehmen wir z. B. an, das Verhältniss $\frac{c'}{c}$ oder

$$\frac{1}{n} = 2,$$

so wird immer

$$R = 2\,BC.$$

Bildet aber nun die brechende Fläche mit der ankommenden Welle, also der einfallende Strahl mit dem Einfallslothe einen Winkel von 45°, so ist

$$AC = \frac{BC}{\sin 45^0} = \frac{BC}{\sqrt{\frac{1}{2}}} = BC.\sqrt{2},$$

R ist also im Verhältniss 2 zu $\sqrt{2}$ grösser als AC. Der Punkt C liegt somit innerhalb der um A und somit aller um die verschiedenen Punkte von CA beschriebenen die Elementarwellen darstellenden Kugeln. Es gibt somit keine von C aus an diese Kugeln zu legende Tangentialebene, und überhaupt keine Fläche, welche diese elementaren Kugeln berührend umhüllt, da alle diese Kugeln ineinander liegen. Die in das zweite Mittel übergegangenen Elementarwellen setzen sich somit zu keiner gemeinsamen wahrnehmbaren Welle zusammen, es kann kein gebrochener Strahl entstehen.

Die totale Reflexion lässt sich sehr leicht an Prismen mit grossen brechenden Winkeln beobachten.

Wir erhielten in §. 16 für den Austrittswinkel i', unter welchem ein unter dem Winkel i die Vorderfläche eines Prisma mit dem brechenden Winkel α treffender Lichtstrahl die zweite Fläche des Prisma verlässt, den Werth

$$\sin i' = \sin \alpha \sqrt{n^2 - \sin^2 i} - \cos \alpha \,.\, \sin i$$

und es ist nun leicht die Beziehung zwischen i und α aufzufinden, welche dem in das Prisma eintretenden Strahle noch den Austritt gestattet. Jener Werth von i, welcher diesen Ausdruck gleich 1 macht, gibt uns die Grenze, unter welche der Einfallswinkel nicht herabsinken darf; bei kleinerm i kann dann der Lichtstrahl nicht mehr aus dem Prisma austreten. Denn in dem Falle trifft der Strahl im Prisma die zweite Fläche unter dem Grenzwinkel. Da nun die Summe der beiden Winkel, welche der Strahl mit den Einfallslothen der beiden Prismenflächen bildet, immer gleich α ist,

so folgt, dass, wenn der Winkel i und mit ihm der erste Brechungswinkel kleiner wird, der Winkel, den der Strahl mit dem Einfallslothe der zweiten Fläche bildet, um ebensoviel grösser wird, also den Werth des Grenzwinkels übersteigt.

Wir erhalten also den Winkel i, der den Winkel, den der Strahl im Prisma mit dem Einfallslothe der zweiten Fläche bildet, zum Grenzwinkel macht, aus der Gleichung:

$$\sin\alpha \sqrt{n^2 - \sin^2 i} - \cos\alpha \,.\, \sin i = 1,$$

oder

$$\sin\alpha \sqrt{n^2 - \sin^2 i} = 1 + \cos\alpha \,.\, \sin i.$$

Daraus erhalten wir

$$\sin^2\alpha (n^2 - \sin^2 i) = 1 + 2\cos\alpha \,.\, \sin i + \cos^2\alpha \,.\, \sin^2 i,$$

$$n^2 \sin^2\alpha = 1 + 2\cos\alpha \,.\, \sin i + \sin^2 i.$$

Und setzen wir

$$1 = \cos^2\alpha + \sin^2\alpha,$$

$$(n^2 - 1)\sin^2\alpha = \cos^2\alpha + 2\cos\alpha \,.\, \sin i + \sin^2 i,$$

$$\sqrt{n^2 - 1} \,.\, \sin\alpha = \cos\alpha + \sin i,$$

oder schliesslich

$$\sin i = \sin\alpha \sqrt{n^2 - 1} - \cos\alpha.$$

Ist nun der brechende Winkel des Prismas gleich dem Grenzwinkel für die Substanz des Prismas, so wird

$$\sin\alpha = \frac{1}{n}$$

gleich dem Brechungsexponenten aus der Substanz des Prismas in Luft. In dem Falle wird

$$\sin i = \frac{1}{n} \sqrt{n^2 - 1} - \sqrt{1 - \sin^2\alpha}$$

$$\sin i = \frac{1}{n} \sqrt{n^2 - 1} - \frac{1}{n} \sqrt{n^2 - 1} = 0.$$

In dem Falle können also die Lichtstrahlen in dem Prisma keine totale Reflexion erleiden, da erst für den kleinsten Einfallswinkel, für die senkrechte Incidenz der Winkel an der zweiten Prismenfläche gleich dem Grenzwinkel wird. Wird aber α grösser als der Grenzwinkel, so wird der Werth für $\sin i$ grösser als 0. Ist z. B. der Winkel des Prismas gleich dem doppelten Grenzwinkel g, so ist

$$\sin\alpha = 2\sin g \,.\, \cos g = 2\,\frac{1}{n} \cdot \frac{1}{n} \sqrt{n^2 - 1},$$

$$\cos\alpha = \cos^2 g - \sin^2 g = 1 - 2\sin^2 g$$

und somit

$$\sin i = \frac{2}{n^2}(n^2 - 1) - 1 + \frac{2}{n^2} = 1.$$

Der Einfallswinkel, welcher den Winkel, den der Strahl mit dem zweiten Einfallsloth bildet, zum Grenzwinkel macht, ist gleich 90^0; es

kann also nur Licht durch das Prisma treten, welches die erste Fläche unter streifender Incidenz trifft, alle sonstigen Strahlen können zwar in das Prisma eintreten, werden aber an der zweiten Fläche total reflectirt. Wird der brechende Winkel noch grösser als der doppelte Grenzwinkel, so kann gar kein Licht mehr durch das Prisma hindurchtreten.

Nehmen wir z. B. ein rechtwinkliges gleichschenkliges Glasprisma, dessen Brechungsexponent für die mittlern Strahlen gleich 1,6 ist, so ist für Licht, welches durch die eine Kathetenfläche und die Hypothenusenfläche hindurchtreten soll, $\alpha = 45^0$. Wir erhalten demnach als Grenzwinkel $g = 38^0,66$ und für

$$\sin i = \sin 45^0 \sqrt{1,56} - \cos 45^0,$$

$$\sin i = \frac{1}{\sqrt{2}} (\sqrt{1,56} - 1) = \frac{0,249}{1,4142} = 0,1760,$$

$$i = 10^0\ 8'.$$

Lassen wir demnach einen Lichtstrahl senkrecht auf eine Kathetenfläche fallen, so wird er an der Hypothenusenfläche total reflectirt, und tritt dann aus der zweiten Kathetenfläche senkrecht wieder heraus. Wir erhalten daher durch diese Reflexion Bilder von allen Gegenständen, welche auf die Kathetenfläche Licht unter einem kleinern Winkel als $10^0\ 8'$ senden, so dass wir uns eines solchen Prismas als ebenen Spiegels bedienen können, der von den gewöhnlichen Spiegeln noch den Vorzug hat, dass die von ihm gelieferten Bilder viel lichtheller sind als die gewöhnlicher Spiegel. Lässt man auf die eine Kathetenfläche das Licht des Himmelsgewölbes fallen, so erscheint die Fläche beim Hinblick durch die andere Kathete in silberähnlichem Glanze. Durch diesen auffallenden Glanz kann man sehr leicht die totale Reflexion von der immer an der einen Seite eines Prismas eintretenden partiellen Reflexion unterscheiden.

Bestimmt man durch eine derartige Beobachtung den Winkel i, bei welchem sich zuerst dieser Glanz zeigt, so kann man aus diesem und dem brechenden Winkel leicht den Brechungsexponenten der Prismensubstanz für mittlere Strahlen bestimmen. Wollaston[1]) hat diese Methode fruchtbar angewandt, um auch die Brechungsexponenten anderer selbst undurchsichtiger Substanzen zu bestimmen. Das Princip der Wollaston'schen Methode ist einfach folgendes.

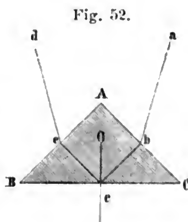
Sieht man auf ein Prisma *ABC* in der Richtung *ab* hin, so erhält man von den in der Richtung *cd* auffallenden Strahlen in Folge der Reflexion an *BC* ein Bild. Ist das Prisma gleichschenklich, so bildet, wie man unmittelbar sieht, die Richtung *ab* mit der zu *AC* senkrechten Richtung genau denselben Winkel als der einfallende Lichtstrahl *dc* mit sei-

---

[1]) Wollaston. Gilberts Annalen Bd. XXXI.

nem Einfallslothe. Aus der Bestimmung des Winkels *Aba* erhält man daher den Einfallswinkel i des Strahles *dc*. Sieht man nun in einer andern Richtung auf das Prisma, so ändert sich in ganz gleicher Weise die Richtung der einfallenden Strahlen, deren Bild man sieht, somit auch der Winkel *ceo*. Es wird *ceo* grösser, wenn der Einfallswinkel von *dc* kleiner, also *Acd* und *Aba* grösser werden, weil die Summe der beiden Winkel, welche *ce* mit den Einfallslothen von *AB* und *BC* bildet, immer gleich dem Winkel *B* ist. Wird nun der Winkel *ceo* gleich dem Grenzwinkel, so sieht man von a aus ganz plötzlich das Bild bei d um vieles heller werden, und die Gegenstände unterhalb *Bc*, welche man vorher noch sehen konnte, verschwinden. Misst man nun, sobald die Fläche *Bc* bei von dem hellen Himmel kommenden Lichte in jenem erwähnten Silberglanze erscheint, den Winkel *Aba*, so ist der Einfallswinkel

Fig. 52.



$$i = 90 - Aba$$

und unsere Formel

$$\sin i = \sin \alpha \sqrt{n^2 - 1} - \cos \alpha$$

gibt uns aus dem bekannten brechenden Winkel α in unserem Falle 45^0 den Werth für n, und daraus den Grenzwinkel *ceo*.

Wird nun ein Theil der untern Fläche *BC* des Prismas mit einem Körper in vollkommene Berührung gebracht, der einen Brechungsexponenten n' hat, der kleiner ist als n, aber grösser als der Brechungsexponent der Luft, so ist der Grenzwinkel g' der Totalreflexion beim Uebergange aus Glas in diese Substanz bestimmt durch

$$\sin g' = \frac{n'}{n},$$

derselbe ist also, da $n' > 1$, grösser als der Grenzwinkel beim Uebergange aus Glas in Luft. Sehen wir daher jetzt in der Richtung *ab* auf das Prisma, während in *dc* von dem hellen Himmel Licht auffällt, in derselben Richtung wie vorhin, so erscheint die Fläche *BC* ausser an der Stelle, wo sie mit dem angelegten Körper in Berührung ist, in jenem silberhellen Glanze, jene Stelle hebt sich also ganz scharf als die dunklere ab. Drehen wir jetzt aber das Prisma so, dass der Winkel *Aba* grösser, der Einfallswinkel i also kleiner wird, so wird der Winkel *ceo* grösser und wir werden dann bald zu einer solchen Stellung des Prismas gelangen, wo die Berührungsstelle der beiden Körper aufhört sichtbar zu sein, wo auch diese in Folge der totalen Reflexion in demselben Glanze erscheint als die übrige Fläche. Aus dem dann gemessenen Winkel *Aba* erhält man durch

$$i = 90^0 - Aba$$

dann den Winkel i, und aus

$$\sin i = \sin \alpha \sqrt{\left(\frac{n}{n'}\right)^2 - 1} - \cos \alpha$$

den Werth von $\frac{n}{n'}$ und daraus den Brechungsexponenten n' der an das Prisma gebrachten Substanz. Man kann in dem Falle n' auch so be stimmen, dass man aus i mit Hülfe des bekannten n den Brechungswinkel

$$r = 90^0 - Bce$$

berechnet, und dann, da

$$r + ceo = \alpha,$$
$$g' = ceo = \alpha - r$$

ist, direkt aus

$$\sin g' = \frac{n'}{n}$$

den Werth von n' berechnet.

Ist der zu untersuchende Körper fest und leichtflüssig, so bringt man ihn im geschmolzenen Zustande auf das Prisma und lässt ihn erkalten. Ist das nicht der Fall, so schleift man an ihn eine ebene Fläche und befestigt ihn mittels eines durchsichtigen Kittes an die Fläche BC, indem man zugleich die ganze Fläche BC mit diesem Kitte überzieht, und sie parallel zu BC abschleift. Der Brechungsexponent des Kittes muss grösser sein als der des Glases und der des Körpers. Man beobachtet in dem Falle zuerst die Grenze der totalen Reflexion an der untern Fläche des Kittes beim Uebergange des Lichtes in Luft und bestimmt daraus den Brechungsexponenten desselben, dann die beim Uebergange des Lichtes in den Körper und bestimmt dann aus dem so erhaltenen Verhältniss zwischen dem Brechungsexponenten des Kittes und des Körpers den gesuchten Brechungsexponenten des Körpers.

Wollaston hat auf diese Weise die Brechungsexponenten einer Anzahl von Körpern untersucht und bei dieser Gelegenheit gefunden, dass auch undurchsichtige Körper mit dem Prisma in vollkommene Berührung gebracht, den Winkel der totalen Reflexion ändern, und dass sich bei vielen dieser Körper ein ganz bestimmter Winkel der totalen Reflexion findet. Wir sind daher berechtigt, auch diesen Körpern einen bestimmten Brechungsexponenten zuzuschreiben, um so mehr als wir wissen, dass eine Reihe, ja fast alle durchsichtige Körper bei gehöriger Dünne durchsichtig werden.[1])

So bestimmte Wollaston z. B. die Brechungsexponenten folgender Körper:

[1]) Beer. Einleitung in die höhere Optik. p. 52 f.

Colophonium	$n =$	1,543
Pech	$n =$	1,531
Butter, kalte	$n =$	1,474
Spermaceti	$n =$	1,535
Talg, kalt	$n =$	1,492
Wachs	$n =$	1,542

Verschiedenheit der von verschiedenen Prismen erzeugten Spectra. 26
Wenn man durch Prismen ein und derselben Substanz aber von verschiedenem brechenden Winkel Sonnenspectra erzeugt, so haben dieselben eine verschiedene Grösse, indem die Ablenkung des Lichtes um so grösser wird, je grösser der brechende Winkel des Prismas wird. Da aber die Ablenkung der einzelnen farbigen Strahlen in demselben Verhältnisse zunimmt, so nimmt die Ausdehnung aller Farben in demselben Verhältnisse zu, als die des ganzen Spectrums; erhält dasselbe die doppelte oder dreifache Länge, so erhält auch jede Farbe die doppelte oder dreifache Ausdehnung. Die relative Lage der einzelnen Farben wird dadurch also gar nicht geändert.

Anders verhält es sich jedoch, wenn wir Prismen verschiedener Substanzen und gleicher brechenden Winkel anwenden. Bei diesen ist nicht nur die Ausdehnung des ganzen Spectrum eine verschiedene, sondern auch diejenige der einzelnen Farben, wie eine Betrachtung der in den frühern Paragraphen angegebenen Brechungsverhältnisse ergibt.

Nennen wir die Brechungsexponenten der äussersten rothen Strahlen oder derjenigen, welche der dunkeln Linie B entsprechen n_r und derjenigen, welche der im Violetten liegenden dunkeln Linie H entsprechen n_v, so werden wir die Differenz

$$n_v - n_r$$

als das Maass der durch ein Prisma einer bestimmten Substanz erzeugten Dispersion ansehen können. Denn die Ablenkung des Lichtes durch ein Prisma wird um so grösser, je grösser der Brechungsexponent der Prismensubstanz ist. Je grösser daher die Differenz $n_v - n_r$ ist, um so grösser wird auch die Differenz der Ablenkungen der rothen und violetten Strahlen, um so grösser die Länge des Spectrums.

Für die von Fraunhofer untersuchten Substanzen, welche wir zum grossen Theil in unsern frühern Tabellen aufgenommen haben, sind diese Differenzen[1]) folgende:

---

[1]) Fraunhofer. Denkschriften der Münchener Akademie auf die Jahre 1814 bis 1815. V. Band.

			Brechungsexponent von E.
Flintglas	No. 13	$n_v - n_r$ = 0,043313	1,642024
Crownglas	„ 9	„ „ „ 0,020734	1,533005
Wasser		„ „ „ 0,013242	1,337818
Kali		„ „ „ 0,016739	1,405632
Terpentinöl		„ „ „ 0,023378	1,478353
Flintglas	No. 3	„ „ „ 0,038331	1,614513
Flintglas	„ 30	„ „ „ 0,042502	1,637356
Crownglas	„ 13	„ „ „ 0,020372	1,531373
Crownglas	Lttr. M	„ „ „ 0,024696	1,563150
Flintglas	No. 23	„ „ „ 0,043116	1,640544

Bei gleichen brechenden Winkeln werden sich daher die Längen der von den verschiedenen Substanzen erzeugten Spectren verhalten nahezu wie diese Zahlen, oder ein Spectrum durch ein Prisma von Flintglas No. 13 erzeugt, wird ungefähr die doppelte Länge eines Spectrum haben, welches durch ein Prisma von Crownglas No. 9 erzeugt ist, und etwas mehr als die dreifache Länge eines Wasserspectrum bei gleichen brechenden Winkeln der Prismen.

Die Zerstreuungen des Lichtes durch die verschiedenen Substanzen stehen in keiner erkennbaren Beziehung zu der mittlern Brechung des Lichtes, das heisst, es ist keinesweges die Zerstreuung des Lichtes um so grösser, je grösser die mittlere Brechung desselben ist. Man kann als Maass der Brechung die Brechungsexponenten der mittlern Strahlen D oder E betrachten, und ein Blick auf die letzte Columne der obigen Tabelle zeigt, wie verschieden das Verhältniss der Zahlen der ersten Reihe und derjenigen der zweiten zu einander ist. So ist z. B. die Zerstreuung durch ein Prisma mit Terpentinöl grösser als durch Crownglas No. 9 und No. 13, dagegen ist der mittlere Brechungsexponent des Terpentinöles um vieles kleiner. Die Dispersionen von Flintglas 13 und Crownglas 9 verhalten sich fast wie 2 : 1, dagegen die mittlern Brechungsexponenten wie 164 : 153.

Bei gleicher Ablenkung der mittlern Strahlen wird daher die Länge der Spectra eine sehr verschiedene sein, bei gleicher Länge der Spectra dagegen die Ablenkung nicht dieselbe sein.

Bei gleicher Länge der ganzen Spectra ist die Ausdehnung der einzelnen Farben oder die Lage der gleichen Strahlen im Spectrum verschiedener Substanzen eine sehr verschiedene. So wie die Differenz der Brechungsexponenten der äussern Strahlen uns ein Maass gibt für die Länge des ganzen Spectrum bei Prismen gleicher brechender Winkel, so ist ebenso die Differenz der Brechungsexponenten zweier bestimmter Strahlen das Maass für den Abstand derselben im Spectrum.

Das Verhältniss der totalen Dispersionen gibt uns daher ein Bild der ganzen Spectra zweier Substanzen in ihrem Verhältniss zu einander, das

Verhältniss der partiellen Dispersionen dagegen die Lage der einzelnen Theile zu einander, die Ausdehnung der einzelnen Farben. Folgende von Fraunhofer entworfene Tabelle wird uns daher ein Bild der Verschiedenheiten in den Spectris verschiedener Substanzen liefern.

Tabelle des Verhältnisses der partiellen und totalen Dispersionen verschiedener Substanzen.

Brechende Mittel.	$\frac{H-B}{H'-B'}$	$\frac{C-B}{C'-B'}$	$\frac{D-C}{D'-C'}$	$\frac{E-D}{E'-D'}$	$\frac{F-E}{F'-E'}$	$\frac{G-F}{G'-F'}$	$\frac{H-G}{H'-G'}$
Flintglas No. 13 / Wasser	3,270	2,562	2,871	3,073	3,193	3,460	3,726
Flintglas No. 13 / Crownglas No. 9	2,088	1,900	1,956	2,044	2,047	2,145	2,195
Crownglas No. 9 / Wasser	1,565	1,349	1,468	1,503	1,560	1,613	1,697
Terpentinöl / Wasser	1,765	1,371	1,557	1,723	1,732	1,860	1,963
Flintglas No. 13 / Terpentinöl	1,857	1,868	1,844	1,783	1,843	1,861	1,899
Flintglas No. 13 / Kali	2,590	2,181	2,338	2,472	2,545	2,674	2,844
Kali / Wasser	1,254	1,175	1,228	1,243	1,254	1,294	1,310
Terpentinöl / Kali	1,397	1,167	1,268	1,386	1,381	1,437	1,498
Flintglas No. 3 / Crownglas No. 9	1,849	1,729	1,714	1,767	1,808	1,914	1,956
Crownglas No. 13 / Wasser	1,538	1,309	1,436	1,492	1,518	1,604	1,651
Crownglas M / Wasser	1,861	1,537	1,682	1,794	1,839	1,956	2,052
Crownglas M / Crownglas No. 13	1,212	1,174	1,171	1,202	1,211	1,220	1,243
Flintglas No. 13 / Crownglas M	1,794	1,667	1,701	1,715	1,737	1,770	1,816
Flintglas No. 3 / Crownglas M	1,552	1,517	1,494	1,482	1,534	1,579	1,618
Flintglas No. 30 / Crownglas No. 13	2,086	1,932	1,901	1,997	2,061	2,143	2,233
Flintglas No. 23 / Crownglas No. 13	2,116	1,904	1,940	2,022	2,107	2,168	2,268

Die erste Columne der Zahlen zeigt, wie viel grösser die totale Dispersion der ersten von den beiden verglichenen Substanzen ist, z. B. also nahezu um wie viel länger bei gleichem brechenden Winkel das Flint-

glasspectrum als das Wasserspectrum ist, die folgenden Columnen vergleichen die Ausdehnungen der einzelnen Farben, und man sieht, wie die Längen dieser in ganz verschiedenem Verhältnisse stehen.

Die Länge des rothen z. B. ist bei Flintglas nur das zwei- und ein halbfache desjenigen des Rothen im Wasserspectrum, die des Violetten fast das vierfache. Im allgemeinen ist bei zwei verschiedenen Substanzen das Verhältniss der Dispersionen der stärker brechbaren Strahlen auch das grössere, das heisst bei zwei verschiedenen Spectris ist der Unterschied in der Ausdehnung der Farben um so grösser, je näher die Farbe dem violetten Ende des Spectrums ist, jedoch ausschliesslich lässt der Satz sich auch nicht aufstellen, indem z. B. bei Flintglas 13 und Terpentinöl die Länge der Spectra sich verhält wie 1,857 : 1, die Ausdehnung der rothen im ersten zu der im zweiten Spectrum ist 1,868 : 1, die des grünen nur 1,783 : 1.

Es lässt sich also auch hier gar keine Beziehung zwischen dem Verhältniss der partiellen und totalen Dispersionen der verschiedenen Substanzen erkennen.

Vergleichen wir nun zwei Spectra, deren eines durch ein Flintglasprisma erzeugt ist, während das andere von einem Wasserprisma herrührt, welches mit dem ersten den gleichen brechenden Winkel hat, so ist zunächst das Wasserspectrum bedeutend weniger abgelenkt als das Flintglasspectrum, ferner ist ersteres nahezu dreimal länger, das Roth hat jedoch nur eine 2,5 mal grössere Ausdehnung, das Gelb eine 2,8 mal grössere und das Violett eine nahezu viermal grössere Ausdehnung als das des Wasserspectrum. Vergrössern wir den brechenden Winkel des Wasserprisma so weit, dass die Spectra gleiche Grösse haben, so ist das Wasserspectrum viel weiter abgelenkt, und die Farben haben eine keineswegs gleiche Ausdehnung. Im Wasserspectrum ist Roth, Orange, Gelb, Grün weit ausgedehnter als im Flintglasspectrum, die Ausdehnung des Blauen ist in beiden nahezu gleich, das Violett dagegen ist im Wasserspectrum weit kürzer als in dem des Flintglases.

27 **Von der Achromasie.** Wenn das Licht durch ein Prisma oder überhaupt durch eine durchsichtige Substanz mit nicht parallelen Seitenflächen hindurchtritt, so wird es nicht nur von seiner Bahn abgelenkt, sondern im allgemeinen auch, wenn es nicht einfarbig homogen war; in seine farbigen Bestandtheile zerlegt. Man kann jedoch auch Prismen construiren, bei denen eine Ablenkung des Lichtes eintritt, ohne dass dabei eine merkliche Farbenzerstreuung sich zeigt. Solche Prismen nennt man achromatische. Abgesehen von Prismen, welche aus Gasen bestehen, bei welchen eine Dispersion überhaupt nicht eintritt, die Ablenkung der Strahlen aber auch nur unbedeutend ist, können Prismen nur dann achromatisch sein, wenn sie zusammengesetzt sind, wenn sie aus zweien be-

stehen, deren zweites die durch das erste hervorgebrachte Dispersion wieder aufhebt. Daraus ergibt sich dann zunächst für die Construction derartiger Apparate, dass die brechende Kante des zweiten Prisma die entgegengesetzte Lage haben muss, als diejenige des ersten Prisma, dass sie oben sein muss, wenn diejenige des ersten Prisma unten ist, rechts gestellt, wenn jene nach links gerichtet ist, gerade so, wie wir in §. 18 zwei Prismen gleicher Substanz und gleichen brechenden Winkels zusammenstellen mussten, um aus dem farbigen Lichte das weisse wieder herzustellen.

Wenn aber nun bei Aufhebung der Dispersion die Ablenkung der Strahlen nicht zugleich Null werden soll, so sieht man ferner unmittelbar, dass die Prismen so beschaffen sein müssen, dass sie Spectra von gleicher Grösse geben müssen bei verschiedener Ablenkung derselben. Man wird also zwei Substanzen wählen müssen, welche bei nahe gleichem mittleren Brechungsvermögen eine sehr verschiedene zerstreuende Kraft haben. Indem man dann den brechenden Winkel des Prismas mit kleinerer zerstreuender Kraft so viel vergrössert, dass das von ihm erzeugte Spectrum dem des andern Prismas an Grösse gleich wird, vereinigt das zweite Prisma die divergirenden farbigen Strahlen, ohne jedoch die Ablenkung aufzuheben, welche die Strahlen durch das erste Prisma erfahren haben.

So ist z. B. die Differenz der Brechungsexponenten für rothe und violette Strahlen bei Flintglas No. 13 gleich 0,0433, bei Crownglas No. 9 dagegen 0,0207, die beiden Brechungsexponenten für mittlere Strahlen sind aber respective 1,6420 und 1,5330. Stellen wir nun aus jeder der Substanzen Prismen her, deren brechende Winkel sich nahezu umgekehrt verhalten wie die Zahlen, welche uns die zerstreuenden Kräfte repräsentiren, also ein Flintglasprisma von 20^0 und ein Crownglasprisma von *cca* 45^0, so werden die von beiden Prismen erzeugten Spectra die gleiche Grösse haben.

Da aber die Brechungsexponenten der beiden Substanzen sich wie 164 : 153 verhalten, so ist die Ablenkung des Crownglas-Spectrums, da die Ablenkung mit dem brechenden Winkel zunimmt um vieles grösser. Wenn wir nun die beiden Prismen in der angegebenen Weise zusammenfügen, so wird durch das Flintglasprisma ein Theil der Ablenkung der Strahlen aufgehoben, indem dieselben nach entgegengesetzter Richtung abgelenkt werden; bei der Verschiedenheit der brechenden Winkel bleibt indess eine Ablenkung der mittlern Strahlen im Sinne des Crownglasprismas von *cca* 15^0 übrig. Die Brechung der violetten Strahlen im Flintglasprisma ist aber gerade so viel grösser, wie die der rothen Strahlen, als sie es vorher im Crownglasprisma war, und deshalb werden durch die entgegengesetzte Brechung in dem zweiten Prisma die austretenden

Strahlen wiederum parallel und ungefähr 15^0 von ihrer ursprünglichen Richtung abgelenkt. Eine so dargestellte Combination von Flintglas und Crownglas ist demnach ein achromatisches Prisma.

Um genau das Verhältniss der brechenden Winkel einer achromatischen Combination sowie die übrig bleibende Ablenkung zu erhalten, haben wir nur die frühern Sätze über Brechung des Lichtes in Prismen anzuwenden.

Wir hatten früher für die Ablenkung δ eines Lichtstrahls, welcher unter dem Einfallswinkel i ein Prisma von dem brechenden Winkel α traf,

$$\delta = i + i' - \alpha,$$

worin i' den Winkel bedeutet, welchen der austretende Lichtstrahl mit dem Einfallslothe der zweiten Prismenfläche bildet, und der bestimmt ist durch die Gleichung

$$\sin i' = \sin \alpha \, . \sqrt{n^2 - \sin^2 i} - \cos \alpha \, . \sin i,$$

worin n der Brechungsexponent des Prismas für den eintretenden Lichtstrahl bedeutet.

Bezeichnen wir nun mit Δ_r die Ablenkung, welche die rothen mit Δ_v, diejenige, welche die violetten Strahlen durch das combinirte Prisma erfahren, so ist die Bedingung der Achromasie, dass

$$\Delta_v - \Delta_r = 0$$

oder

$$\Delta_v = \Delta_r .$$

Die Ablenkung der rothen Strahlen muss gleich sein derjenigen der violetten.

Da nun alle Strahlen die erste Seite des ersten Prismas unter demselben Winkel treffen, so wird dieser Bedingung genügt, wenn die rothen und violetten Strahlen die letzte Fläche unter demselben Winkel verlassen. Bezeichnen wir die Winkel der austretenden rothen und violetten Strahlen mit dem Einfallsloth nun resp. mit $i_{,r}$ und $i_{,v}$, so muss

$$i_{,r} = i_{,v}$$

oder $\sin i_{,r} = \sin i_{,v}$ sein.

Wir nehmen nun an, dass die erste Seite des zweiten Prismas der zweiten des ersten parallel sei, die rothen oder violetten Strahlen treten dann unter denselben Einfallswinkeln i'_r oder i'_v in das zweite Prisma, unter welchen sie das erste verlassen.

Sind dann n_r, n_v die Brechungsexponenten der rothen und violetten Strahlen im ersten, $n_{,r}$, $n_{,v}$ die derselben Strahlen im zweiten Prisma und α' der brechende Winkel des letztern, so haben wir

$$\sin i_{,v} = \sin \alpha' \sqrt{n_{,v}^2 - \sin^2 i'_v} - \cos \alpha' \, . \sin i'_v$$
$$\sin i_{,r} = \sin \alpha' \sqrt{n_{,r}^2 - \sin^2 i'_r} - \cos \alpha' \, . \sin i'_r .$$

Es muss demnach

$$\sin\alpha' . \sqrt{n_{,}{}^2_v - \sin^2 i'_v} - \cos\alpha' . \sin i'_v = \sin\alpha' \sqrt{n_{,}{}^2_r - \sin^2 i'_r} - \cos\alpha' . \sin i'_r$$

oder

$$\tang\alpha' \; \{\sqrt{n_{,}{}^2_v - \sin^2 i'_v} - \sqrt{n_{,}{}^2_r - \sin^2 i'_r}\} = \sin i'_v - \sin i'_r,$$

und indem wir für die Glieder der rechten Seite ihre Werthe durch n_r, n_v, α und i einsetzen

$$\tang\alpha' \{\sqrt{n_{,}{}^2_v - \sin^2 i'_v} - \sqrt{n_{,}{}^2_r - \sin^2 i'_r}\} = \sin\alpha \{\sqrt{n^2_v - \sin^2 i} - \sqrt{n^2_r - \sin^2 i}\}$$

und daraus

$$\tang\alpha' = \sin\alpha \frac{\sqrt{n^2_v - \sin^2 i} - \sqrt{n^2_r - \sin^2 i}}{\sqrt{n_{,}{}^2_v - \sin^2 i'_v} - \sqrt{n_{,}{}^2_r - \sin^2 i'_r}}$$

Nehmen wir also z. B. ein Crownglasprisma No. 9, dessen brechender Winkel gleich 60° ist und berechnen den brechenden Winkel eines Prisma von Flintglas No. 13, welches mit dem ersten zusammen eine achromatische Combination bildet; und nehmen wir dabei an, dass die Lichtstrahlen so auffallen, dass die Strahlen mittlerer Brechbarkeit im Crownglasprisma das Minimum der Ablenkung erhalten würden, also $i = 50^0$.

Für Crownglas No. 9 ist

$$n_v = 1,5465$$
$$n_r = 1,5258$$

Für Flintglas No 13

$$n_{,v} = 1,6710$$
$$n_{,r} = 1,6277$$

Setzen wir diese Werthe in unseren Ausdruck für tang α' ein, so wird

$$\tang\alpha' = \sin 60^0 \frac{0,02383}{0,03680} = \frac{0,02064}{0,03680}$$
$$\tang\alpha' = 0,56087 = \tang 29^0\ 17'.$$

Fügen wir demnach dem Crownglasprisma von 60° brechendem Winkel ein Flintglasprisma hinzu, dessen brechender Winkel gleich 29° 17′ ist, so dass die brechende Kante des letztern Prismas umgekehrt liegt als diejenige des erstern, so werden die das erste Prisma unter einem Einfallswinkel von 50° treffenden Lichtstrahlen diese Combination durchsetzen, ohne dass sie bei der Ablenkung in ein Spectrum zerlegt werden.

Die Grösse der bleibenden Ablenkung erhalten wir aus Δ_v oder Δ_r, nachdem wir den Winkel $i_{,v}$ oder $i_{,r}$ mit Hülfe des gefundenen Werthes von α' berechnet haben. Wir erhalten in diesem Falle für $i_{,v}$

$$\sin i_{,v} = -0,35740 = \sin - 20^0\ 56'.$$

Das negative Vorzeichen von $i_{,v}$ bedeutet, dass der Lichtstrahl an der entgegengesetzten Seite des Einfallslothes in Bezug auf die brechende

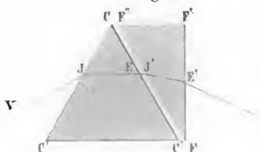


Fig. 53.

Kante des zweiten Prismas liegt als der einfallende Lichtstrahl. Der Winkel, den der austretende Lichtstrahl mit dem Einfallslothe der zweiten Prismenfläche bildet, ist positiv gerechnet, wenn der Lichtstrahl von der brechenden Kante fortgebrochen wird, er muss daher das negative Vorzeichen erhalten, wenn er zur brechenden Kante hingebrochen wird. Fig. 53 stellt den hier berechneten Fall dar.

Mit diesem Werthe von $i_{,v}$ erhalten wir

$$\varDelta_v = 50^0 + 20^0\ 56' - 60^0 + 29^0\ 17' = 40^0\ 13'.$$

Aus unserer Rechnung ergibt sich, dass diese Combination nur achromatisch ist für die unter dem bestimmten Winkel i auf die Vorderfläche CC' des Prismas $CC'C''$ auffallenden Strahlen; ist der Einfallswinkel ein anderer, so wird der Winkel α' ein anderer, oder man muss die Stellung des zweiten Prismas so abändern, dass auch dann die rothen und violetten Strahlen unter denselben Winkeln die Fläche FF'' des zweiten Prismas treffen, also den Parallelismus der Flächen CC'' und FF'' schwinden lassen. In allen Fällen aber, das heisst für jeden Einfallswinkel i wird jedoch die Zerstreuung durch eine solche Combination vermindert.

Für den angenommenen Einfallswinkel i ist die Farbenzerstreuung durch unsere Combination am kleinsten, vollständig ist sie jedoch auch dort nicht aufgehoben.

Der Winkel α' des Flintglasprismas ist so berechnet, dass die Ausdehnung beider Spectra genau dieselbe ist, so dass bei der entgegengesetzten Brechung im zweiten Prisma die rothen und violetten Strahlen parallel austreten. Sollten nun auch alle übrigen Strahlen mit diesen parallel austreten, so müsste die relative Lage aller Farben in den beiden Spectris dieselbe, das heisst die durch die beiden Prismen erzeugten Spectra müssten identisch sein. Im vorigen Paragraphen sahen wir jedoch, dass das nicht der Fall ist, dass das Verhältniss der Ausdehnung der einzelnen Farben in den Spectris sehr verschieden von einander und vom Verhältniss der beiden Spectra selbst ist. Das Grün z. B. liegt im Crownglas-Spectrum dem violetten Ende näher als im Flintglasspectrum. Wenn daher das zweite Prisma das violette Licht dem rothen parallel austreten lässt, so wird das grüne dem rothen noch nicht parallel werden, die durch ein solches Prisma hindurchgehenden Strahlen werden daher noch ein schwaches rothgrünes Spectrum liefern.

Mit Hülfe eines oder mehrerer zu dieser Combination hinzugefügten Prismen würde man nun auch diese secundären Farbenerscheinungen zum Verschwinden bringen können, und man sieht leicht, dass es für jede Fraunhofer'sche Linie im Spectrum, um sie mit B und H, welche durch die

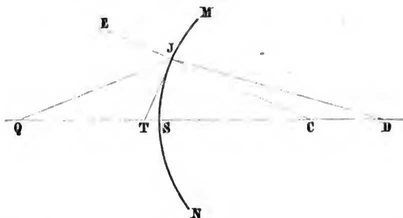
einfache Combination zusammentreffen, coincidiren zu lassen, eines neuen Prismas bedarf. Indess finden die complicirteren Prismen nur äusserst selten Anwendung, so dass es überflüssig sein wird, sie zu berechnen, besonders da die Rechnung sich von obiger nicht wesentlich unterscheidet.

Brechung des Lichtes durch krumme Flächen. Das Gesetz, nach 28
welchem die Lichtstrahlen beim Uebergange aus einem Mittel in ein zweites gebrochen werden, ist unabhängig von der Form der Begrenzung der Mittel. Auch für krumme Flächen gilt daher dasselbe Gesetz, dass die gebrochenen Lichtstrahlen mit den einfallenden in derselben Ebene liegen, und dass der Quotient aus dem Sinus des Einfalls und Brechungswinkels eine constante Grösse, der Brechungsexponent des Mittels, sein muss. Wenn man daher bei Mitteln, welche von krummen Flächen begrenzt sind, den Brechungsexponenten des Mittels und den Einfallswinkel des Lichtes kennt, so lässt sich auch hier sofort der Gang des gebrochenen Lichtes bestimmen. Wie aber bei der Reflexion, so wird auch hier die Bestimmung der gebrochenen Lichtstrahlen complicirter als bei ebenen Flächen, indem die Einfallslothe für die verschiedenen Punkte der Fläche nicht einander parallel sind, sondern an den verschiedenen Punkten verschiedene Richtungen haben, welche durch die Natur der krummen Fläche bestimmt sind. Es ist daher um den Gang der in krummen Flächen gebrochenen Lichtstrahlen zu bestimmen, nothwendig, das Krümmungsgesetz der Flächen zu kennen.

Bei der Behandlung dieser mehr in das Gebiet der Geometrie als der Physik fallenden Aufgabe wollen wir uns auf einen speciellen Fall beschränken, der allein für uns von Interesse ist, auf die Brechung des Lichtes durch kugelförmige Flächen.

Sei zu dem Ende MN der Durchschnitt durch eine kugelförmige Fläche, deren Mittelpunkt in C liegt, auf welche ein leuchtender Punkt Q

Fig. 54.



seine Strahlen sendet, und suchen wir die Richtung zu bestimmen, nach welcher irgend ein Strahl QJ, der den Durchschnitt MN in J trifft, gebrochen wird. Wir werden dieselbe durch den Abstand SD bestimmt

haben, in welchem der gebrochene Strahl die passend verlängerte Verbindungslinie QC des leuchtenden Punktes mit dem Mittelpunkt der Kugel auf alle Fälle schneiden wird.

Bezeichnen wir nun den Einfallswinkel QJE mit i, und den Brechungswinkel CJD mit i', den Brechungsexponenten aus dem ersten vor MN liegenden Mittel, aus welchem das Licht kommt, in das zweite mit n, so haben wir

$$\frac{\sin i}{\sin i'} = n.$$

Nach dem Satze der Trigonometrie, dass sich in einem Dreiecke zwei Seiten verhalten wie die Sinus der Gegenwinkel, ist dann weiter

$$\frac{QC}{CJ} = \frac{\sin QJC}{\sin JQD} = \frac{\sin EJQ}{\sin JQD}$$

und ebenso

$$\frac{CD}{CJ} = \frac{\sin CJD}{\sin CDJ}$$

und durch Division der beiden letzten Gleichungen

$$\frac{QC}{CD} = \frac{\sin EJQ}{\sin JQD} \cdot \frac{\sin CDJ}{\sin CJD} = \frac{\sin i}{\sin i'} \cdot \frac{\sin CDJ}{\sin JQD}.$$

Nun ist weiter

$$\frac{\sin CDJ}{\sin JQD} = \frac{QJ}{JD}$$

und somit

$$\frac{QC}{CD} = n\,\frac{QJ}{JD}.$$

Wir erhalten daraus

$$CD = \frac{JD \,.\, QC}{n \,.\, QJ}$$

und folglich

$$SD = SC + \frac{JD \,.\, QC}{n \,.\, QJ}.$$

Man sieht demnach, der Werth von SD hängt, ausser von dem Radius der Kugel, ab von der Lage des leuchtenden Punktes und der des Punktes J, wo der Strahl die Fläche trifft. Bei constantem Abstande des leuchtenden Punktes ist er daher für alle Strahlen derselbe, für welche J dieselbe Lage hat. Lassen wir daher die Figur 54 um QD als Axe sich drehen, so wird der Punkt J einen Ring beschreiben, und alle diesen Ring treffenden Strahlen werden nach der Brechung die Axe in D schneiden. Man nennt daher D den Brennpunkt dieses Ringes. Die Brennpunkte der verschiedenen Ringe aber, welche der Punkt J in andern Lagen beschreibt, werden verschieden weit von S entfernt sein.

Beschränken wir uns aber auch hier wieder nur auf solche Strahlen, welche sehr nahe bei S auftreffen, so werden wir für diese Strahlen ohne merklichen Fehler setzen können

$$QJ = QS \text{ und } JD = SD,$$

demnach

$$\frac{QC}{CD} = n\,\frac{QS}{SD}.$$

Nennen wir jetzt den Abstand des leuchtenden Punktes von S a, den Abstand SD des Punktes, in welchem der gebrochene Lichtstrahl die Axe schneidet vom Scheitel f, und den Radius der Kugelfläche r, so erhalten wir

$$\frac{a + r}{f - r} = n\,\frac{a}{f},$$

woraus durch einfache Umformung sich ergibt

$$f = \frac{nar}{na - a - r} \quad \ldots . \;(1).$$

Diese Ableitung gilt zunächst nur für kugelförmige Flächen, welche dem Lichtstrahle ihre convexe Seite darbieten, indess folgt aus dem Reciprocitätsgesetze, dass wenn D der leuchtende Punkt und DJ der aus dem zweiten Mittel in das erste einfallende Lichtstrahl ist, dass dann JQ der gebrochene Lichtstrahl ist. Die von D ausgehenden Centralstrahlen werden daher ebenso in Q ihren Brennpunkt haben, wie die von Q ausgehenden ihn in D haben. Um daher den Brennpunkt zu erhalten für den Fall, dass auf die concave Seite der Kugelfläche das Licht auffällt, haben wir in unserem obigen Ausdrucke a und f mit einander zu vertauschen, indem dann SD der Abstand des leuchtenden und QS der des Brennpunktes vom Scheitel ist, und anstatt

$$\frac{\sin i}{\sin i'} = n$$

einzusetzen

$$\frac{\sin i'}{\sin i} = n,$$

da wir den Brechungsexponenten des Mittels, in welches das Licht eintritt, mit n bezeichneten, und jetzt i' der Einfallswinkel und i der Brechungswinkel ist. Demnach erhalten wir

$$a = \frac{fr}{f - nf - nr}$$

oder

$$f = \frac{nar}{a - na - r} = \frac{-nar}{na - a + r}.$$

Dieser Ausdruck unterscheidet sich von dem vorigen nur dadurch, dass hier r, der Radius der Fläche, das entgegengesetzte Vorzeichen hat. Wir können daher den vorher entwickelten Ausdruck

$$f = \frac{nar}{na - a - r}$$

als den für alle Fälle gültigen betrachten, indem wir das Vorzeichen von r unbestimmt lassen und bemerken, dass dasselbe positiv ist, wenn die Fläche dem ankommenden Lichtstrahl die convexe, negativ jedoch,

wenn sie demselben die concave Seite darbietet. Das gleiche gilt für alle aus diesem abgeleitete Ausdrücke.

Unser Ausdruck wird bequemer, wenn wir anstatt des Werthes seinen reciproken Werth einführen, es wird dann

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{r} - \frac{1}{nr} - \frac{1}{na}$$

oder

$$\frac{n}{f} + \frac{1}{a} = \frac{n-1}{r} \quad \ldots \quad (2).$$

Bezeichnen wir den Abstand f, wenn der Abstand a unendlich wird, also die Brennweite paralleler Strahlen mit F, so wird, da dann

$$\frac{1}{a} = o$$

$$\frac{n}{F} = \frac{n-1}{r}$$

$$F = \frac{nr}{n-1}$$

und setzen wir diesen Werth von F in die allgemeine Gleichung 2, so wird dieselbe

$$\frac{n}{f} + \frac{1}{a} = \frac{n}{F} \quad \ldots \quad (3).$$

Bezeichnen wir ferner den Abstand des leuchtenden Punktes, für welchen der Brennpunkt unendlich weit entfernt ist, mit A, so haben wir

$$\frac{1}{A} = \frac{n-1}{r}$$

$$A = \frac{r}{n-1}; \quad F = nA$$

und mit Hülfe dieser Ausdrücke wird die Gleichung (2)

$$\frac{n}{f} + \frac{1}{a} = \frac{1}{A}$$

$$\frac{nA}{f} + \frac{A}{a} = 1 = \frac{F}{f} + \frac{A}{a} \quad \ldots \quad (4).$$

Und daraus erhalten wir für f den Ausdruck

$$f = \frac{aF}{a-A} \quad \ldots \quad (5).$$

Die verschiedenen Ausdrücke für den Abstand des Brennpunktes von dem Scheitel der brechenden Fläche sind je nach den verschiedenen Grössen, welche in Bezug auf dieselbe gegeben sind, bald der eine, bald der andere bequemer anzuwenden.

Ganz analoge Ausdrücke erhalten wir für den Abstand des Brennpunktes vom Mittelpunkte der brechenden Fläche. Bezeichnen wir den Abstand des leuchtenden Punktes von dem Mittelpunkte C mit b, und den des Brennpunktes mit g, so können wir den vorhin abgeleiteten Ausdruck

$$\frac{QC}{CD} = n\,\frac{QS}{SD}$$

schreiben

$$\frac{b}{g} = n\,\frac{b - r}{g + r},$$

woraus

$$g = \frac{br}{(n - 1)b - nr} \;\ldots\ldots (1a)$$

und

$$\frac{1}{g} + \frac{n}{b} = \frac{n - 1}{r} \;\ldots\ldots (2a).$$

Bezeichnen wir nun wieder den Abstand des Brennpunktes vom Mittelpunkte, wenn b unendlich gross ist, also parallele Strahlen auf die brechende Fläche fallen, mit G, so wird, da dann

$$\frac{n}{b} = 0$$

$$\frac{1}{G} = \frac{n - 1}{r},\quad G = \frac{r}{n - 1}$$

und

$$\frac{1}{g} + \frac{n}{b} = \frac{1}{G} \;\ldots\ldots (3a).$$

Bezeichnen wir schliesslich den Abstand des leuchtenden Punktes, für welchen g unendlich gross wird, also die gebrochenen Strahlen parallel werden, mit B, so ist

$$\frac{n}{B} = \frac{n - 1}{r}$$

$$B = \frac{nr}{n - 1},\quad B = nG.$$

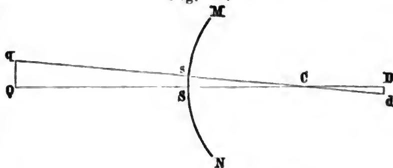
Daraus erhalten wir gerade wie vorhin

$$\frac{G}{g} + \frac{B}{b} = 1 \;\ldots\ldots (4a)$$

$$g = \frac{b \,.\, G}{b - B} \;\ldots\ldots (5a).$$

Unsere Entwicklung gilt zunächst nur für leuchtende Punkte, welche in der Axe der brechenden Fläche liegen, indess ist sie sofort auch auf solche Punkte zu übertragen, welche ausserhalb derselben in nicht grosser Entfernung von ihr liegen. Ist q (Fig. 55) ein solcher Punkt, dessen Verbindungslinie mit dem Mittelpunkte C, qC mit der Hauptaxe QC nur einen kleinen Winkel bildet, so ist qC ebenso die Axe des von q auf die brechende Fläche fallenden Strahlenkegels, wie es QC

Fig. 55.



für den Punkt Q ist. Wenn wir uns daher wie vorhin nur auf die Strahlen beschränken, welche in der Nähe des Scheitels s die brechende Fläche treffen, so gelten die vorhin für den Punkt Q und die Axe QC abgeleiteten Sätze unmittelbar auch für den Punkt q in Bezug auf die Nebenaxe qC. Der dem Punkte q zugehörige Brennpunkt wird daher auf der Axe qC liegen in einem Abstande sd vom Scheitel, der uns gegeben wird durch

$$sd = \frac{n \cdot sq \cdot r}{(n-1)\, sq - r},$$

oder nach Gleichung 3

$$\frac{n}{sd} + \frac{1}{sq} = \frac{n}{F},$$

worin F denselben Werth wie vorhin hat, nämlich

$$F = \frac{nr}{n-1}.$$

Mit Hülfe unseres Ausdruckes für den Abstand des Brennpunktes vom Mittelpunkte können wir nun einen wichtigen Satz ableiten über die Lage des Brennpunktes d für ausser der Axe liegende leuchtende Punkte. Nach Gleichung (4a) haben wir für den Abstand Cd des Brennpunktes vom Mittelpunkte

$$\frac{G}{Cd} + \frac{B}{Cq} = 1,$$

worin G und B genau dieselben Werthe haben wie für leuchtende Punkte, die auf der Axe liegen, nämlich

$$G = \frac{r}{n-1}; \quad B = \frac{nr}{n-1}.$$

Lassen wir nun von q eine Senkrechte qQ auf die Hauptaxe herab, und ebenso von d die senkrechte dD, so haben wir bekanntlich, da QC und qC sich in C schneiden, wenn wir den Winkel qCQ mit α bezeichnen,

$$qC = \frac{QC}{\cos\alpha}; \quad Cd = \frac{CD}{\cos\alpha}$$

und setzen wir diese Ausdrücke in unsere Gleichung ein

$$\frac{G}{CD} + \frac{B}{QC} = \frac{1}{\cos\alpha}.$$

Bezeichnen wir nun den Abstand QC mit b, so erhalten wir für den Brennpunkt eines in Q befindlichen leuchtenden Punktes nach (4a)

$$\frac{G}{g} + \frac{B}{b} = 1.$$

Da wir nun vorausgesetzt haben, dass der Punkt q sehr nahe bei Q liegt, so ist der Winkel α sehr klein und daher $\cos\alpha$ nur sehr wenig von 1 verschieden. Unter der Voraussetzung ist daher

$$\frac{G}{CD} + \frac{B}{b} = \frac{G}{g} + \frac{B}{b}$$

oder

$$CD = g,$$

das heisst, der Fusspunkt der von dem Brennpunkt d auf die Hauptaxe herabgelassenen Senkrechten schneidet die Hauptaxe in dem Punkte, welcher der Brennpunkt ist des Punktes, in welchem das von dem leuchtenden Punkte auf die Hauptaxe herabgelassene Loth die Hauptaxe schneidet.

Daraus folgt dann unmittelbar, dass eine zur Hauptaxe senkrechte leuchtende Linie als Bild ebenfalls eine zur Hauptaxe senkrechte Linie hat, welche dort liegt, wo der Brennpunkt des in der Hauptaxe liegenden Punktes jener Linie sich befindet. Dasselbe gilt dann auch unmittelbar von einer leuchtenden, in Q befindlichen, zur Hauptaxe senkrechten Ebene.

Eine kugelförmige brechende Fläche entwirft daher von einer leuchtenden Ebene ein Bild, welches man durch eine einfache Construction leicht erhalten kann. Man legt durch den Brennpunkt des in der Hauptaxe liegenden Punktes jener Ebene eine zur Hauptaxe senkrechte Ebene, zieht für alle Punkte der leuchtenden Ebene die Nebenaxen und verlängert dieselben bis sie die durch den ersten Brennpunkt gelegte Ebene treffen. Die letztern Punkte sind die Bildpunkte der erstern.

Daraus folgt dann, dass die durch derartige Flächen entworfenen Bilder den Gegenständen selbst ähnlich sind.

Auch die Grösse der Bilder ist durch diesen Satz gegeben, alle Dimensionen des Bildes und Gegenstandes verhalten sich zu einander wie die Abstände der Ebenen, in welchen sie sich befinden vom Mittelpunkte C. Denn wir haben

$$Dd : Qq = CD : CQ = g : b$$

und daher auch nach Gleichung 5,

$$\frac{Dd}{Qq} = \frac{G}{b - B} = \frac{g - G}{B}$$

oder auch da

$$G = A, \quad B = F,$$

$$\frac{Dd}{Qq} = \frac{A}{b - F} = \frac{g - A}{F},$$

oder auch da

$$b = a + r; \quad A = F - r; \quad g = f - r,$$

$$\frac{Dd}{Qq} = \frac{A}{a - A} = \frac{f - F}{F} = \frac{r}{(n-1)a - r} \quad \ldots \text{(I)}.$$

Ein Ausdruck, welcher die Grösse des Bildes aus der Grösse des Gegenstandes, seinem Abstande von der brechenden Fläche oder der diesem entsprechenden Brennweite und der Hauptbrennweite zu berechnen gestattet.

Das Bild kann nun ein reelles oder virtuelles sein, jenachdem der Brennpunkt des auf der Axe liegenden Punktes ein reeller oder virtuel-

ler ist. Ist die brechende Fläche convex, und n grösser als 1, so haben wir

$$\frac{1}{f} = \frac{n-1}{r} - \frac{1}{na}.$$

Der Werth von f ist im allgemeinen positiv, der Brennpunkt des in der Axe liegenden leuchtenden Punktes liegt auf der andern Seite der brechenden Fläche als der leuchtende Punkt, die Strahlen schneiden sich dort wirklich, der Brennpunkt ist ein reeller.

Ist die brechende Fläche concav, so ist

$$\frac{1}{f} = -\frac{n-1}{r} - \frac{1}{na}.$$

In diesem Falle ist der Brennpunkt im allgemeinen ein virtueller, er liegt, da der Werth von f negativ ist, auf derselben Seite der brechenden Fläche mit dem leuchtenden Punkte, die Strahlen divergiren nach der Brechung so, als kämen sie von einem Punkte vor der Fläche, der jedoch ein anderer ist als der leuchtende Punkt.

Convexe brechende Flächen geben daher im allgemeinen reelle, concave dagegen virtuelle Bilder, wenn der Brechungsexponent des Mittels, in welches das Licht eintritt, grösser ist als 1. Ist der Brechungsexponent kleiner als 1, so ist nach unseren Formeln das umgekehrte der Fall, und da dann das Licht vom Einfallslothe fortgebrochen wird, so zeigt eine der Fig. 50 analoge Construction dieses unmittelbar.

Auch wenn $n > 1$ ist, kann letzteres der Fall sein, und zwar da

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{F} - \frac{1}{na},$$

tritt es ein, wenn

$$na < F,$$

da dann

$$\frac{1}{na} > \frac{1}{F}$$

und somit f negativ wird. Welchen Werth dann a haben muss, das hängt, wie man sieht, wesentlich von dem Werthe des Brechungsexponenten n ab.[1])

29 **Brechung in einem Systeme kugelicher Flächen.** In den seltensten Fällen hat man den Gang der Lichtstrahlen nur durch eine brechende Fläche zu verfolgen, indem bei allen optischen Apparaten mehrere brechende Flächen vereinigt sind. Wir haben daher zunächst den Gang der Lichtstrahlen durch ein System von brechenden Flächen zu betrachten, wobei wir uns jedoch auf centrirte Systeme von Kugelflächen beschränken wollen, das heisst auf solche, deren Mittelpunkte

---

[1]) Diese Ableitung ist wesentlich die von Helmholtz gegebene, siehe dessen physiologische Optik I §. 9.

alle auf einer geraden Linie liegen, welche wir als die Axe des Systemes bezeichnen.

Es ist nun nicht schwierig, mit Hülfe der im vorigen Paragraphen abgeleiteten Sätze den Gang der Strahlen durch ein System brechender Flächen zu bestimmen. Wir wissen, dass die von einem in der Axe liegenden Punkte ausgehenden Strahlen nach der Brechung an der ersten Fläche wieder nach einem in der Axe liegenden Punkte convergiren; dieser Punkt ist dann als der leuchtende Punkt zu betrachten, der seine Strahlen auf die zweite Fläche sendet. Nach der Brechung an der zweiten Fläche müssen dann die Strahlen nach einem zweiten Brennpunkte convergiren, welcher ebenfalls auf der Axe liegen muss, und dessen Abstand von der Fläche aus der Entfernung des ersten Brennpunktes von ihr und dem Radius der Fläche sowie dem Brechungsverhältnisse des Mittels, das sie begrenzt, gefunden wird durch eine der vorigen ganz gleiche Formel.

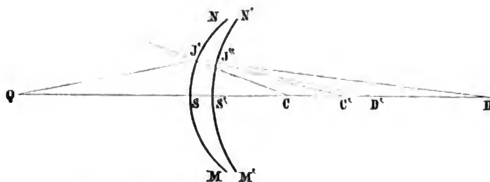
Das Bild einer zur Axe senkrechten Ebene, das eine kugelförmige brechende Fläche entwirft, liegt ebenfalls in einer zur Axe senkrechten Ebene, das Bild, welches die zweite brechende Fläche von diesem Bilde entwirft, muss daher ebenfalls in einer zur Axe senkrechten Ebene liegen, und seine Grösse ist durch eine der vorigen ganz analoge Rechnung zu finden.

Gleiches gilt dann natürlich für eine dritte, vierte, *n*te Fläche; indess werden die betreffenden Ausdrücke für die Lage und Grösse der Bilder schon bei nicht vielen brechenden Flächen ziemlich verwickelt.

Wir wollen uns zunächst auf den in der Praxis häufigsten Fall zweier brechender Flächen beschränken und wie es bei den Linsen der Fall ist, annehmen, vor der ersten und hinter der zweiten brechenden Fläche sei dasselbe Mittel, und der Brechungsexponent für irgend eine Lichtart aus diesem in das von den brechenden Flächen eingeschlossene Mittel sei gleich n.

Um nun den Brennpunkt eines auf der Axe liegenden Punktes zu

Fig. 56.



bestimmen, sei D (Fig. 56) der Brennpunkt, wenn das von Q ausstrahlende Licht nur an der ersten Fläche MN eine Brechung erfahren und dann

geradlinig fortgehen würde. Bezeichnen wir den Abstand QS wie bisher mit a, ferner SD mit f und den Radius der brechenden Fläche CJ' mit r, so haben wir nach dem vorigen Paragraphen zur Bestimmung von f die Gleichung (2)

$$\frac{n}{f} + \frac{1}{a} = \frac{n-1}{r}.$$

Der gleiche Ausdruck gilt für die Brechung an der zweiten Fläche $M'N'$, bei der das Licht in das erste Mittel wieder eintritt. Das Licht trifft nun auf diese Fläche, indem es nach dem Punkte D convergirt; der Abstand des leuchtenden Punktes von der Fläche ist daher derjenige des Punktes D, da es einerlei ist, ob der leuchtende Punkt ein virtueller oder reeller ist, das heisst, ob das Licht sich nur nach einem Punkte hinbewegt, oder ob es wirklich von einem leuchtenden Punkte ausgeht. Da aber der Punkt D hinter der brechenden Fläche liegt, so haben wir seinen Abstand von S', den wir mit a' bezeichnen wollen, negativ zu nehmen. Der Brechungsexponent beim Austritt des Lichtes aus der brechenden Fläche $M'N'$ ist gleich dem reciproken Werthe von n, da das Licht hier aus dem zweiten Mittel wieder in das erste zurückkehrt

Sei nun der Brennpunkt nach der zweiten Brechung D', so haben wir zur Bestimmung seiner Lage, wenn wir seinen Abstand vom Scheitel S', $S'D'$ mit f' und den Radius der Fläche $C'J''$ mit r' bezeichnen, in die allgemeine Gleichung für die von der zweiten Fläche entworfenen Brennpunkte

$$\frac{1}{nf'} + \frac{1}{a'} = \frac{1-n}{nr'}$$

nur für a' seinen Werth einzusetzen

$$a' = S'D = SD - SS' = f - d,$$

oder vielmehr, da wir, wie erwähnt, weil D hinter S' liegt, den Abstand D von S' mit dem negativen Vorzeichen versehen müssen

$$a' = -(f-d).$$

Dadurch wird dann unsere Gleichung für f'

$$\frac{1}{nf'} - \frac{1}{f-d} = \frac{1-n}{nr'}$$

oder

$$\frac{1}{f'} = \frac{1-n}{r'} + \frac{n}{f-d} = \frac{n}{f-d} - \frac{n-1}{r'}.$$

Nun ist nach dem vorigen Paragraphen Gleichung (1), wie oben,

$$f = \frac{nar}{na-a-r},$$

somit

$$-d = \frac{nar-(n-1)ad+rd}{(n-1)a-r}.$$

Dadurch wird dann

$$\frac{1}{f'} = \frac{n(n-1)a-nr}{nar-(n-1)ad+rd} - \frac{n-1}{r'}$$

oder

$$\frac{1}{f'} = \frac{n(n-1)ar' - nrr' - (n-1)\left\{nar - (n-1)ad + rd\right\}}{narr' - (n-1)adr' + rr'd}$$

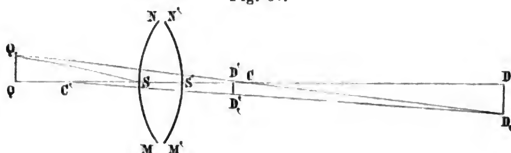
und daraus, wenn wir zugleich die einzelnen Glieder passend ordnen,

$$f' = \frac{narr' - r'd\left\{(n-1)a - r\right\}}{n(n-1)a(r'-r) + (n-1)d\left\{(n-1)a - r\right\} - nrr'} \ldots (I),$$

ein Ausdruck, welcher den Abstand des Brennpunktes von der zweiten brechenden Fläche aus dem Brechungsexponenten des Mittels, den Radien der brechenden Flächen, dem Abstand des leuchtenden Punktes von der ersten brechenden Fläche und dem Abstande der beiden brechenden Flächen zu berechnen gestattet.

Um den Brennpunkt eines ausser der Axe liegenden Punktes zu erhalten, können wir, wie vorhin erwähnt, den Satz anwenden, dass der Fusspunkt des vom Brennpunkte auf die Axe herabgelassenen Lothes die Axe in dem Brennpunkte des in der Axe liegenden Punktes trifft, welcher der Fusspunkt des vom leuchtenden Punkte auf die Axe herabgelassenen Lothes ist. Ist nun $Q_,$ (Fig. 57) ein solcher ausser der Axe liegender Punkt, dessen Projection auf die Axe Q ist, so erhalten wir den ersten Brennpunkt von $Q_,$, das heisst, den Punkt, nach welchem

Fig. 57.



die von $Q_,$ ausgehenden Strahlen nach der ersten Brechung an MN convergiren, $D_,$, wenn wir in D, dem Brennpunkte von Q, ein Perpendikel errichten und dasselbe verlängern, bis es die durch den Mittelpunkt C der ersten brechenden Fläche gelegte Axe $Q_,C$ in $D_,$ trifft, und wir haben nach der Gleichung (I) des vorigen Paragraphen

$$\frac{DD_,}{QQ_,} = \frac{f - F}{F} = \frac{r}{(n-1)a - r}$$

oder setzen wir

$$QQ_, = Y; \quad DD_, = -y,$$

wo das negative Vorzeichen vor y bedeutet, dass, wenn wie hier der Brennpunkt ein reeller ist, er auf der entgegengesetzten Seite der Axe liegt, als $Q_,$, y also nach der entgegengesetzten Seite der Axe genommen wird, als Y, dann wird

$$\frac{-y}{Y} = \frac{r}{(n-1)a - r}; \quad y = \frac{r}{(1-n)a + r} \cdot Y.$$

Da nun $D_,$ der leuchtende Punkt für die zweite brechende Fläche

ist, so erhalten wir den durch die zweite Brechung von ihm erzeugten Brennpunkt auf ganz analoge Weise. Ist D' der nach Gleichung (I) bestimmte Brennpunkt von D, und ist $D_{,}C'$ die von dem leuchtenden Punkte $D_{,}$ zum Mittelpunkte der zweiten brechenden Fläche C' gezogene Axe des von $D_{,}$ auf die zweite Fläche fallenden Strahlenkegels, so ist $D_{,}'$, der Punkt, wo das in D' errichtete Loth diese Axe trifft, der Bildpunkt, welchen die zweite brechende Fläche von $D_{,}$ entwirft, oder der Brennpunkt von $Q_{,}$ nach dem Durchtritt des Lichtes durch das System $MN\, M'N'$. Das Verhältniss von $D'D_{,}'$ zu $DD_{,}$ bestimmt sich nun gerade so wie das Verhältniss $DD_{,}$ zu QQ. Wenden wir die Bezeichnung des vorigen Paragraphen an, indem die accentuirten Buchstaben für die zweite Fläche $M'N'$ ganz dasselbe bedeuten wie dort die nicht accentuirten für die erste, so ist

$$\frac{D'D_{,}'}{DD'} = \frac{C'D'}{C'D} = \frac{g'}{-b'}$$

da b' negativ zu nehmen ist, weil der leuchtende Punkt $D_{,}$ hinter dem Mittelpunkte C' liegt.

Daraus folgt mit denselben Umformungen wie vorhin

$$\frac{D'D_{,}'}{DD'} = -\frac{g'}{b'} = -\frac{f'-F'}{F'},$$

worin f' aus der Gleichung bestimmt wird

$$\frac{1}{nf'} + \frac{1}{a'} = \frac{1-n}{nr'},$$

welche, wie wir sahen, allgemein den Gang der Lichtstrahlen durch die zweite brechende Fläche bestimmt, und

$$\frac{1}{F'} = \frac{1-n}{r'}$$

die Hauptbrennweite der zweiten brechenden Fläche bedeutet, das heisst den Abstand des Brennpunktes, wenn die zweite brechende Fläche von parallelen Strahlen getroffen wird. Bezeichnen wir nun wieder

$$D'D_{,}' = -y',$$

so wird dadurch

$$\frac{-y'}{-y} = -\frac{nr'}{(1-n)a'-nr'},$$

wie man unmittelbar erhält, wenn man die zuletzt angegebenen Werthe von f' und F' einsetzt.

Da nun

$$y = \frac{r}{(1-n)a+r} \cdot Y,$$

so erhalten wir den Abstand des Brennpunktes $D_{,}'$ von der Axe im Verhältniss zum Abstande des leuchtenden Punktes von der Axe

$$y' = \frac{-nr'}{(1-n)a'-nr'} \cdot y = \frac{-nr'}{(1-n)a'-nr'} \cdot \frac{r}{(1-n)a+r} \cdot Y.$$

In unserem Falle ist nun wie oben

$$a' = -(f-d) = -\frac{nar}{(n-1)a-r} + d,$$

$$a' = \frac{nar}{(1-n)\,a + r} + d = \frac{nar + (1-n)da + rd}{(1-n)a + r}$$

und setzen wir das in unseren Ausdruck für y' ein, so wird

$$y' = \frac{-nrr'}{(1-n)\left\{nar + (1-n)da + rd\right\} - nr'\left\{(1-n)a + r\right\}} \,.\, Y,$$

oder indem wir die einzelnen Glieder des Nenners etwas anders ordnen

$$y' = \frac{-nrr'}{n(n-1)a(r'-r) + (n-1)d\left\{(n-1)a - r\right\} - nrr'} \,.\, Y \ldots \text{(II)}.$$

Bezeichnen wir nun den Winkel Q_1SQ, welchen die von dem leuchtenden Punkte Q_1 an den Scheitel S der ersten Fläche gezogene Gerade mit der Axe bildet, mit φ, so ist, da $QS = a$ ist,

$$\frac{QQ_1}{QS} = \text{tang}\,\varphi; \quad Y = a \,.\, \text{tang}\,\varphi$$

und somit

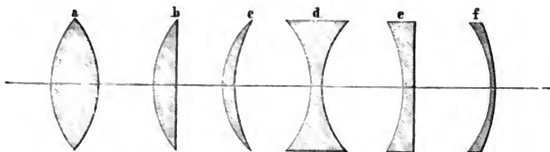
$$y' = -\frac{narr' . \text{tang}\,\varphi}{n(n-1)a(r'-r) + (n-1)d\left\{(n-1)\,a - r\right\} - nrr'} \ldots \text{(II}_a\text{)}.$$

Dieser Ausdruck im Verein mit dem vorhin abgeleiteten für f' gestattet die Lage des Brennpunktes für jeden nahe der Axe liegenden leuchtenden Punkt nach dem Durchtritt der Strahlen durch ein von zwei kugelförmigen brechenden Flächen begrenztes Mittel zu bestimmen, indem f' den auf der Axe gerechneten Abstand des Punktes von der zweiten brechenden Fläche angibt, und y' den senkrechten Abstand von der Axe. Es bedarf zur Bestimmung des Punktes nur der Kenntniss der Lage des leuchtenden Punktes, des Brechungsexponenten des Mittels sowie der Radien und des Abstandes der beiden das Mittel begrenzenden brechenden Flächen. Diese Ausdrücke für f' und y' dienen daher auch zur Berechnung von Lage und Grösse der Bilder, welche von einem durch zwei kugelförmige Flächen begrenzten Mittel von vor ihm befindlichen Objecten entworfen werden.

Von den Linsen und den von ihnen erzeugten Bildern. Ein von 30
zwei kugelförmigen, oder allgemein zwei krummen Flächen begrenztes brechendes Mittel nennt man eine Linse. Die von kugelförmigen Flächen begrenzten Linsen nennt man sphärische Linsen. Der Gang der Lichtstrahlen durch dieselben, sowie die von ihnen erzeugten Bilder sind mit den Resultaten des vorigen Paragraphen unmittelbar gegeben, da jede sphärische Linse ein centrirtes System von zwei kugelförmigen Flächen ist. Man unterscheidet 6 Arten von sphärischen Linsen, jenachdem die Flächen derselben convex oder concav sind. Ist die Linse durch zwei nach aussen convexe Flächen begrenzt (Fig. 58a), so nennt

man sie biconvexe Linsen. Ist eine der beiden Begrenzungsflächen convex, die andere eben wie (Fig. 58 b), so ist die Linse eine planconvexe.

Fig. 58.



Ist eine der Flächen convex, die andere concav, (wie Fig. 58 c oder Fig. 58 f), so heissen die Linsen concav-convexe, wenn der Radius der concaven Fläche grösser ist als derjenige der convexen, oder convex-concave, wenn das umgekehrte der Fall ist (Fig. 58 f). Im ersten Falle nennt man sie auch wohl Menisken. Die Fig. 58 d abgebildete Linse, welche durch zwei nach aussen concave Flächen begrenzt ist, nennt man biconcav und die von einer concaven Fläche und einer Ebene begrenzte Linse (Fig. 58 e) ist eine planconcave Linse.

Man kann die Linsen auch nach zwei Gattungen ordnen, die drei ersten (Fig. 58 a, b, c) sind in der Mitte dicker als am Rande, die letztern (d, e, f) umgekehrt am Rande dicker als in der Mitte. Da die ersten, wie wir sofort ableiten werden, gewöhnlich ein reelles Bild geben, die durch sie hindurchtretenden Strahlen also convergent gemacht werden, so nennt man sie Sammellinsen, die drei letztern, welche ein virtuelles Bild liefern, die Strahlen also divergent machen, dagegen Zerstreuungslinsen.

Ist nun n der Brechungsexponent des Mittels für irgend eine bestimmte Lichtart, d die Dicke der Linse, wo sie von der Axe durchsetzt wird, und r der Krümmungsradius der ersten Fläche, r' derjenige der zweiten, wobei wir bemerken wollen, dass wir die Fläche die erste nennen, welche zuerst vom Lichte getroffen wird, und ein für allemal annehmen, dass das Licht von links nach rechts sich fortpflanze, so folgt aus den Resultaten der vorigen Paragraphen, dass das von einem Punkte ausgehende Licht nach dem Durchtritt durch die Linsen stets wieder nach einem Punkte, dem Brennpunkte convergirt, dessen Abstand auf der Axe von dem Scheitel der zweiten brechenden Fläche gleich ist

$$f = \frac{narr' - r'd\left\{(n-1)\,a - r\right\}}{n(n-1)a(r'-r) + (n-1)d\left\{(n-1)a - r\right\} - nrr'}$$

und dessen Abstand von der Axe gleich ist

$$y = -\frac{narr' . \mathrm{tang}\,\varphi}{n(n-1)a(r'-r) + (n-1)d\left\{(n-1)\,a - r\right\} - nrr'},$$

worin φ der Winkel ist, den die von dem leuchtenden Punkte an den Scheitel der ersten Fläche gezogene Linie mit der Axe bildet.

Für die verschiedenen Linsen unterscheiden sich die Werthe für f und für y nur dadurch, dass die Radien r und r' verschiedene Vorzeichen und verschiedene Werthe haben. Nach §. 28 erhalten wir die Brechung des Lichtes an concaven Flächen, wenn wir die Radien derselben in unseren Ausdrücken negativ nehmen. Um daher unsere Gleichungen von f und y für alle 6 Arten der Linsen brauchbar zu machen, haben wir nur zu beachten, dass für:

1) Die erste Art (58a) die erste Fläche convex, die zweite Fläche concav ist, indem wir von jetzt an die Flächen als convex bezeichnen, welche dem ankommenden Lichte ihre convexe, als concav, welche demselben ihre concave Fläche darbieten. Für die Linsen der ersten Art ist daher

$$r \text{ positiv}, \ r' \text{ negativ}.$$

2) Die Linsen der zweiten Art haben eine convexe Fläche und eine Ebene. Die Ebene kann als eine Kugel von unendlich grossem Radius angesehen werden. Ist daher die Kugelfläche die erste, so ist

$$r \text{ positiv}, \ r' = \infty,$$

ist dagegen die Ebene die erste Fläche, so ist

$$r = \infty, \ r' \text{ negativ}.$$

In letzterm Falle hat die Linse nur die entgegengesetzte Lage.

3) Bei den Linsen der dritten und sechsten Art sind entweder beide Flächen convex oder beide concav, also entweder

$$r \text{ positiv}, \ r' \text{ positiv},$$

oder

$$r \text{ negativ}, \ r' \text{ negativ},$$

je nach der Lage der Flächen kann für beide beides der Fall sein. Für den Meniscus (58c) ist, wenn

$$r \text{ und } r' \text{ positiv}, \ r < r',$$
$$r \text{ und } r' \text{ negativ}, \ r > r',$$

für die convexconcave Linse gilt natürlich das Gegentheil, also

$$r \text{ und } r' \text{ positiv}, \ r > r',$$
$$r \text{ und } r' \text{ negativ}, \ r < r'.$$

4) Bei der biconcaven Linse ist stets die erste Fläche concav, die zweite convex, also

$$r \text{ negativ}, \ r' \text{ positiv}.$$

5) Die planconcave Linse hat entweder eine concave Fläche als Begrenzung und eine Ebene als zweite Fläche, oder bei umgekehrter Lage als erste Begrenzung eine Ebene und als zweite eine convexe Fläche, also entweder

$$r \text{ negativ}, \; r' = \infty,$$

oder

$$r = \infty, \; r' \text{ positiv}.$$

Es ist nur in den seltensten Fällen nothwendig, bei der Bestimmung des Ganges der Lichtstrahlen auf die Linsendicke Rücksicht zu nehmen; man darf fast immer dieselben als unendlich dünn in Bezug auf die übrigen Dimensionen ansehen, welche dabei vorkommen. Unter dieser Voraussetzung, also dass

$$d = 0,$$

vereinfachen sich unsere Ausdrücke bedeutend, sie werden

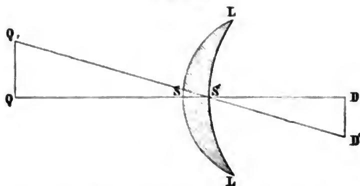
$$f = \frac{narr'}{n(n-1)\,a(r'-r) - nrr'},$$

$$y = -\frac{narr' \operatorname{tang}\varphi}{n(n-1)\,a\,(r'-r) - nrr'} = -f \, . \operatorname{tang}\varphi.$$

Daraus ergibt sich zunächst für alle Linsen eine sehr einfache Construction für den Brennpunkt eines ausserhalb der Axe liegenden leuchtenden Punktes und somit überhaupt für die durch Linsen entworfenen Bilder.

Ist nämlich $Q_,$ (Fig. 59) der ausserhalb der Axe liegende leuchtende

Fig. 59.



Punkt, dessen auf die Axe herabgelassenes Loth $Q_,Q$ die Axe in Q trifft, so ist

$$\sphericalangle \, Q_,SQ = \varphi,$$

oder auch da $d = 0$,

$$\sphericalangle \, Q_,S'Q = \varphi$$

und da nun

$$S'D = f,$$

so ist

$$DD_, = -f \, . \operatorname{tang}\varphi,$$

oder um den Brennpunkt eines ausser der Axe liegenden Strahles zu finden, brauchen wir nur in dem Brennpunkte der Projection von $Q_,$ ein Loth zu errichten, wo dieses die durch die Mitte der Linse S' gelegte Gerade $Q_,S'$ trifft, liegt der gesuchte Brennpunkt des Punktes $Q_,$.

Die Erscheinungen an Linsen lassen sich sehr übersichtlich darstellen, wenn wir anstatt des Werthes von f den reciproken Werth einführen. Derselbe ist

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r'}\right) - \frac{1}{a}.$$

Lassen wir in diesem Ausdrucke a unendlich werden, so erhalten wir den Hauptbrennpunkt der Linse, den Punkt, nach welchem hin parallel einfallende Strahlen nach dem Durchtritt durch die Linse convergiren. Bezeichnen wir den Abstand desselben von der Linse mit F, so ist

$$\frac{1}{F} = (n-1)\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r'}\right).$$

In gleichem Abstande vor der Linse liegt der Punkt, dessen Strahlenkegel nach dem Durchtritt durch die Linse als paralleles Strahlenbündel weiter geht, dessen Brennpunkt unendlich weit entfernt ist. Bezeichnen wir diesen Abstand mit A, so ist

$$(n-1)\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r'}\right) = \frac{1}{A}$$

also

$$A = F.$$

Diese Abstände A oder F nennt man die Hauptbrennweiten oder schlechthin Brennweiten der Linse, und zwar nennen wir A die erste, F die zweite; die beiden Brennweiten der Linsen sind also stets gleich.

Mit Hülfe des Werthes von F oder A erhält nun unser Ausdruck für den Abstand des Brennpunktes von der Linse die einfache Form

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{F} - \frac{1}{a}$$

oder

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{A} - \frac{1}{a}.$$

Kehren wir die Linse um, so dass die vorher erste Fläche zur zweiten wird und umgekehrt, und nennen die zweite Hauptbrennweite dann F', so wird

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{F'} - \frac{1}{a}.$$

Nach dem schon mehrfach angewandten Reciprocitätsgesetze wird aber der jetzige zweite Hauptbrennpunkt dort sich befinden, wo vorher der erste Hauptbrennpunkt lag, das heisst parallel auf die Linse fallende Strahlen werden nach dem Punkte convergiren, dessen Strahlenkegel bei der vorigen Lage durch die Brechung in der Linse parallel wurden, oder

$$F' = A = F$$

und somit

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{A} - \frac{1}{a} = \frac{1}{F} - \frac{1}{a}.$$

Daraus folgt, dass es für den Effect bei einer Linse ganz einerlei ist, welche Fläche dem ankommenden Lichte zugewandt ist, die für eine Lage über den Brennpunkt und die Bilder abgeleiteten Sätze gelten unmittelbar auch für die andere.

Nach unserer letzten Gleichung für die Lage des Brennpunktes irgend eines leuchtenden Punktes hängt dieselbe nur ab von der Entfernung des leuchtenden Punktes und der Hauptbrennweite, und demnach bei constantem a für verschiedene Linsen nur von letzterer. Die Hauptbrennweite der Linsen hängt aber nach unserer Gleichung

$$\frac{1}{F} = (n-1)\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r'}\right)$$

von dem Werthe des Brechungsexponenten n, und von dem Werthe und der Lage der beiden Krümmungsradien r und r' ab.

Untersuchen wir zunächst den von letzterem abhängigen Einfluss der Linsenform, und nehmen wir an, n sei grösser, als 1.

Bei den biconvexen Linsen ist

r positiv, r' negativ.

Demnach wird

$$\frac{1}{F} = (n-1)\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{-r'}\right) = (n-1)\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r'}\right) \ldots \text{(a)}.$$

Für die planconvexen Linsen ist r positiv und $r' = \infty$. Es wird

$$\frac{1}{F} = (n-1)\frac{1}{r} \ldots\ldots \text{(b)}$$

oder es ist $r = \infty$ und r' negativ

$$\frac{1}{F} = -(n-1)\frac{1}{-r'} = (n-1)\frac{1}{r'} \ldots\ldots \text{(b)}.$$

Auch diese Ausdrücke für $\frac{1}{F}$, je nachdem die erste oder zweite Fläche der Linse eben ist, zeigen den vorhin abgeleiteten Satz, dass es einerlei ist bei einer gegebenen Linse, welche Fläche die erste und welche die zweite ist.

Für die concav convexen Linsen hatten wir die beiden Bedingungen r positiv, r' positiv und $r' > r$. Es wird demnach

$$\frac{1}{F} = (n-1)\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r'}\right) \ldots\ldots \text{(c)}.$$

Die Ausdrücke (a) und (b) und auch, da

$$\frac{1}{r} > \frac{1}{r'},$$

der für den Meniskus geltende Ausdruck (c) sind unter der gemachten Voraussetzung

$$n > 1$$

stets positiv. Diese drei Linsensorten haben demnach stets einen hinter der Linse liegenden reellen Hauptbrennpunkt.

Die andern 3 Linsen dagegen haben eine negative Brennweite, sie haben einen vor der Linse liegenden virtuellen Hauptbrennpunkt.

Für die biconcaven Linsen ist der Radius der ersten Fläche negativ, der der zweiten positiv. Es ist somit

$$\frac{1}{F} = (n-1)\left(\frac{1}{-r} - \frac{1}{r'}\right) = -(n-1)\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r'}\right) \ldots (d).$$

Für die planconcaven Linsen ist r negativ, $r' = \infty$

$$\frac{1}{F} = (n-1)\frac{1}{-r} = -(n-1)\frac{1}{r} \ldots . (e)$$

und schliesslich für die convexconcaven Linsen ist r und r' negativ und $r' > r$

$$\frac{1}{F} = (n-1)\left(\frac{1}{-r} - \frac{1}{-r'}\right) = -(n-1)\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r'}\right) \ldots . (f).$$

Da $r' > r$, so ist auch letzterer Ausdruck stets negativ, wenn der Brechungsexponent n die Einheit übersteigt.

Wenn demnach auf die Linsen der ersten Gattung ein paralleles Strahlenbündel auftrifft, so werden diese Strahlen convergirend, sie vereinigen sich in der That in einem hinter der Linse liegenden Punkte. Dadurch ist der Name Sammellinsen für diese Gattung gerechtfertigt.

Bei den Linsen der zweiten Gattung divergiren die parallelen die Linse treffenden Strahlen nach der Brechung, als kämen sie von einem vor der Linse im Abstande F liegenden Punkte. Geben wir, um das anzuzeigen, in dem Falle F das negative Vorzeichen, so erhalten wir zur Bestimmung der Brennpunkte folgende beiden Gleichungen; für die Sammellinsen

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{F} - \frac{1}{a},$$

für die Zerstreuungslinsen

$$\frac{1}{f} = -\frac{1}{F} - \frac{1}{a} = -\left(\frac{1}{F} + \frac{1}{a}\right).$$

Die Brennweiten sind bei den Sammellinsen positiv, ausser wenn a positiv und kleiner als F ist; die Brennweiten sind bei den Zerstreuungslinsen negativ, ausser wenn a negativ und kleiner als F ist.

Diese Sätze gelten jedoch nur so lange, als $n > 1$ ist, denn alle unsere Ausdrücke für F sind mit dem Factor $n - 1$ multiplicirt. Ist demnach $n < 1$, das heisst, ist der Brechungsexponent der Linsensubstanz kleiner als der des umgebenden Mittels, wodurch der relative Brechungsexponent n aus dem ersten in das zweite Mittel, welcher gleich dem reciproken Werthe des Quotienten aus den absoluten Brechungsexponenten ist, kleiner als 1 wird, so ist der Charakter der Linsen der entgegengesetzte. Die Linsen der ersten Gattung werden dann Zerstreuungslinsen, die der zweiten Sammellinsen. Man kann sich solche Linsen leicht herstellen, indem man passende Uhrgläser mit ihren Rän-

dern je zwei zusammenkittet, um die verschiedenen Formen (58 *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*) zu erhalten. Bringt man dann diese Luftlinsen in ein Gefäss mit Wasser, das von parallelen und ebenen Glaswänden begrenzt ist, so hat die Linsensubstanz einen kleinern Brechungsexponenten als das umgebende Mittel, das Wasser. Man beobachtet dann an den Linsen der ersten Gattung dieselben Erscheinungen als an Glaslinsen der zweiten Gattung in der Luft, und umgekehrt.

Mit Hülfe der vorhin angegebenen Construction für die Brennpunkte von Punkten, welche ausserhalb der Axe liegen, und der zuletzt erhaltenen Ausdrücke über die Lage des Brennpunktes ist es nun leicht, Lage und Grösse der Bilder zu erhalten, welche Linsen von vor ihnen befindlichen Gegenständen entwerfen.

Ist bei den Sammellinsen der Abstand a des Gegenstandes von der Linse grösser als die Hauptbrennweite, so ist das Bild immer reell und umgekehrt, da f dann einen positiven Werth hat, und da

$$y = -f \operatorname{tang} \varphi = -\frac{f}{a} \cdot Y.$$

So lange nun $f < a$, ist das Bild kleiner als der Gegenstand, ist $f = a$, sind sich Bild und Gegenstand an Grösse gleich, aber der Lage nach entgegengesetzt, ist $f > a$, so ist das Bild grösser. Nach unserer Gleichung

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{F} - \frac{1}{a},$$

wird f gleich a, wenn

$$\frac{2}{a} = \frac{1}{F}$$

$$a = 2F$$

ist. Wenn demnach der Gegenstand sich in einem der doppelten Brennweite gleichen Abstande befindet, entwirft eine Sammellinse von ihm ein ihm an Grösse genau gleiches aber umgekehrtes Bild. In diesem Satze erhalten wir ein sehr bequemes Mittel, um die Brennweite einer Linse zu bestimmen, ohne Kenntniss der Krümmungsradien und des Brechungsexponenten der Linse. Man lässt das Licht einer Kerzenflamme oder das, welches durch eine Spaltöffnung in ein dunkles Zimmer tritt, auf eine Linse fallen und fängt das von der Flamme oder dem Spalte entworfene Bild auf einem Schirme auf. Verschiebt man dann Linse und Schirm so lange, bis das auf dem Schirme befindliche Bild genau die Grösse des Spaltes oder der Flamme hat, so gibt der halbe Abstand des Schirmes von der Linse, oder der Linse von der Flamme die Hauptbrennweite.

Wird nun der Abstand des Gegenstandes grösser wie $2F$, so wird f kleiner als a, das Bild nähert sich dem Hauptbrennpunkt und wird kleiner, ist $a = \infty$, so fällt das Bild in den Hauptbrennpunkt und ist

unendlich klein. Von der Sonne, deren Entfernung in dieser Beziehung als unendlich gross angesehen werden kann, erhält man daher im Brennpunkt einer Sammellinse ein sehr kleines Bildchen. Indem man dessen Entfernung von der Linse misst, kann man ebenfalls die Hauptbrennweite der Linse bestimmen.

Ist der Abstand des Gegenstandes von der Linse kleiner als $2F$, so rückt das Bild weiter von der Linse fort und wird grösser, und zwar, indem a von $2F$ bis F abnimmt, wächst f von $2F$ bis unendlich.

Wird der Abstand des Gegenstandes kleiner als F, so wird f negativ, da dann

$$\frac{1}{a} > \frac{1}{F}$$

und zwar ist der absolute Werth von f dann immer grösser als a, ausser wenn $a = o$. Denn damit $f = -a$ werde, muss nach unserer Gleichung

$$-\frac{1}{a} = \frac{1}{F} - \frac{1}{a},$$

also $\frac{1}{F}$ gegen $\frac{1}{a}$ einen verschwindenden Werth haben, deshalb $\frac{1}{a} = \infty$ oder was dasselbe ist $a = 0$ werden.

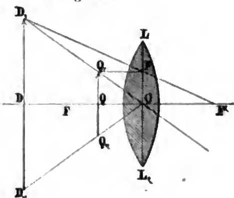
Wir erhalten also in diesem Falle stets virtuelle, vergrösserte Bilder, und da

$$y = -\frac{f}{a} \cdot Y = \frac{f'}{a} \cdot Y,$$

wenn wir den Werth des Abstandes vor der Linse mit $-f'$ bezeichnen, aufrecht stehende Bilder. Denn das positive Vorzeichen vor y zeigt, dass der ausser der Axe liegende Bildpunkt an derselben Seite der Axe liegt als der leuchtende Punkt, dessen Bild er ist.

Die vorhin für das Auffinden der reellen Bilder gegebene Construction gilt auch in diesem Falle, und es ist leicht, mittels derselben Grösse und Lage der Bilder zu übersehen. Ist demnach $Q_{,}Q_{,,}$ ein vor der Linse liegender Gegenstand, F der Abstand des Hauptbrennpunktes (Fig. 60), so erhält man das virtuelle Bild $D_{,}D_{,,}$, indem man in dem virtuellen Brennpunkte D des Punktes Q, in welchem die Linsenaxe das Object $Q_{,}Q_{,,}$ trifft, eine Verticale errichtet und diese soweit verlängert, bis sie von den Verbindungslinien $Q_{,}O$, $Q_{,,}O$ der äussersten Punkte des Objectes mit dem Mittelpunkte O der Linse, in den Punkten $D_{,}$ und $D_{,,}$ getroffen werden. $D_{,}D_{,,}$ ist dann das virtuelle Bild des Ob-

Fig. 60.



jectes. Die Strahlen $Q_,O$ und $Q_,PF$ divergiren nach der Brechung, als kämen sie von dem Punkte $D_,$.

Es ergibt sich nun eine noch einfachere Construction für die reellen oder virtuellen Bilder einer Sammellinse, welche nur die Lage des Hauptbrennpunktes F als bekannt voraussetzt. Dürfen wir die Dicke der Linse vernachlässigen, so können wir alle Abstände anstatt vom Scheitel der einzelnen Flächen von dem auf der Axe in der Mitte der Linse liegenden Punkt O rechnen, und anstatt der Linse die durch diesen gelegte zur Axe senkrechte Ebene LL bei der Construction substituiren.

Da nun der Brennpunkt in dem Falle immer auf der von dem leuchtenden Punkte durch O gezogenen Linie liegt, und da ein der Axe paralleler Strahl nach der Brechung durch den Hauptbrennpunkt geht, so sind dadurch für jeden leuchtenden Punkt zwei Richtungen gegeben, auf welchen der Brennpunkt liegen muss. Und da nun weiter nach der Brechung alle Strahlen sich in einem Punkte schneiden, so folgt, dass der Punkt, wo sich jene beiden Richtungen schneiden, der gesuchte Brennpunkt ist. Man hat daher, um den Brennpunkt eines Punktes $Q_,$ zu finden, nur den Punkt $Q_,$ mit dem Mittelpunkte zu verbinden, ferner die Senkrechte $Q_,P$ auf die Ebene LL zu ziehen, den Punkt P mit F' zu verbinden und schliesslich $Q_,O$ und PF' nach beiden Seiten zu verlängern. Der Punkt $D_,$, wo sie sich schneiden, ist der gesuchte Brennpunkt.

In Bezug auf die Lage des leuchtenden Punktes ist noch ein Fall zu betrachten, nämlich der, dass er nur ein virtueller ist, das heisst, dass die die Linse treffenden Strahlen nach einem hinter der Linse liegenden Punkte convergiren. In dem Falle ist a negativ und somit

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{F} - \frac{1}{-a} = \frac{1}{F} + \frac{1}{a}.$$

Der Brennpunkt liegt somit hinter der Linse und zwar, da stets

$$\frac{1}{f} > \frac{1}{a}$$

näher bei der Linse als der virtuelle leuchtende Punkt.

Da ferner jetzt

$$y = -\frac{f}{-a} \cdot Y = \frac{f}{a} \cdot Y,$$

so folgt, dass der Brennpunkt stets auf derselben Seite der Axe liegt, als der leuchtende Punkt.

Die Zerstreuungslinsen liefern im allgemeinen keine reellen, sondern virtuelle, aufrecht stehende und verkleinerte Bilder der Gegenstände, welche ihre Strahlen auf sie senden. Wir haben dort

$$\frac{1}{f} = -\left(\frac{1}{F} + \frac{1}{a}\right).$$

So lange demnach a positiv ist, hat f immer einen negativen Werth und sein absoluter Werth ist kleiner als a, das heisst nach der Brechung

divergiren die Strahlen so, als kämen sie von einem der Linse näher liegenden Punkte als der leuchtende.

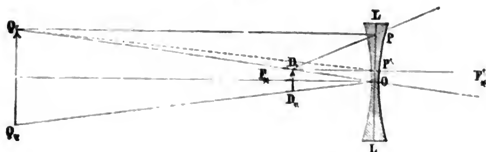
Da auch hier

$$y = -\frac{-f}{a} \cdot Y = \frac{f}{a} \cdot Y,$$

so folgt, dass y kleiner ist als Y, dass das virtuelle Bild kleiner ist, und dass y dasselbe Vorzeichen hat als Y, oder dass das Bild ein aufrechtes Bild ist.

Die vorhin für die Sammellinsen abgeleiteten Constructionen zur Bestimmung der Brennpunkte und Bilder führen auch hier unmittelbar zum Ziele. Ist $Q_, Q_{,,}$ ein Gegenstand, der Strahlen auf die biconcave Linse LL sendet (Fig. 61), F der eine Hauptbrennpunkt oder hier Hauptzerstreuungspunkt genannt, von welchem aus parallele die Linse treffende

Fig. 61.



Strahlen nach der Brechung zu divergiren scheinen, und F' der andere, nach welchem die Strahlen convergiren müssen, welche die Linse als ein der Axe paralleles Strahlenbündel verlassen, so ist $D_, D_{,,}$ das virtuelle Bild von $Q_, Q_{,,}$, welches wir durch den Strahl $Q_, O$, der durch den Mittelpunkt der Linse geht und den Strahl $Q_, P$, welcher nach der Brechung in der Richtung $FD_, P$ sich fortpflanzt, erhalten. Anstatt dieser beiden Strahlen können wir zur Construction auch die Strahlen $Q_, O$ und $Q_, F'$ anwenden, deren letzterer nach der Brechung parallel der Axe wird, indem wir $P'D_,$ parallel der Axe machen.

Ist in diesem Falle der leuchtende Punkt ein virtueller, das heisst convergiren die die Linse treffenden Strahlen, so wird in unserem Ausdruck für f a negativ, und derselbe wird

$$\frac{1}{f} = -\frac{1}{F} + \frac{1}{a} = -\left(\frac{1}{F} - \frac{1}{a}\right).$$

Je nach dem Abstande a kann hier f alle die Werthe annehmen, welche wir bei den Sammellinsen für ein positives a fanden, nur dass das Vorzeichen immer das entgegengesetzte ist.

So lange a seinem absoluten Werthe nach grösser ist als F, ist f negativ, der Brennpunkt liegt also vor der Linse, die Strahlen divergiren nach der Brechung; wird $a = F$, so wird $f = \infty$, die Strahlen werden nach der Brechung parallel.

Der absolute Werth von f erhält sein Minimum für $a = \infty$, die Strahlen divergiren nach der Brechung vom Hauptbrennpunkt aus, er wird um so grösser, je kleiner a wird.

Ist $a = -2F$, so wird auch $f = -2F$, die Strahlen divergiren nach der Brechung von einem Punkte aus, der ebenso weit vor der Linse liegt, als der Convergenzpunkt der Strahlen vor dem Eintritt in die Linse hinter derselben liegt.

Wird $a < F$, das heisst convergiren die Strahlen nach einem Punkte, welcher der Linse näher liegt als die Hauptzerstreuungsweite, so wird f positiv, indem

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{a} - \frac{1}{F}$$

und zugleich

$$\frac{1}{a} > \frac{1}{F}.$$

Da nun aber stets

$$\frac{1}{f} < \frac{1}{a},$$

so ist $f > a$, das heisst, die Strahlen convergiren nach einem Punkte, welcher weiter hinter der Linse liegt, als der Punkt, nach welchem sie vorhin convergirten.

Die Lage der virtuellen oder reellen Bildpunkte von ausser der Axe liegenden Punkten ergibt sich auch hier aus

$$y = -\frac{f}{a} \cdot Y.$$

Ist f und a negativ, was der Fall ist, so lange $a > F$, so ist die Lage des virtuellen Brennpunktes in Bezug auf die Axe entgegengesetzt der des leuchtenden Punktes, und ist $f > a$, so lange $a < 2F$, so ist $y > Y$, der Brennpunkt ist weiter von der Axe entfernt als der virtuelle leuchtende Punkt.

Wenn $a > 2F$ ist, so ist $f < a$, der Brennpunkt liegt also der Axe näher als der virtuelle leuchtende Punkt.

Wenn $a < F$, so wird f positiv, und da a negativ ist, wird also auch y positiv und zwar, da $f > a$ auch immer grösser als Y. Im Falle also concave Linsen einen reellen Brennpunkt haben, liegt derselbe für ausser der Axe liegende leuchtende Punkte weiter von der Axe, als der leuchtende Punkt.

31 **Ableitung der Linsenbilder unter Berücksichtigung der Linsendicke.** In einzelnen Fällen ist es nicht gestattet, die Dicke der Linse bei Bestimmung der Brennweiten und Bilder zu vernachlässigen. Man muss dann die complicirteren Formeln anwenden, die wir in §. 29 erhielten, nämlich

$$f = \frac{narr' - r'd\{(n-1)a - r\}}{n(n-1)a(r'-r) + (n-1)d\{(n-1)a - r\} - nrr'} \; . \; . \; . \; . \; (I).$$

$$y = - \frac{nrr'}{n(n-1)a(r'-r) + (n-1)d\{(n-1)a - r'\} - nrr'} \, . \, Y \ldots (II).$$

Indessen lassen sich auch hier mit Hülfe gewisser leicht abzuleitender Beziehungen ziemlich einfache Methoden angeben, um die Brennpunkte irgendwie gelegener leuchtender Punkte zu erhalten. Wir müssen nur die einzelnen Entfernungen, welche bei den Linsen in Betracht kommen, anstatt von den Scheiteln der Linsen oder ihrem Mittelpunkte von zwei andern Punkten aus rechnen, die wir mit Gauss[1]) die Hauptpunkte der Linsen nennen.

Die Hauptpunkte sind zwei auf der Axe liegende Punkte der Linse, deren zweiter das Bild des ersten ist.

Ihre Lage ist dadurch bestimmt, dass ein Object, welches sich in einer zur Axe senkrechten, durch den ersten Hauptpunkt gelegten Ebene, der ersten Hauptebene, befindet, in der zweiten Hauptebene ein ihm an Grösse gleiches und gleichgerichtetes Bild liefert. Ist demnach in der ersten Hauptebene ein leuchtender Punkt um Y von der Axe entfernt, so muss sein Bild in der zweiten Hauptebene ebenfalls um Y nach derselben Richtung von der Axe entfernt sein.

Die Gleichung II liefert uns hieraus leicht den Abstand des ersten Hauptpunktes von dem ersten Scheitel der Linse. Denn unsere Definition der Hauptpunkte ist durch die Gleichung gegeben

$$\frac{y}{Y} = 1$$

und demnach aus II

$$- \frac{nrr'}{n(n-1)a(r'-r) + (n-1)d\{(n-1)a - r\} - nrr'} = 1 \; . \; . \; . \; (a).$$

Bestimmen wir daher aus dieser Gleichung den Werth von a, so gibt uns dieser den Abstand desjenigen leuchtenden Punktes vom Scheitel, dessen Brennpunkt in Bezug auf die Axe genau gleich gelegen ist an derselben Seite und ebensoweit von ihr; denn für die Brennpunkte der Punkte, welche in einer durch diesen Punkt gelegten Ebene liegen, haben wir

$$y = Y.$$

Der um dieses a vom ersten Scheitel der Linse entfernte Punkt ist demnach der erste Hauptpunkt.

Die Gleichung (a) gibt nun

$$- nrr' = n(n-1)a(r'-r) + (n-1)d\{(n-1)a - r\} - nrr'$$

oder

$$0 = n(n-1)a(r'-r) + (n-1)d\{(n-1)a - r\}$$

---

[1]) Gauss: Dioptrische Untersuchungen. Göttingen 1841.

oder

$$a(n-1)\left\{n(r'-r)+(n-1)d\right\}=(n-1)dr,$$

oder schliesslich

$$a=\frac{dr}{n(r'-r)+(n-1)d}\cdot\ \ldots\ldots\ (A).$$

Die Lage des ersten Hauptpunktes hängt demnach ab von der Dicke und Gestalt der Linse und dem Brechungsexponenten der Linsensubstanz.

Der zweite Hauptpunkt ist das Bild des ersten, wir erhalten ihn daher, wenn wir in unsere Gleichung für f diesen Werth von a einsetzen, denn wir erhalten dann den Abstand des Bildpunktes vom zweiten Scheitel für einen Punkt, der die soeben gefundene Entfernung a vom ersten Scheitel hat.

Setzen wir den in (A) enthaltenen Werth von a in die Gleichung I, so wird

$$f=\frac{ndrrr'-r'd\left\{(n-1)dr-r[n(r'-r)+(n-1)d]\right\}}{n(n-1)(r'-r)dr+(n-1)d\left\{(n-1)dr-r[n(r'-r)+(n-1)d]\right\}-nrr'[n(r'-r)+(n-1)d]}$$

oder

$$f=\frac{ndrr'+r'dn(r'-r)}{-nr'[n(r'-r)+(n-1)d]}$$

oder schliesslich

$$f=-\frac{dr'}{n(r'-r)+(n-1)d}\ \ldots\ (B)$$

für den Abstand des zweiten Hauptpunktes von dem Scheitel der zweiten Linsenfläche.

Für eine biconvexe Linse ist nun r' negativ, und wir erhalten daher für diese

$$a=\frac{dr}{-n(r'+r)+(n-1)d}=-\frac{dr}{n(r'+r)-(n-1)d}$$

$$f=-\frac{-dr'}{-n(r'+r)+(n-1)d}=-\frac{dr'}{n(r'+r)-(n-1)d}.$$

Da nun in beiden Ausdrücken das zweite Glied des Nenners immer kleiner ist als das erste, so ist sowohl der Werth von a als von f negativ, der erste Hauptpunkt liegt hinter der ersten, der zweite Hauptpunkt liegt vor der zweiten Fläche. Ferner liegen beide Hauptpunkte im Innern der Linse; denn wir können schreiben

$$a=-\frac{d}{n\left(\frac{r'+r}{r}\right)-(n-1)\frac{d}{r}};\quad f=-\frac{d}{n\left(\frac{r'+r}{r'}\right)-(n-1)\frac{d}{r'}}.$$

Da d nur klein im Verhältniss von r ist, so ist der Nenner immer grösser als 1, der absolute Werth von a und f sonach immer kleiner als d. Nehmen wir z. B. an, dass $r=r'$ und $d=0{,}01\ r$, so wird

$$a=-\frac{d}{2n-0{,}01(n-1)},\quad f=-\frac{d}{2n-0{,}01(n-1)}.$$

Für $n = 1{,}5$ werden beide Werthe nahe gleich $^1/_3\, d$.

Da a der Abstand des ersten Hauptpunktes vom Scheitel der ersten, f der des zweiten von dem Scheitel der zweiten Fläche und d der Abstand der beiden Flächen ist, so ist allgemein der Abstand der beiden Hauptpunkte von einander h:

$$h = f + a + d = d + \frac{dr}{n(r' - r) + (n - 1)d} - \frac{dr'}{n(r' - r) + (n - 1)d}$$

$$h = d\,\frac{(n - 1)(d + r' - r)}{n(r' - r) + (n - 1)d}.$$

Für die biconvexe Linse und unter Voraussetzung $r' = r$; $d = 0{,}01\, r$, ferner $n = 1{,}5$ ergibt dieser Ausdruck $h = {}^1/_3\, d$.

Für die planconvexe Linse ist r positiv $r' = \infty$. Dadurch wird $a = 0$, der erste Hauptpunkt fällt in die gekrümmte Fläche, und $f = -\frac{d}{n}$, also, wenn wir $n = 1{,}5$ setzen, $f = -{}^2/_3\, d$; der Abstand der Hauptpunkte ist wieder $^1/_3\, d$.

Für die concavconvexen Linsen ist r und r' positiv und $r' > r$. Dadurch wird a jedenfalls positiv, der erste Hauptpunkt fällt also vor die Linse. Der Werth von a hängt davon ab, um wieviel

$$n(r' + d - r) > d.$$

Ist z. B. $r' = 2r$, so wird unter den vorigen Voraussetzungen $a = {}^2/_3\, d$. Der zweite Hauptpunkt liegt immer vor der zweiten Fläche, ja selbst vor der ersten Fläche, wie sich schon hieraus ergibt, da von vor der Linse liegenden Objecten die aufrecht stehenden Bilder immer vor der Linse liegen. Bei unseren Voraussetzungen wird $f = -{}^4/_3\, d$, der zweite Hauptpunkt liegt also um $^1/_3$ der Linsendicke vor der Linse.

Führt man dieselben Rechnungen für concave Linsen durch, so findet man, bei biconcaven Linsen liegen beide Hauptpunkte in der Linse und bei gleichem Krümmungsradius beider Flächen beide gleich weit von den betreffenden Scheiteln und zwar unter den gemachten Voraussetzungen über d und n wird nahezu $a = f = -{}^1/_3\, d$.

Bei den planconcaven Linsen fällt der eine Hauptpunkt in die gekrümmte Fläche und bei den convexconcaven fallen beide hinter die Linse.

Rechnen wir nun bei der Bestimmung der Linsenbilder die Brennweiten sowie die Abstände der leuchtenden Punkte anstatt von den Scheiteln von den Hauptpunkten aus, so haben wir in unseren Gleichungen nur a und f zu verändern.

Nennen wir den Abstand des leuchtenden Punktes auf der Axe vom ersten Hauptpunkt a', und den Abstand des Hauptpunktes vom Scheitel b, so ist

$$a' = a - b$$

$$a = a' + b = a' + \frac{dr}{n(r'-r)+(n-1)d}.$$

Bezeichnen wir den Abstand des Brennpunktes vom zweiten Hauptpunkt mit f' und den des zweiten Hauptpunktes vom zweiten Scheitel mit b', so ist

$$f' = f - b' = f + \frac{dr'}{n(r'-r)+(n-1)d}.$$

Setzen wir diese Werthe von a und f' in unsere Gleichung für f, so wird dadurch zunächst

$$f' = \frac{narr' - r'd\{(n-1)a - r\}}{na(n-1)(r'-r) + (n-1)d\{(n-1)a - r\} - nrr'} + \frac{dr'}{n(r'-r)+(n-1)d}$$

worin a den oben angegebenen Werth hat. Bringen wir die beiden Glieder rechts auf gleiche Benennung, so findet man leicht nach einigen passend angebrachten Reductionen

$$f' = \frac{narr'[n(r'-r)+(n-1)d] - nrr'dr}{[na(n-1)(r'-r)+(n-1)d\{(n-1)a-r\} - nrr'][n(r'-r)+(n-1)d]}$$

Setzen wir nun hier hinein den Werth für a

$$a = \frac{a'\{n(r'-r)+(n-1)d\} + dr}{n(r'-r)+(n-1)d},$$

so erhält man nach einigen sehr leicht zu übersehenden Reductionen

$$f' = \frac{na'rr'}{(n-1)a'\{n(r'-r)+(n-1)d\} - nrr'}$$

für den Abstand des Brennpunktes auf der Axe vom zweiten Hauptpunkte, wenn der leuchtende Punkt um a' vom ersten Hauptpunkte entfernt ist.

Den Abstand des Brennpunktes von der Axe, wenn der leuchtende Punkt ausserhalb der Axe liegt, können wir ebenso durch a' wiedergeben, wir haben nur in

$$y = -\frac{nrr'}{na(n-1)(r'-r)+(n-1)d\{(n-1)a-r\} - nrr'} \cdot Y$$

a durch a' auszudrücken und erhalten dann

$$y = -\frac{nrr'}{(n-1)a'\{n(r'-r)+(n-1)d\} - nrr'} \cdot Y.$$

Wie man sieht, erhalten wir dann denselben Ausdruck für y

$$y = -\frac{f'}{a'} \cdot Y,$$

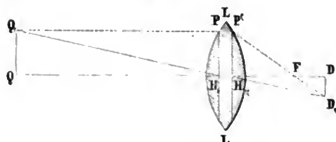
den wir unter Vernachlässigung der Linsendicke fanden, nur dass hier f' und a' von andern Punkten aus gerechnet sind.

Es ergibt sich daraus eine ganz analoge Construction für die ausser der Axe liegenden Brennpunkte wie vorhin, denn aus unserer Gleichung folgt

$$\frac{-y}{f'} = \frac{Y}{a'}$$

oder wenn wir den Winkel Q, H, Q (Fig. 62), welchen die Verbindungslinie des leuchtenden Punktes und des ersten Hauptpunktes mit der Axe bildet φ und den Winkel $D, H, D,$ den die Verbindungslinie des Brennpunktes und zweiten Hauptpunktes mit der Axe bildet, φ' nennen,

Fig. 62.



$$\tang \varphi' = \tang \varphi$$

$$\varphi' = \varphi$$

oder

$$Q, H, \parallel H,, D,.$$

Da nun jeder Punkt in der ersten Hauptebene ein in Bezug auf die Axe genau so liegendes Bild in der zweiten Hauptebene hat, so folgt, dass ein Strahl, der vor seinem Eintritte in die Linse nach einem bestimmten Punkte der ersten Hauptebene gerichtet ist, nach seiner Brechung in der Linse durch einen in Bezug auf die Axe ebenso gelegenen Punkt der zweiten Hauptebene geht. Der vor der Brechung in der Linse durch den ersten Hauptpunkt H' gehende Strahl geht daher nach seiner Brechung durch den zweiten Hauptpunkt, und der gebrochene Strahl $H,, D,$ ist dem einfallenden Strahl parallel.

Kennen wir daher die Lage der Hauptpunkte und den Brennpunkt D des Fusspunktes Q des von $Q,$ auf die Axe herabgelassenen Lothes Q, Q, so haben wir nur in D eine Senkrechte zu errichten, bis sie die durch den zweiten Hauptpunkt gelegte mit $Q, H,$ parallele $H,, D,$ trifft, um in dem Schneidepunkte $D,$ den Brennpunkt von $Q,$ zu erhalten.

Es bedarf nicht einmal der Kenntniss von f', um den Brennpunkt $D,$ zu finden, sondern kennt man die Lage des Hauptbrennpunktes F, so kann D auf rein constructivem Wege gefunden werden. Zunächst liegt $D,$ auf der mit $Q, H,$ durch den zweiten Hauptpunkt gezogenen parallelen Geraden. Ferner geht der mit der Axe parallele Strahl, der die erste Hauptebene in P trifft, nach seiner Brechung durch den ebenso gelegenen Punkt P' der zweiten Hauptebene und durch den Hauptbrennpunkt F. Dadurch ist die Richtung eines zweiten durch den Brennpunkt von $Q,$ gehenden Strahles gegeben; wo demnach die Gerade $P'F$ die Gerade $H,, D,$ trifft, ist der gesuchte Brennpunkt $D,$.

Die Lage des Hauptbrennpunktes ist nach unseren jetzigen Gleichungen leicht zu bestimmen. Nehmen wir anstatt des Werthes von f' seinen reciproken Werth, so erhalten wir

$$\frac{1}{f'} = (n-1)\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r'} + \frac{n-1}{nrr'} \cdot d\right) - \frac{1}{a'},$$

und da wir auch hier den Abstand des Hauptbrennpunktes F' vom zweiten Hauptpunkt erhalten, wenn wir $a' = \infty$ setzen, so wird

$$\frac{1}{F'} = (n-1)\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r'} + \frac{n-1}{nrr'} \cdot d\right)$$

und damit

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{F'} - \frac{1}{a'},$$

so dass dieselbe einfache Gleichung, welche uns bei Vernachlässigung der Linsendicke die Lage des Brennpunktes gab, auch hier uns zum Ziele führt, wobei nur zu beachten ist, dass hier die Abstände nicht von dem Mittelpunkte der Linse, sondern von den Hauptpunkten aus gerechnet sind. Bei der Einfachheit der Gleichungen indess, welche die Lage der Hauptpunkte bestimmen, bietet das Aufsuchen derselben durchaus keine Schwierigkeit.

32 **Sphärische Abweichung bei Linsen. Aplanatische und combinirte Linsen.** Wir haben in unserer Entwicklung über die Linsenbilder die Voraussetzung gemacht, dass alle von einem Punkte ausgehende Strahlen nach den Brechungen in beiden Linsenflächen in der That alle nach einem Punkte convergiren. Es ist dies jedoch ein idealer Fall, der in der Praxis niemals erreicht werden kann, da nur die Strahlen, welche der Axe unendlich nahe liegen, wirklich genau, und die, welche der Axe sehr nahe liegen, nahezu in einem Punkte vereinigt werden. Diejenigen Strahlen, welche näher dem Rande der Linse auftreffen, werden in einem andern Punkte hinter der Linse vereinigt, als die centralen Strahlen, welche mit der Axe nur kleine Winkel bilden. Den Abstand des Punktes, in welchem die Randstrahlen nach der Brechung sich schneiden von dem Brennpunkte der centralen Strahlen, nennt man die sphärische Längenabweichung.

Wenn man anstatt der angenäherten Ausdrücke des §. 28 die genauern anwendet, also nicht anstatt der Abstände des leuchtenden Punktes und Brennpunktes von dem Punkte, wo der einfallende Strahl die Fläche trifft, die Abstände vom Scheitel der brechenden Fläche einsetzt, so findet man, dass bei convexen Flächen die Brennweite der centralen Strahlen grösser ist, als diejenige der Randstrahlen. Nur wenn die einfallenden Strahlen nach dem Mittelpunkte der Kugel convergiren, vereinigen sie sich nach dem Durchtritt durch die Fläche, da sie ohne Brechung hindurchgehen, im Mittelpunkte der Kugel. Wird die Convergenz der einfallenden Strahlen noch stärker, so ist die Brennweite der Randstrahlen grösser als die der centralen. Bei concaven Flächen findet das Umgekehrte statt.

Die Abweichung hängt demnach bei einer gegebenen Fläche ab von der Lage des leuchtenden Punktes, von seinem Abstande von der Fläche.

Bei einem und denselben Abstande des leuchtenden Punktes hängt dieselbe ab von der Krümmung der Fläche, das heisst, je stärker dieselbe gekrümmt ist, je grösser der Winkel ist, den der zum Rande gezogene Radius mit der Axe bildet, um so grösser ist die Abweichung.

Wenden wir die Rechnungen auf ein System von Flächen, auf Linsen an, so ergibt sich, dass für die meisten Linsen, die biconvexen, planconvexen, biconcaven, planconcaven und convexconcaven die Brennweite der Randstrahlen immer kleiner ist als diejenige der Centralstrahlen. Bei den concavconvexen Linsen kann je nach dem Abstande des leuchtenden Punktes die Brennweite der Randstrahlen kleiner oder grösser sein als diejenige der centralen Strahlen, und es gibt für jede concavconvexe Linse, eine von dem Verhältniss der Krümmungsradien und der Brechungsverhältnisse des Mittels abhängige bestimmte Entfernung des leuchtenden Punktes, für welche die beiden Brennweiten gleich werden. Für diesen Fall nennt man die Linse aplanatisch.

Die Verschiedenheit der Brennweiten der Rand- und Central-Strahlen bewirkt, dass die durch die Linsen erzeugten Bilder an Undeutlichkeit leiden, indem der von dem Rande kommende Strahlenkegel den Brennpunkt der centralen Strahlen umgibt, und somit das Bild jedes einzelnen Punktes nicht ein einzelner Punkt, sondern ein kleiner Kreis ist. Diese Undeutlichkeit wird um so grösser, je grösser der Unterschied der Brennweiten ist, und da dieser zunimmt, je grösser der Winkel ist, den die nach dem Rande gezogenen Radien der Flächen mit der Axe bilden, um so grösser, je stärker die Krümmung der Linsenflächen oder je kleiner die Krümmungsradien derselben sind. Da nun die Brennweite um so kleiner wird, je kleiner die Krümmungsradien der Linse werden, so folgt, dass die sphärische Aberration um so grösser ist, je kleiner die Brennweite einer Linse ist.

Um diese Undeutlichkeit zu vermeiden, muss man entweder Linsen mit sehr kleinen Oeffnungen anwenden, bei der nur centrale Strahlen durch die Linse hindurchtreten, oder man muss anstatt einer Linse ein System von Linsen anwenden.

Sowie nämlich eine concav convexe Linse für eine bestimmte Entfernung des leuchtenden Punktes aplanatisch ist, so kann man durch eine passende Wahl der Linsenkrümmungen ein System von Linsen herstellen, welches fast gar keine Abweichung gibt, ein solches Linsensystem nennt man ein aplanatisches. Indess werden solche aplanatische Systeme selten angewandt, weshalb wir hier auf die ziemlich weitläufigen Rechnungen, welche doch nicht zu allgemeinen Sätzen führen, nicht eingehen wollen.

Ein einfacheres Mittel, um bei kurzen Brennweiten eine geringe Abweichung zu erhalten, ohne zugleich auf wenige centrale Strahlen be-

schränkt zu sein, ist die Anwendung einer Combination von mehreren Linsen grosser Brennweite anstatt einer Linse kleiner Brennweite.

Haben wir nämlich eine Anzahl Linsen, deren Hauptbrennweiten F', F'', F''' .. sind, und lassen wir nach einander den von einem Punkt ausgehenden Strahlenkegel durch die unmittelbar aneinander liegenden Linsen hindurchgehen, so werden die Strahlen nach dem Austritt aus der letzten Linse wieder in einem Punkte vereinigt, und zwar so, als seien sie durch eine Linse gegangen, deren Hauptbrennweite F gegeben ist durch

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{F'} + \frac{1}{F''} + \frac{1}{F'''} \ldots$$

Ist nämlich der Abstand des leuchtenden Punktes von der ersten Linse a, so ist

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{F'} - \frac{1}{a}.$$

Es ist nun das von der ersten Linse erzeugte Bild das leuchtende Object für die zweite und somit, wenn die Linsen unmittelbar aneinander liegen, — f' der Abstand des leuchtenden Bildes von der zweiten Linse. Das von der zweiten Linse entworfene Bild liegt daher in einem Abstande f''

$$\frac{1}{f''} = \frac{1}{F''} + \frac{1}{f'} = \frac{1}{F'} + \frac{1}{F''} - \frac{1}{a}.$$

Für die dritte Linse wird

$$\frac{1}{f'''} = \frac{1}{F'''} + \frac{1}{f''} = \frac{1}{F'} + \frac{1}{F''} + \frac{1}{F'''} - \frac{1}{a}.$$

Haben alle Linsen gleiche Brennweite, so würde der Effect einer so hergestellten Combination von n Linsen derselbe sein, als hätte man eine Linse angewandt, deren Brennweite wäre

$$F = \frac{F'}{n}.$$

Liegen die Linsen nicht unmittelbar an einander, sondern in Abständen D, D' . . ., so würden unsere Ausdrücke etwas complicirter, indess auch dann können wir sehr einfache Gleichungen aufstellen, indem wir ähnlich wie bei einer Linse die Hauptpunkte des Linsensystemes aufsuchen und von diesen aus die verschiedenen Entfernungen rechnen.

Für eine Linse haben wir auch nach unseren vollständigern Formeln

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{F'} - \frac{1}{a},$$

nennen wir nun den Abstand des ersten Hauptpunktes der zweiten vom zweiten Hauptpunkt der ersten Linse D, so erhalten wir für den Abstand des Bildes von dem zweiten Hauptpunkt der zweiten Linse

$$\frac{1}{f''} = \frac{1}{F''} + \frac{1}{f' - D} = \frac{1}{F''} + \frac{a - F'}{a(F' - D) + DF'},$$

und daraus

$$f'' = \frac{F''(aF' - aD + DF')}{a(F' + F'' - D) + DF' - F'F''}.$$

Liegt nun der leuchtende Punkt, von dem unsere Combination von zwei Linsen ein Bild entwerfen soll, um Y von der Axe entfernt, so ist der Abstand des durch die erste Linse entworfenen Bildes von der Axe y'

$$y' = -\frac{f'}{a} \cdot Y = -\frac{F'}{a - F'} \cdot Y.$$

Von diesem Bilde entwirft nun die zweite Linse ein Bild, dessen Abstand von der Axe ist y''

$$y'' = -\frac{f''}{-(f' - D)} \cdot y' = \frac{f''}{f' - D} \cdot y',$$

und setzen wir hier die Werthe von f'', $f' - D$, y' ein, so erhalten wir für den Abstand des durch die Combination entworfenen Bildes im Verhältniss zum Abstande Y des leuchtenden Punktes von der Axe

$$y'' = -\frac{F' \cdot F''}{a(F' + F'' - D) + DF' - F' \cdot F''} \cdot Y.$$

Wir definiren nun die Hauptpunkte des Linsensystems gerade wie die der Linse. Der zweite ist das Bild des ersten und in der zweiten Hauptebene muss das Bild eines in der ersten Hauptebene liegenden Punktes eben so weit und nach derselben Seite von der Axe liegen. Es muss demnach

$$\frac{y''}{Y} = 1$$

oder

$$-\frac{F'F''}{a(F' + F'' - D) + DF' - F'F''} = 1.$$

Für den Abstand des ersten Hauptpunktes des Systems von dem ersten Hauptpunkt der ersten Linse erhalten wir dann

$$a = -\frac{DF'}{F' + F'' - D}$$

und für den Abstand des zweiten Hauptpunktes von dem zweiten Hauptpunkt der zweiten Linse

$$f'' = -\frac{DF''}{F' + F'' - D}.$$

Rechnen wir nun die Entfernungen auf der Axe und die des leuchtenden Punktes vom ersten Hauptpunkte des Systems, des Bildes vom zweiten Hauptpunkte des Systems und bezeichnen die Abstände mit α und φ, so findet man durch Rechnungen, die denen des vorigen Paragraphen ganz analog sind

$$\varphi = \frac{\alpha \cdot F'F''}{\alpha(F' + F'' - D) - F'F''}$$

und

$$y'' = -\frac{F' \cdot F''}{\alpha(F' + F'' - D) - F' \cdot F''} \cdot Y = -\frac{\varphi}{\alpha} \cdot Y.$$

Wenn wir demnach die Hauptpunkte des Systems bestimmt haben, können wir den Bildpunkt einer Combination durch eben dieselbe Construction erhalten wie bei einer einzelnen Linse.

Nehmen wir anstatt φ seinen reciproken Werth, so wird

$$\frac{1}{\varphi} = \frac{1}{F'} + \frac{1}{F''} - \frac{D}{F' \,.\, F''} - \frac{1}{\alpha}$$

und die Hauptbrennweite der Combination für $\alpha = \infty$

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{F'} + \frac{1}{F''} - \frac{D}{F' \,.\, F''}$$

und schliesslich

$$\frac{1}{\varphi} = \frac{1}{F} - \frac{1}{\alpha}; \quad y'' = -\frac{\varphi}{\alpha} Y.$$

In gleicher Weise können wir unsere Rechnung auf 3, 4 . . . n Linsen ausdehnen, und werden schliesslich zu ganz analogen Ausdrücken und Constructionen kommen, um den Brennpunkt eines leuchtenden Punktes zu erhalten. Man kann sich daher sehr bequem zur Vermeidung der Abweichung wegen der Kugelgestalt bei kurzen Brennweiten anstatt einer Linse starker Krümmung eines Systems von Linsen schwacher Krümmung bedienen. Man kann dann Linsen von grösserm Durchmesser nehmen, und erhält Bilder, welche eine grössere Helligkeit besitzen, als bei Anwendung einer Linse von kurzer Brennweite, bei der alle ausser den centralen Strahlen abgeblendet sind.

33 **Chromatische Abweichung. Achromatische Linsen.** Bei den durch einfache Linsen erzeugten Bildern tritt noch eine andere Undeutlichkeit der Bilder ein, welche darin ihren Grund hat, dass das Licht verschiedener Farben eine verschiedene Brechbarkeit hat. Wir hatten für f

$$\frac{1}{f} = (n - 1)\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r'}\right) - \frac{1}{a}$$

und es folgt daraus, dass je grösser n ist, um so kleiner f ist. Da nun der Brechungsexponent von dem rothen nach dem violetten Ende des Spectrums immer grösser wird, so folgt, dass die violetten Strahlen ihren Brennpunkt am nächsten bei der Linse haben, und dass derjenige der rothen Strahlen am weitesten entfernt ist. Man kann sich leicht davon überzeugen, indem man ein Bündel Sonnenstrahlen durch eine Sammellinse treten lässt und den convergenten Strahlenkegel auf einem Schirme auffängt. Bei jeder Entfernung, welche kleiner ist, als die nach unseren Ausdrücken berechnete Brennweite für Strahlen mittlerer Brechbarkeit erhält man auf dem Schirm einen weissen Kreis, der von einem rothen Rande umgeben ist, in Abständen, die grösser sind, als die mittlere Brennweite, dagegen einen weissen Kreis der von einem blau violetten Rande umgeben ist. Dadurch wird bewiesen, dass der violette Strahlenkegel stärker convergirt, als der rothe, denn anfangs wird der violette

Strahlenkegel vom rothen, später der rothe Strahlenkegel vom violetten umhüllt.

Diese Abweichung, welche natürlich auch bei einer Linsencombination stattfindet, wie wir sie im vorigen Paragraphen betrachtet haben, wirkt bei Linsen von starker zerstreuender Kraft viel störender als die Abweichung wegen der Kugelgestalt; sie kann indess ebenso mittels einer passenden Combination von Linsen aufgehoben werden.

Da die chromatische Abweichung darin ihren Grund hat, dass nach dem Durchtritt durch die Linse die violetten Strahlen stärker convergiren, als die rothen Strahlen, so kann sie dadurch aufgehoben werden, dass man die Strahlen durch eine zweite Linse hindurchtreten lässt, welche die Strahlen weniger convergent macht, also durch eine Zerstreuungslinse, welche dann die violetten Strahlen stärker bricht als die rothen Strahlen. Da aber mit der Aufhebung der chromatischen Abweichung nicht die Wirkung der Linse aufgehoben werden soll, so muss die zweite Linse einen ebenso grossen Unterschied zwischen den Brennweiten der rothen und violetten Strahlen haben, ohne dass die Brennweiten selbst die gleiche Grösse bei entgegengesetztem Vorzeichen haben. Wir müssen daher, wenn wir eine achromatische Sammellinse herstellen wollen, dieselbe aus einer convexen und einer concaven Linse zusammensetzen, deren letztere bei einer grössern negativen Brennweite den gleichen Unterschied zwischen den Brennweiten der rothen und violetten Strahlen besitzt.

Für die Lage des Brennpunktes, wenn das Licht durch eine Combination zweier Linsen hindurchgegangen ist, welche sich unmittelbar berühren, erhielten wir

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{F'} + \frac{1}{F''} - \frac{1}{a}.$$

Bezeichnen wir nun durch f_r, F'_r, F''_r den Abstand des Brennpunktes der rothen Strahlen von der zweiten Linse, resp. die Hauptbrennweiten der rothen Strahlen für die erste und zweite Linse, so haben wir

$$\frac{1}{f_r} = \frac{1}{F'_r} + \frac{1}{F''_r} - \frac{1}{a}$$

und analog für die violetten Strahlen

$$\frac{1}{f_v} = \frac{1}{F'_v} + \frac{1}{F''_v} - \frac{1}{a}.$$

Die Bedingung der Achromasie ist nun, dass die rothen und violetten Strahlen in gleichen Abständen von den Linsen vereinigt werden, ohne dass jedoch die Linse aufhört, als Linse zu wirken. Es muss daher

$$\frac{1}{f_r} = \frac{1}{f_v}.$$

Die erste Lösung dieser Aufgabe würde sein

$$F'_r = - F''_r,\quad F'_v = - F''_v,$$

also die Zusammensetzung zweier Linsen, von denen die zweite eine ebenso grosse negative Brennweite hat, als die erste eine positive besitzt; da aber dann die Linsencombination aufhört als Linse zu wirken, so würde diese Lösung der zweiten Bedingung der Aufgabe nicht Genüge leisten.

Die andere Lösung ist

$$\frac{1}{F'_r} + \frac{1}{F''_r} = \frac{1}{F'_v} + \frac{1}{F''_v},$$

ohne dass obige Bedingung erfüllt wird. Das ist nur dann möglich, wenn die Substanzen verschiedene Brechungsvermögen und verschiedene zerstreuende Kräfte besitzen.

Sind die Brechungsexponenten der Substanz des ersten Prismas n'_r und n'_v, derjenigen des zweiten n''_r und n''_v und die Krümmungsradien der vier Flächen $r' r'' r''' r^{IV}$, so heisst obige Bedingung

$$(n'_r - 1)\left(\frac{1}{r'} - \frac{1}{r''}\right) + (n''_r - 1)\left(\frac{1}{r'''} - \frac{1}{r^{IV}}\right) = (n'_v - 1)\left(\frac{1}{r'} - \frac{1}{r''}\right) + (n''_v - 1)\left(\frac{1}{r'''} - \frac{1}{r^{IV}}\right).$$

Die gestellte Aufgabe kann nun eine doppelte sein, entweder kann man verlangen, zu einer gegebenen Linse eine zweite aus einer gegebenen Substanz herzustellen, welche mit der ersten zusammen eine achromatische Combination macht, oder es soll aus zwei gegebenen Substanzen eine achromatische Combination hergestellt werden. So gestellt sind aber für beide Aufgaben noch sehr viele Lösungen möglich.

Denn unsere die Bedingung der Achromasie ausdrückende Gleichung hat 8 Grössen; die erste Aufgabe gibt deren 6, nämlich n'_r, n'_v, n''_r, n''_v, r' und r'', die beiden noch übrigen Grössen r''' und r^{IV} lassen sich aber aus der einen Gleichung nicht bestimmen, es lässt sich daraus nur die Brennweite der zweiten Linse bestimmen, die dann noch sehr viele Formen haben kann. Die Aufgabe wird erst bestimmt, wenn über eine der beiden Grössen r''' oder r^{IV} noch eine Bedingung hinzugefügt wird, etwa dass $r''' = r''$ werden soll oder irgend eine andere.

Bei der zweiten Aufgabe, wo die Brennweite der Combination gegeben ist, zerfällt die Gleichung in zwei

$$(n'_r - 1)\left(\frac{1}{r'} - \frac{1}{r''}\right) + (n''_r - 1)\left(\frac{1}{r'''} - \frac{1}{r^{IV}}\right) = \frac{1}{F}$$

$$(n'_v - 1)\left(\frac{1}{r'} - \frac{1}{r''}\right) + (n''_v - 1)\left(\frac{1}{r'''} - \frac{1}{r^{IV}}\right) = \frac{1}{F}$$

wenn wir mit F die Brennweite der Combination bezeichnen, in denen von den 8 Grössen 4 zu bestimmen sind. Auch dann müssen demnach, um die Aufgabe vollkommen bestimmt zu machen, noch 2 Bedingungen gegeben sein, welche zwei andere Relationen zwischen den 4 unbekannten Grössen geben. Eine leicht zu erfüllende Bedingung ist z. B.

die, dass das Linsensystem zugleich ein aplanatisches sein soll, wenn auch die Rechnungen ziemlich complicirt werden.

Sehr leicht lassen sich die Rechnungen durchführen, wenn man z. B. die Bedingung macht, dass die erste Linse eine biconvexe sein soll, deren zweite Fläche einen halb so grossen Krümmungsradius hat als die erste, und dass der Radius der ersten Fläche der zweiten Linse gleich sein soll dem der zweiten Fläche der ersten Linse, also

$$r' = -2r'' = -2r'''.$$

Berechnen wir für diesen Fall eine achromatische Combination aus Crownglas No. 9 und Flintglas No. 13, deren Brennweite $F = 500$ Millimeter ist, so haben wir

$$n'_r = 1{,}5258 \qquad n''_r = 1{,}6277$$
$$n'_v = 1{,}5465 \qquad n''_v = 1{,}6710$$

und unsere beiden Gleichungen werden

$$0{,}5258\left(\frac{1}{r'} + \frac{2}{r'}\right) + 0{,}6277\left(-\frac{2}{r'} - \frac{1}{r^{IV}}\right) = \frac{1}{500} = 0{,}002$$
$$0{,}5465\left(\frac{1}{r'} + \frac{2}{r'}\right) + 0{,}6710\left(-\frac{2}{r'} - \frac{1}{r^{IV}}\right) = \frac{1}{500} = 0{,}002.$$

Durch Subtraction beider Gleichungen erhalten wir

$$0{,}0207\left(\frac{1}{r'} + \frac{2}{r'}\right) + 0{,}0433\left(-\frac{2}{r'} - \frac{1}{r^{IV}}\right) = 0$$
$$\frac{0{,}0207}{0{,}0433}\left(\frac{1}{r'} + \frac{2}{r'}\right) = \frac{2}{r'} + \frac{1}{r^{IV}}$$
$$\left(\frac{621}{433} - 2\right)\frac{1}{r'} = \frac{1}{r^{IV}} = -\frac{0{,}5659}{r'}.$$

Setzen wir diesen Werth von r^{IV} in eine unserer beiden Gleichungen ein, so erhalten wir z. B. aus der ersten

$$0{,}5258 \cdot \frac{3}{r'} - 0{,}6277\,\frac{2 - 0{,}5659}{r'} = 0{,}002$$
$$r' = 338{,}6^{mm}$$

und daraus

$$r^{IV} = -\frac{1}{0{,}5659} \cdot r' = -1{,}767\, r' = -598{,}3^{mm}$$

und

$$r'' = r''' = -\frac{r'}{2} = -169{,}3^{mm}.$$

Fig. 63 stellt diese Linse im Maassstabe 0,1 dar, das heisst es ist anstatt $F = 500^{mm}$ $F = 50^{mm}$ angenommen.

Die Brennweiten der einzelnen Linsen für Strahlen mittlerer Brechbarkeit sind dann

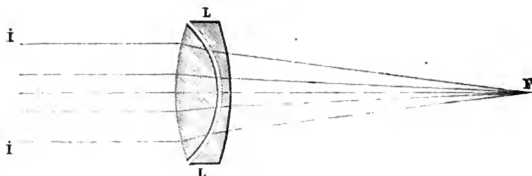
$$F' = 210{,}28 \quad F'' = -363{,}43.$$

Daraus berechnet sich dann die Brennweite der Combination

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{210{,}28} - \frac{1}{363{,}43} = 0{,}0047 - 0{,}0027 = 0{,}002$$
$$F = 500^{mm}.$$

Es ist zu bemerken, dass diese Combination auch eine nahezu aplanatische ist.

Fig. 63.



Sowie zwei Prismen nicht ein vollkommen achromatisches Prisma liefern können, so können 2 Linsen ebenfalls keine achromatische Combination liefern, da, wenn in beiden auch die Abstände der Brennweiten für roth und violett ganz gleich sind, sie es doch nicht für die übrigen Farben sind. Es treten deshalb sekundäre Farbensäume auf, zu deren Fortschaffung es noch einer oder mehrerer Linsen bedarf. Meist begnügt man sich indess mit einer Combination zweier Linsen.[1])

Drittes Kapitel.

Von der Absorption, der Fluoreszenz und den chemischen Wirkungen des Lichtes.

34 **Absorption des Lichtes in festen und flüssigen Körpern.** In dem vorigen Kapitel haben wir zwei Gruppen von Erscheinungen betrachtet, welche bei der gestörten Fortpflanzung des Lichtes sich darbieten, und die vorzugsweise in einer Aenderung der Fortpflanzungsrichtung und der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes bestanden. Bei den Reflexionserscheinungen nahmen wir an, dass das Licht von der Oberfläche der Körper zurückgeworfen werde, und bei der Brechung, dass das durch die erste Fläche in ein begrenztes Mittel eindringende

---

[1]) Vollständigere Behandlung der Brechung in centrirten Systemen kugelförmiger Flächen siehe:

Gauss. Dioptrische Untersuchungen in den Abhandlungen der kgl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen. Thl. 1. 1841.

Bessel. Ueber die Grundformeln der Dioptrik in Schuhmacher Astronom. Nachrichten. Bd. 18. No. 415. Febr. 1841.

Möbius. Crelle's Journal für reine und angewandte Mathematik. Bd. V. 1830.

Licht an der zweiten Fläche das Mittel wieder vollständig verlasse, wenn auch nicht, wie bei den Prismen, alles nach derselben Richtung. Oder nach der Wellentheorie zu sprechen; wir betrachteten bei der Reflexion nur die von der Grenzfläche in das erste Mittel zurückkehrenden Wellen und nahmen bei der Brechung an, dass die in das zweite Mittel übergegangene Wellenbewegung sich ungehindert durch das zweite Mittel fortpflanze.

Ausser der regelmässigen Reflexion erwähnten wir damals bereits eine andere Art der Zurückwerfung, die unregelmässige oder zerstreuende, welche von der regelmässigen sich zunächst dadurch unterschied, dass wir durch sie nicht Bilder der den Körper beleuchtenden Lichtquelle erhielten, sondern den Körper selbst wahrnehmen konnten. Den Grund dieser Thatsache erkennen wir leicht eben in der Unregelmässigkeit der Zurückwerfung. Auch die glatteste Oberfläche eines Körpers ist keine Ebene, bei keiner sind alle Flächenelemente gleich gerichtet, wenn auch, je glatter eine Oberfläche ist, um so mehr Flächenelemente mit der als geometrische Begrenzung des Körpers betrachteten Fläche zusammenfallen.

Von den nicht mit der geometrischen Grenzfläche zusammenfallenden Flächenelementen wird nun auch das Licht nach andern Richtungen zurückgeworfen, und da die Einfallslothe dieser unregelmässig geordneten Elemente alle möglichen Richtungen haben können, so wird das Licht von diesen auch nach allen möglichen Richtungen zurückgeworfen. Diese nach allen möglichen Richtungen zurückgeworfenen Strahlen convergiren nun nicht nach denselben Punkten, nach welchen die regelmässig zurückgeworfenen Strahlen convergiren, sondern nach den verschiedenen Elementen der Fläche selbst, und da wir den Convergenzpunkt eines unser Auge treffenden Strahlenkegels als den Ausgangspunkt der Lichtstrahlen ansehen, scheinen uns die Oberflächen der Körper selbst das Licht auszusenden. Die sämmtlichen von den einzelnen Punkten der Fläche ausgehenden Strahlenkegel bewirken daher ebenso, dass wir den Körper selbst sehen, wie wir in den Convergenzpunkten der regelmässig zurückgeworfenen Strahlen das Bild der Lichtquelle erhalten.

Dies ist auch der Grund, weshalb der Körper selbst um so weniger sichtbar ist, je mehr Licht er regelmässig zurückwirft, je mehr Flächenelemente mit der geometrischen Grenzfläche zusammenfallen.

Bei der Zerstreuung des Lichtes fällt uns aber sofort noch eine andere Thatsache auf, welche uns zwingt, doch einen Unterschied zwischen der unregelmässigen und regelmässigen Zerstreuung zu machen, es ist die Erscheinung, dass die verschiedenen Körper uns in immer anderer von der des auf sie fallenden Lichtes verschiedenen Farbe erscheinen.

Eine solche Aenderung der Farbe findet bei der regelmässigen Reflexion nicht statt, oder doch nur in so unbedeutendem Maasse, dass wir die Farbe der reflectirten Strahlen als merklich gleich derjenigen des auffallenden Lichtes ansehen können; die durch die diffus zurückgeworfenen Strahlen dagegen sichtbaren Körper erscheinen im weissen Lichte farbig und im einfarbigen Lichte hell oder dunkel; nur wenige Körper gibt es, welche im weissen Lichte weiss und in jedem farbigen Lichte hell in der Farbe des Lichtes erscheinen.

Die diffuse Reflexion ändert jedoch die Farbe des Lichtes nicht in der Art, dass sie Licht bestimmter Farbe in anderer Farbe zurückwirft, sie ändert sie nur insoweit, dass sie nicht alles Licht, welches den Körper trifft, wieder zurücksendet. Man überzeugt sich davon schon dadurch, dass ein Körper nur farbig erscheint, wenn er von weissem Lichte getroffen wird, dass er aber im einfarbigen hell erscheint, wenn das ihn treffende Licht mit ihm gleichgefärbt ist, dagegen dunkel oder schwarz, wenn das Licht eine andere Farbe besitzt. Ein sehr einfacher Versuch liefert dafür einen überzeugenden Beweis. Wirft man das durch ein Prisma erzeugte Spectrum direct auf einen farbigen Körper, so erscheinen diejenigen Farben, welche die im weissen Licht sichtbare Farbe des Körpers zusammensetzen, hell und glänzend, während die Theile des Spectrums, denen keine Farbe in der des Körpers entspricht dunkel sind; auf hochrothem Papier erscheinen meist die blauen und violetten Theile des Spectrums dunkel, auf mit Ultramarin gefärbtem dagegen die rothen und gelben.

Diejenigen Strahlen, welche die dunkel bleibenden Particen des Spectrums ausmachen, werden offenbar nicht zurückgeworfen, sie werden vom Körper absorbirt; die Farbe, in welcher er im weissen Lichte erscheint, ist daher die aus den übrigbleibenden zusammengesetzte.

Es gibt keinen Körper, welcher gar keine der auf ihn fallenden Farben zurücksendet, ein solcher Körper würde vollkommen schwarz erscheinen, so wie es auch wohl keinen Körper gibt, der alle farbigen Strahlen ohne Schwächung oder alle gleichmässig geschwächt zurückstrahlt; ein solcher Körper würde vollkommen weiss sein.

Die Absorption erstreckt sich somit auf alle Strahlen, aber auf alle Strahlen in verschiedener Stärke; diejenigen, welche am stärksten absorbirt werden, fehlen in dem von den Körpern zurückgegebenen Lichte, die Körper erscheinen daher in der dieser fehlenden complementären Farbe.

Die Farbe der Körper ist daher in den seltensten Fällen eine homogene, sondern fast immer eine Mischfarbe, indem, soweit die Erfahrung reicht, kein Körper Licht nur einer Wellenlänge reflectirt. Ausser durch den so eben erwähnten Versuch kann man sich davon überzeugen, wenn man einen schmalen Streifen eines Körpers durch ein

Prisma betrachtet, dessen brechende Kante mit der Längsrichtung des Streifens parallel ist. Der Streifen erscheint dann immer verbreitert und als ein theilweises Spectrum.

Nach der Erklärung der Reflexion in der Wellenlehre muss diese Erscheinung zunächst sehr auffallend und fast mit den Principien derselben im Widerspruch erscheinen. Denn wir sahen, dass nothwendiger Weise jede an der Grenze zweier Mittel ankommende Wellenbewegung, wenn die Mittel verschiedene Dichtigkeit oder Elasticität besitzen, zu zwei Wellenbewegungen Anlass ist, von denen die eine in das zweite Mittel übergeht, die andere in das erste Mittel zurückkehrt. Wenn demnach im weissen Lichte ein ganzes System verschiedener Wellen an der Oberfläche eines Körpers ankommt, so muss jede der ankommenden Wellen auch zu einer reflectirten Anlass geben. Indess fällt diese Schwierigkeit fort, wenn wir annehmen, dass die Reflexion nicht nur an der Grenzfläche auftritt, sondern dass im zerstreuten Lichte auch solche Strahlen in das erste Mittel zurückkehren, welche an tiefern Schichten im Innern des Körpers reflectirt werden, welche also eine Schicht des Körpers durchlaufen haben.

An dem Lichte nämlich, welches durch durchsichtige Körper hindurchgegangen ist, nehmen wir etwas ganz ähnliches wahr, auch von diesem wird im Innern der Körper immer ein Antheil des Lichtes absorbirt, und die meisten absorbiren das verschieden farbige Licht in verschiedenem Maasse und erscheinen dadurch gefärbt.

Man kann die Absorption des Lichtes beim Durchtritt durch farbige Substanzen sehr gut an mit Kobalt gefärbtem blauen Glase untersuchen. Wird ein Glas mit nur wenig Kobalt gefärbt, so ist es bei der Dicke einer gewöhnlichen Fensterscheibe noch fast ungefärbt und weiss. Bringt man ein solches Glas vor den Spalt im Fensterladen eines dunkeln Zimmers und untersucht das durchgelassene Licht mit dem Prisma, so treten in dem Spectrum noch alle Farben auf, wenn auch schwächer an Intensität als in dem direct von den Strahlen entworfenen Spectrum. Nimmt man aber immer dickere Platten, so wird das durchtretende Licht hauptsächlich aber die mittlern Theile des Spectrums mehr und mehr geschwächt, und bei hinreichend dicker Platte besteht das Spectrum aus zwei durch einen ganz dunkeln Raum getrennten Theilen, einem schwächern rothen und einem breitern und hellern blauen Streifen.

Die gelben und grünen Strahlen werden daher beim Durchtritte durch das Glas stärker geschwächt als die blauen und rothen, daher rührt die blau violette Färbung des durch ein solches Glas gegangenen Lichtes. Aehnliches gilt von allen durchsichtigen Körpern; alle schwächen das Licht und alle schwächen das verschieden gefärbte Licht in verschiedenem Maasse.

Bei hinreichender Dicke färben sie daher alle das durch sie hin-

durchtretende Licht, es fehlt in dem davon entworfenen Spectrum ein Theil. Selbst reines destillirtes Wasser färbt bei einer Dicke der Schicht von zwei Metern nach den Versuchen von Bunsen[1]) das Licht schwach blau.

Wie das farbig zurückgeworfene Licht, so ist auch das durchgelassene Licht niemals homogen, keine Substanz erstreckt also die Absorption auf alle Farben ausser einer; das durchgelassene Licht ist also stets eine Mischfarbe, wenn auch sein Ansehen sich dem einer spectralen Farbe fast ganz gleich stellt. Es gibt jedoch einige, welche fast homogenes Licht liefern, so rothes mit Kupfer gefärbtes Glas.

Wenn auch die Absorption stetig mit der Dicke des absorbirenden Mittels zunimmt, so kann doch Licht, welches eine Schicht von ziemlich homogener Farbe durchdrungen hat, viel mächtigere Schichten derselben Substanz ohne merkliche Schwächung durchlaufen. Wenn dagegen Licht, welches ein Mittel durchlaufen hat, auf ein zweites trifft, welches vorzugsweise anderes Licht durchlässt, so wird es sehr viel stärker geschwächt. Es ist eine bekannte Erfahrung, dass eine Combination eines rothen und grünen Glases fast gar kein Licht durchlässt, während jedes einzelne derselben das Licht nur sehr wenig schwächt.

Mit Hülfe dieser Erfahrungen über die Absorption beim Durchgange des Lichtes durch durchsichtige Körper erklären sich die Farben der Körper im reflectirten Lichte unmittelbar durch die Annahme, dass im zerstreuten Lichte nicht nur von der Oberfläche, sondern auch aus einer gewissen Tiefe Licht zurückkehrt; dieses hat eine Schicht des Körpers zweimal durchlaufen, und in dieser sind die fehlenden Farben zurückgehalten worden. Die regelmässige Reflexion findet nur oder doch hauptsächlich an der Oberfläche statt, indem eine Glättung des Körpers nur die oberflächlichen Elemente beeinflussen kann, während die mehr im Innern liegenden Elemente alle möglichen Lagen besitzen. Die Reflexion der zerstreuten Strahlen findet dagegen vorwiegend an den Elementen des Körpers statt, welche unter der Oberfläche liegen, deshalb bei ihnen die Färbung, welche bei der regelmässigen Reflexion fehlt.

Die Annahme einer Reflexion im Innern der Körper widerspricht nicht dem in den Principien der Wellenbewegung (§. 126 I.) bewiesenen Satze, dass eine Reflexion im Innern eines und desselben Mittels nicht eintreten kann. Denn die Reflexion des Lichtes findet auch an den Elementen des Körpers statt, während die Wellenbewegung des Lichtes in den diese umlagernden Aethermolekülen ihren Sitz hat. Die Körpertheile verhalten sich daher der Wellenbewegung des Lichtes gegenüber wie ein anderes Mittel, und es können im Innern des Körpers ebenso gut Reflexionen stattfinden wie an der Oberfläche.

---

[1]) Bunsen. Liebigs Annalen Bd. LXII.

Die Erklärung der Farben der Körper setzt eine gewisse Durchsichtigkeit derselben voraus, eine Voraussetzung, welche ebenfalls mit unseren Erfahrungen im Einklang ist, nach denen auch die dichtesten Körper in hinreichend dünnen Schichten durchsichtig werden. Bei totalen Reflexionen kann daher eine Färbung nicht auftreten, es kann dann nur die Farbe der Beleuchtung reflectirt werden und der Körper heisst dann weiss. Diese totale Reflexion tritt nur ein, wenn das Licht aus einem dichtern durchsichtigen Mittel an der Grenze eines dünnern ankommt; soll sie nach allen Richtungen geschehen, so müssen beide Medien häufig mit einander abwechseln. Weisse Körper sind daher innige Gemenge von zwei durchsichtigen Mitteln, welche recht verschieden das Licht brechen. So bildet Luft und Wasser innig gemengt Schaum und Wolken, Luft und Eis den blendend weissen Schnee. Dagegen wird der undurchsichtige weisse Hydrophan im Wasser durchsichtig und farblos, weil die Poren desselben anstatt mit Luft mit Wasser angefüllt werden, das mit der Substanz des Hydrophanes gleiches Brechungsvermögen besitzt.[1])

Nach dem vorigen wird das Licht nur im Innern der Körper zurückgehalten; da nun bei dem Durchstrahlen eines Körpers das Licht um so mehr geschwächt wird, je dicker die Schicht ist, so fragt es sich, nach welchem Gesetze die Schwächung des Lichtes erfolgt, wenn die durchstrahlte Schicht ihre Dicke ändert. Die einfachste und naturgemässeste Annahme dafür ist die, dass Schichten gleicher Dicke unter denselben Umständen immer den gleichen Bruchtheil des sie treffenden Lichtes verschlucken.[2]) Diese Annahme ist die gleiche mit derjenigen, dass ein und derselbe Körper unter denselben Umständen von einer ihn treffenden Lichtmenge eine der Intensität des Lichtes proportionale Menge absorbire, dass also, wenn man mit J die Menge des einfallenden, mit J' die Menge des absorbirten Lichtes bezeichnet, allgemein

$$\frac{J'}{J} = A$$

gleich einer constanten Grösse sei. Diese Annahme ist mehrfach durch photometrische Messungen geprüft und neuerlichst durch die Messungen Bunsens[3]) auf das ausreichendste bestätigt worden.

Fällt nun auf die Grenzfläche eines Körpers eine Lichtmenge M einer bestimmten Farbe, so wird in einer Schicht dieses Körpers von der Dicke 1 eine bestimmte Quantität zurückgehalten; ist x ein echter Bruch, so wird daher aus dieser Schicht die Lichtmenge $M.x$ an der andern

---

[1]) Dove. Farbenlehre p. 153. Berlin 1853.

[2]) Herschel. On Light. Art. 488.

[3]) Bunsen und Roscoe. Poggend. Ann. Bd. CI.

Seite hervortreten, und die Vorderfläche der zweiten Schicht des Körpers treffen. In der zweiten Schicht wird dann von der sie treffenden Lichtmenge derselbe Bruchtheil zurückgehalten, in dieser wird also die Lichtmenge Mx auf $x \,.\, Mx = Mx^2$ geschwächt. In der dritten Schicht von der Dicke 1 wird dann die ihre Vorderfläche treffende Lichtmenge Mx^2 in demselben Verhältnisse geschwächt, sie wird $Mx^2 \,.\, x = Mx^3$. Besitzt der Körper n Schichten von der Dicke 1, so wird hiernach die Intensität des ihn verlassenden Lichtes sein $M \,.\, x^n$ und die Menge des absorbirten Lichtes $M\,(1 - x^n)$. Es ergibt sich demnach aus jener Annahme der Satz, dass die durch einen Körper hindurchdringende Lichtmenge in einer geometrischen Reihe abnimmt, wenn die Dicke des Körpers in arithmetischer Reihe zunimmt.

Die vorhin angeführten Erfahrungen über die Farben der Körper zeigen nun, dass die Grösse x, welche wir als den Schwächungscoefficienten des Lichtes bezeichnen wollen, abhängt von der Substanz des absorbirenden Körpers und von der Farbe des Lichtes. Für Licht einer und derselben Farbe hat x verschiedene Werthe je nach der Natur der absorbirenden Körper, für ein und denselben Körper je nach der Farbe des Lichtes. Wird daher ein Körper von einer gewissen Menge zusammengesetzten Lichtes getroffen, in welcher die Mengen $M_{,}$, $M_{,,}$, $M_{,,,}$ . . . . M_m verschiedener Lichtarten vorhanden sind, so wird das eine Schicht von der Dicke n verlassende Licht dargestellt sein durch die Summe

$$M_{,}x_{,}^{n} + M_{,,}x_{,,}^{n} + M_{,,,}x_{,,,}^{n} + \,.\,.\,.\,.\,.\, M_m x_m^{n}.$$

Die Farbe dieses Lichtes ist die aus der Zusammensetzung der einzelnen Bestandtheile resultirende.

Sind bei einem Körper die Werthe der verschiedenen x nur wenig von einander verschieden, so dass nahezu

$$x_{,} = x_{,,} = x_{,,,} \,.\,.\,.\,. = x_n,$$

so werden durch diesen Körper alle Farben nahezu gleich geschwächt; jene Summe geht über in

$$(M_{,} + M_{,,} + M_{,,,} + \,.\,.\,.\,.\,.\, M_m)x^n,$$

es tritt durch die Absorption keine bemerkbare Aenderung der Farbe, sondern nur eine Schwächung des Lichtes im Verhältnisse $1 : x^n$ ein.

Diese Beziehung des Werthes von x stellt demnach die sogenannten farblosen oder weissen Körper dar, diejenigen, welche weisses Licht fast ungeändert durchlassen oder reflectiren. Ist der Körper sehr durchsichtig, so ist x sehr gross; je undurchsichtiger der Körper ist, um so kleiner wird x. Bis zu einem gewissen kleinen Werthe von x erscheint der Körper aber im weissen Lichte immer noch weiss; wird aber x noch kleiner, so erscheint der Körper grau und zwar um so dunkler, je kleiner x ist, bis schliesslich ein Körper, für welchen x einen unendlich kleinen Werth hat, vollkommen schwarz ist.

Mit wachsender Dicke der durchstrahlten Schichten werden nun alle durchsichtigen Körper farbig; es folgt das auch aus dem so eben abgeleiteten Satze, denn mit wachsendem n müssen die Werthe $x_,^n x_{,,}^n \ldots$ immer verschiedener werden, wenn $x_,$, $x_{,,}$ ... nicht absolut gleich sind.

Die meisten Körper färben das Licht schon in dünnen Schichten, die Färbung des Lichtes wird aber im allgemeinen um so reiner, das heisst weniger mit Weiss gemischt, je dicker die Schicht des durchstrahlten Körpers ist. Für diese Körper hat x je nach der Farbe der Körper einen merklich andern Werth, ohne dass jedoch für einige x sehr gross, für andere sehr klein ist. Das ist der Fall für diejenigen Körper, in welchen schon nach dem Durchtritt durch eine dünne Schicht die Färbung sehr rein wird, in denen dann bei Anwendung dickerer Schichten das Licht nur wenig mehr geschwächt wird als bei Anwendung dünner Schichten.

Einige absorbirende Mittel zeigen ein ganz eigenthümliches Verhalten, sie ändern die Farbe des weissen durch sie hindurchtretenden Lichtes verschieden, wenn das Licht durch verschieden dicke Schichten derselben hindurchtritt. Ein ausgezeichnetes Beispiel dieser Art bietet eine Lösung von Blattgrün in Alkohol. Lässt man das Licht durch eine dünne Schicht hindurchtreten, so wird es grün wie das von den Pflanzen reflectirte Licht, wendet man Schichten von grosser Dicke an, so wird das Licht tiefroth gefärbt.

Diese Thatsache ist mit Hülfe unseres Satzes leicht zu verstehen, sie beweist, dass der Werth von x verschiedene Maxima hat. Untersucht man das durch eine mässig dicke Schicht hindurchgelassene Licht prismatisch, so findet man, dass dasselbe nur roth und grün enthält, alle andern Farben sind ausgelöscht. Dieser Versuch zeigt, dass x nur für grün und roth merkliche Werthe hat. Nehmen wir nun an, dass x für roth bedeutend grösser ist als für grün, so erklären sich die Erscheinungen leicht. Im weissen Licht ist nämlich nach Fraunhofers Messungen die Intensität des grünen viel grösser als die des rothen Lichtes. So lange daher eine Schicht, welche nur grün und roth durchlässt, nur dünn ist, wird in dem durchgelassenen Licht, wenn x für grün nicht in demselben Verhältnisse kleiner ist als für roth, in welchem das roth im weissen Licht schwächer ist als im grün, das grün vorherrschen. Nimmt dann aber die Dicke der Schicht zu, so muss der Werth x^n für roth denjenigen für grün so stark überwiegen, dass das roth vorherrscht und schliesslich bei hinreichend grossem n allein noch einen merkbaren Werth hat.

Absorption des Lichtes in Gasen. Während gefärbte Flüssigkeiten oder feste Körper die Intensität des Lichtes verschiedener Farben 35

durch Absorption schwächen und dadurch im Spectrum des hindurchgegangenen Lichtes im allgemeinen breitere dunkle Räume erzeugen, ist das Verhalten farbiger Gase dem Lichte gegenüber ein anderes und viel auffallenderes, welches eine Erklärung der Absorption sehr erschwert. Das Spectrum des durch eine Säule verschiedener Gase hindurchgegangenen Lichtes zeigt nämlich eine ganze Reihe schwarzer Streifen, welche den Fraunhoferschen Linien äusserst ähnlich sind.

Brewster[1]) machte diese Beobachtung zuerst an gasförmiger salpetriger Säure. Wenn man das durch eine Schicht dieses Gases hindurchgegangene Licht der Sonne mit dem Prisma untersucht, so zeigen sich in dem Spectrum gegen 2000 schwarze Linien ganz nach Art der Fraunhoferschen nur zum Theil schärfer und breiter. Die Streifen sind, obwohl das Gas nur ganz schwach orange gefärbt ist, über das ganze Spectrum vertheilt, sie zeigen sich jedoch häufiger im grünen und blauen Theile als im rothen und gelben.

Ganz ähnliche Beobachtungen machten Daniell und Miller[2]) mit gewöhnlichem Lampenlichte, welches prismatisch analysirt keine dunklen Streifen nach Art der von Fraunhofer im Sonnenspectrum bestimmten darbietet.

Bei ihren Versuchen liessen die beiden Physiker das Licht einer Gaslampe, nachdem es durch die mit dem zu untersuchenden Gase gefüllte Flasche hindurchgegangen war mittels Dazwischensetzung einer als Cylinderlinse wirkenden mit Wasser gefüllten Glasröhre in eine Brennlinie convergiren. Die so erhaltene Lichtlinie wurde dann nach der Fraunhofer'schen Methode (§. 22) prismatisch untersucht.

Wenn die Luft in der Flasche ein wenig mit Bromdampf gefärbt war, so zeigte sich das ganze Spectrum unterbrochen durch wahrscheinlich mehr als hundert Linien in gleichem Abstande; als der Dampf dichter wurde, verschwand das blaue Ende des Spectrums und in dem rothen Ende wurden die Linien stärker.

Joddampf erzeugt ähnliche Linien als der Bromdampf, mit dem Unterschiede jedoch, dass, wenn die Dichtigkeit des Dampfes nicht sehr gross ist, in dem violetten Theile sich keine dunklen Streifen zeigen.

Ebenso erzeugt der Dampf von Chromoxychlorid eine grosse Anzahl ähnlich liegender Linien[3])

Eine ausgedehntere Untersuchung über die durch die Absorption in Gasen auftretenden festen Linien nahm später W. A. Miller vor.[4]) Er verglich die Spectra von diffusem Tageslicht mit denjenigen, welche

[1]) Brewster. Poggend. Ann. Bd. XXVIII.
[2]) Miller. Poggend. Ann. Bd. XXVIII.
[3]) Miller. Poggend. Ann. Bd. XXXII.
[4]) W. A. Miller. Poggend. Ann. Bd. LXIX.

er erhielt, nachdem das Licht durch die entsprechenden Gase hindurchgegangen war. Die von ihm erhaltenen Resultate lassen sich folgendermassen zusammenfassen.

1) Die Linien treten nur bei Anwendung farbiger Gase auf, niemals bei denen farbloser; bei farbigen Gasen jedoch auch nicht immer, so erzeugt Chlor keine Linien. Selbst Dämpfe ganz gleicher Farbe verhalten sich verschieden. So gibt Bromdampf eine grosse Zahl von Linien, der ganz gleich gefärbte Dampf von Wolframchlorid dagegen gar keine.

2) Einfache und zusammengesetzte Gase oder Dämpfe können Linien geben; zwei einfache Gase, welche keine Linien geben, können zusammengesetzt welche erzeugen, Sauerstoff, Stickstoff, Chlor geben keine Linien, aber mehrere Oxyde sowohl vom Stickstoff als vom Chlor zeigen sie sehr auffallend. Andererseits geben einfache Körper Linien, ihre Verbindungen dagegen nicht immer. So erzeugt Jod eine Reihe von Linien, dagegen liefert Jodwasserstoffsäure sie nicht. Zuweilen erscheinen die Linien in gleicher Zahl und gleicher Lage bei verschiedenen Oxydationsstufen derselben Substanz, so bei chloriger Säure und Unterchlorsäure.

3) Die Linien nehmen an Zahl zu bei Verlängerung der durchstrahlten Gasschicht oder bei vermehrter Dichtigkeit derselben.

Letztere Erfahrung war früher schon von Brewster bei den Dämpfen der Untersalpetersäure (NO^4) gemacht, der ausserdem noch die merkwürdige Beobachtung machte, dass eine Erwärmung des Gases auf die Zahl der auftretenden Linien den merkwürdigsten Einfluss hat. Er fand[1]), dass es schwierig sei, eine Gasschicht von solcher Dicke zu erhalten, dass die Linien am rothen Ende des Spectrums auftraten, aber durch Erwärmung einer nicht 1 Centimeter dicken Schicht erhielt er die Linien ganz deutlich. Ja bei weiterm Erwärmen wurde das Gas blutroth und schliesslich, ohne dass es zersetzt wurde, ganz schwarz, so dass es auch nicht einen Strahl der hellsten Sommersonne durchliess.

Derartige neue Linien treten nur beim Durchstrahlen von Gasen auf, nicht aber beim Hindurchgehen des Lichtes durch Flüssigkeiten und feste Körper, bei diesen treten immer, mit einer einzigen Ausnahme, grössere dunkle Räume durch die Absorption auf. Diese Ausnahme bildet das oxalsaure Chromoxyd-Kali.

Bei geringer Dicke lässt das Salz nur rothes Licht durch, im Spectrum untersucht, zeigt sich aber in der Mitte des rothen zwischen den Linien A und B etwa $^1/_6$ des Intervalls mehr nach B hin eine scharf begrenzte dunkle Linie.[2])

---

[1]) Brewster. Poggend. Ann. Bd. XXXVIII.
[2]) Brewster. Poggend. Ann. Bd. XXVIII.

Das Auftreten dieser Linien im Sonnenlichte, nachdem es eine Gasschicht durchlaufen hat, legt die Vermuthung nahe, dass die Fraunhoferschen Linien auch nur eine Absorptionserscheinung seien, und dass die fehlenden Strahlen von der Atmosphäre zurückgehalten seien. Wirklich spricht dafür noch weiter die ebenfalls von Brewster beobachtete Thatsache[1]), dass eine Anzahl von neuen Linien im Sonnenspectrum auftritt, wenn man das Sonnenspectrum im Winter beobachtet, und ebenso, dass des Morgens und Abends in demselben sich mehr Linien zeigen als beim höchsten Stande der Sonne.

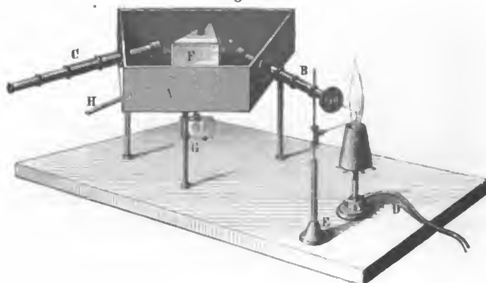
Ebenso fand Brewster an seinem Wohnorte zu Allerly in Schottland in dem Spectrum eine bedeutend grössere Anzahl von Linien als Fraunhofer in seiner Zeichnung gibt. Allerly liegt nicht viel über der Meeresfläche, während Fraunhofers Beobachtungsort Benedictbeuern in Oberbaiern nahe an 600 Meter über der Meeresfläche liegt.

Indess kann man den Schluss doch nicht für gerechtfertigt halten, dass alle Linien durch die Atmosphäre erzeugt werden, indem eine grosse Anzahl derselben und gerade die von Fraunhofer bezeichneten sich ganz unverändert zeigen, an welchem Orte und in welchem Zustande der Atmosphäre das Spectrum auch untersucht wird. Der Grund dieser Linien liegt daher ausserhalb unserer Atmosphäre und zwar nach den neuern Untersuchungen von Kirchhoff in der Atmosphäre der Sonne selbst.

36 **Absorption des Lichtes in farbigen Flammen.** Noch auffallender als die Absorption des Lichtes in Gasen bei gewönlicher Temperatur ist diejenige in glühenden Gasen.

Die sämmtlichen durch einen chemischen Process erzeugten Flammen senden Licht aus, welches ein anderes Spectrum liefert als das Sonnenlicht. Um das Spectrum einer Flamme zu untersuchen, kann man

Fig. 64.



---

1) Brewster. Poggend. Ann. Bd. XXXVIII.

sich am bequemsten der von Bunsen und Kirchhoff zur Spectralanalyse angegebenen Methode bedienen.[1])

Die beiden schiefen Seitenwände des innen geschwärzten Kastens *A*, dessen Boden eine trapezförmige Gestalt hat, und der auf 3 Füssen ruht (Fig. 64), welche einen Winkel von etwa 58⁰ mit einander bilden, tragen die beiden Fernrohre *B* und *C*. Die Ocularlinse von *B* ist ersetzt durch eine Platte, in der ein aus zwei Messingschneiden gebildeter Spalt sich befindet, der in den ersten Brennpunkt der Objectivlinse eingestellt ist. Zwischen den Objectiven der Fernrohre *B* und *C* steht ein Prisma *F* entweder von Flintglas, oder ein Hohlprisma von 60⁰ brechendem Winkel, das mit Schwefelkohlenstoff gefüllt ist. Das Prisma ruht auf einer Messingplatte, die um eine verticale Axe drehbar ist.

Diese Axe trägt an ihrem untern Ende den Spiegel *G* und darüber den Arm *H*, der als Handhabe dient, um den Spiegel und das Prisma zu drehen. Gegen den Spiegel ist ein kleines Fernrohr gerichtet, welches dem hindurchblickenden Auge das Spiegelbild einer in geringer Entfernung aufgestellten horizontalen Skala zeigt. Durch Drehung des Prismas kann man das ganze Spectrum der Flamme bei dem Verticalfaden des Fernrohrs *C* vorbeiführen und jede Stelle des Spectrums mit diesem Faden zur Deckung bringen. Einer jeden Stelle des Spectrums entspricht dann eine Ablesung der Skala.

Um nun die Spectra der Flammen mit demjenigen des Sonnenlichtes zu vergleichen, erzeugt man mit dem Apparate zunächst ein Sonnenspectrum und bestimmt mittels Ablesung an der Skala die Lage der einzelnen festen Linien im Sonnenspectrum.

Darauf bringt man vor der Spalte die zu untersuchende Flamme so an, dass die Axe des Rohres durch die Flamme hindurchgeht. Von besonderem Interesse sind die Färbungen von Flammen, welche dadurch hervorgebracht werden, dass man den Dampf von Metallen in dieselben bringt.

Man kann das dadurch, dass man die Metallsalze in Alkohol auflöst und diese alkoholige Lösung zur Speisung einer Flamme anwendet, oder wenn man Gas zur Disposition hat, indem man in die Flamme der Bunsen'schen Lampe[2]) derartige Salze hineinhält. Bunsen und Kirchhoff stellten zu dem Ende die Bunsen'sche Lampe *D* (Fig. 64) so vor den Spalt des Fernrohrs *B*, dass der Saum ihrer Flamme von der Axe des Rohres getroffen wird. Etwas unterhalb der Stelle, wo die Axe den Saum trifft, läuft in denselben das zu einem kleinen Oehr gebogene Ende eines sehr feinen Platindrahtes, der von dem Träger *E* gehalten

---

[1]) Bunsen und Kirchhoff. Poggend. Annal. Bd. CX.

[2]) Bunsen. Poggend. Ann. Bd. C.

wird; diesem Oehr ist eine Perle der zu untersuchenden vorher entwässerten Chlorverbindung angeschmolzen.

Bunsen und Kirchhoff haben eine grosse Menge von Salzen untersucht. Tafel I zeigt die von ihnen bestimmten Spectra von Chlorkalium, Chlornatrium, Chlorlithium, Chlorcalcium, Chlorbarium und Chlorstrontium, und darüber zur Vergleichung das Sonnenspectrum, wie es sich in ihrem Apparate mit dem Schwefelkohlenstoffprisma darstellte.

Die beiden Physiker machten bei jener Gelegenheit die für chemische Untersuchungen äusserst wichtige Beobachtung, dass die das Spectrum einer mit Metallsalzen gefärbten Flamme charakterisirenden hellen Linien α, β, γ etc. nur abhängig sind von dem in dem Salze enthaltenen Metalle, dass die Jodide, Bromide, Oxydhydrate, die schwefelsauren und kohlensauren Salze eines und desselben Metalles in dem Spectrum der damit gefärbten Flamme keinen Unterschied zeigen. Ebenso fanden sie, dass das Auftreten der hellen Spectrallinien ganz ungeändert ist, welche Flamme man auch damit färbt. Sie traten ganz gleichmässig auf in der Flamme des Schwefels, des Schwefelkohlenstoffs, des wasserhaltigen Alkohols, der nicht leuchtenden Flamme des Leuchtgases im Bunsen'schen Brenner, der Flamme des Kohlenoxydgases, des Wasserstoffs und des Knallgases.

Ebenso zeigten sich diese charakteristischen hellen Linien, wenn man das Spectrum eines elektrischen Funkens betrachtete, der zwischen aus diesen Metallen gebildeten Polen übersprang.

Lässt man nun durch eine Flamme, in welcher mittels eines Metalles, z. B. Natrium, die charakteristische Färbung, welche sich besonders durch zwei der Fraunhofer'schen Doppellinie *D* entsprechende helle Linien auszeichnet, Licht hindurchgehen, welches Strahlen derselben Farbe enthält, so fand Kirchhoff[1]), dass von der mit Natrium gefärbten Flamme gerade die Strahlen der gleichen Farbe absorbirt werden. Das Spectrum des Drummond'schen Lichtes, eines im Knallgase glühenden Kalkcylinders, enthält in der Regel die beiden hellen Natriumlinien, wenn die leuchtende Stelle des Kalkcylinders noch nicht lange der Glühhitze ausgesetzt war; bleibt der Kalkcylinder unverrückt, so werden diese Linien schwächer, verschwinden endlich ganz und das Spectrum erscheint continuirlich. Sind sie verschwunden oder nur schwach hervortretend, so bewirkt eine Alkoholflamme, in die Kochsalz gebracht ist und die zwischen den Kalkcylinder und den Spalt gestellt ist, dass an ihrer Stelle zwei dunkle Linien von ausgezeichneter Schärfe und Feinheit sich zeigen, die in jeder Hinsicht den Linien *D* des Sonnenspectrums entsprechen.

---

[1]) Kirchhoff. Poggend. Ann. Bd. CIX. p. 148.

Die Alkoholflamme, welche selbst gelbes, den dunklen Linien *D* entsprechendes Licht aussendet, hat somit das von dem Kalkcylinder ausgehende Licht gleicher Wellenlänge absorbirt; und wegen der geringern Intensität des von der Alkoholflamme ausgesandten Lichtes erscheint die demselben entsprechende Stelle im Spectrum des Kalklichtes dunkel auf hellem Grunde.

Bringt man in die Flamme der Bunsen'schen Gaslampe Chlorlithium, so zeigt sich im Spectrum derselben die sehr helle scharf begrenzte rothe Linie α (Tafel I), die in der Mitte der Fraunhofer'schen Linien *B* und *C* liegt.

Lässt man nun Sonnenlicht von mässiger Intensität, durch einen engen Spalt, durch die Flamme auf den Spalt des Fernrohrs *B* fallen, so sieht man an dem bezeichneten Ort die Linie hell auf dunklem Grunde; bei grösserer Stärke aber des Sonnenlichtes tritt an ihrer Stelle eine dunkle Linie auf, die ganz denselben Charakter hat, als die Fraunhofer'schen Linien.

Kirchhoff schloss aus diesen Beobachtungen, dass farbige Flammen, in deren Spectra helle, scharfe Linien vorkommen, Strahlen von der Farbe dieser Linien, wenn dieselben durch sie hindurchgehen, so schwächen, dass an Stelle der hellen Linien dunkle auftreten, sobald hinter der Flamme eine Lichtquelle von hinreichender Intensität angebracht wird, in deren Spectrum diese Linien sonst fehlen.

Später hat Kirchhoff[1]) dann durch theoretische Betrachtungen nachgewiesen, dass die so eben beschriebene Erscheinung nur ein specieller Fall eines ganz allgemeinen Gesetzes ist. Dieses Gesetz spricht er dahin aus, dass das Verhältniss zwischen dem Emissionsvermögen und dem Absorptionsvermögen für Licht für alle Körper bei ein und derselben Temperatur dasselbe sei. Unter Emissionsvermögen versteht er dann die Intensität der von den Körpern ausgesandten Strahlen irgend einer Gattung oder Farbe, und unter Absorptionsvermögen das Verhältniss der Intensität der absorbirten Strahlen zur Intensität der den Körper treffenden Strahlen eben derselben Gattung. Für dieses Verhältniss findet Kirchhoff dann einen bestimmten Werth, welcher nur abhängig ist von der Temperatur des Körpers und der Wellenlänge des den Körper treffenden Lichtes. Wir können diesen Werth leicht auf folgende Weise erhalten.

Nennen wir einen vollkommen schwarzen Körper einen solchen, welcher Licht weder zurückwerfen noch durchlassen kann, so wird ein solcher stets alles ihn treffende Licht absorbiren, sein Absorptionsvermögen, welches mit a bezeichnet werden mag, ist also für alle Temperaturen und für Licht aller Farben dasselbe und zwar gleich 1. Den-

[1]) **Kirchhoff** a. a. O. p. 275.

ken wir uns nun eine Kugel eines solchen Körpers, so wird diese bei einer bestimmten Temperatur eine bestimmte Menge Licht einer bestimmten Farbe aussenden. Dieselbe sei gleich e. Denken wir uns nun eine eben solche Kugel irgend eines bestimmten andern Körpers, so wird dieser bei derselben Temperatur eine andere Menge Licht derselben Farbe ausstrahlen. Die letztere sei gleich E. Die beiden Grössen e und E sind dann das Emissionsvermögen des ganz schwarzen und des beliebigen andern Körpers.

Wenn nun der letzte Körper von allen Seiten von Strahlen derselben Gattung und der Intensität J getroffen wird, so wird er von diesen die Intensität J' absorbiren. Das Verhältniss

$$\frac{J'}{J} = A$$

ist nun die als Absorptionsvermögen bezeichnete Grösse.

Nach dem erwähnten Kirchhoff'schen Satze ist nun das Verhältniss des Emissionsvermögens und Absorptionsvermögens für alle Körper dasselbe, also auch für schwarze und nicht schwarze, somit ist

$$\frac{E}{A} = \frac{e}{a} = e.$$

Es folgt somit, dass das Absorptionsvermögen irgend eines Körpers für eine bestimmte Farbe bei bestimmter Temperatur sich zu dem eines vollkommen schwarzen Körpers verhält, wie die Intensität des von diesem Körper bei derselben Temperatur ausgesandten Lichtes der gleichen Wellenlänge zur Intensität des von dem vollkommen schwarzen Körper unter den gleichen Verhältnissen ausgesandten Lichtes.

Schreiben wir obige Gleichung

$$A = \frac{E}{e}; \quad E = A \,.\, e,$$

so sieht man, wie Absorptionsvermögen und Emissionsvermögen einander proportional sind.

Die Grösse e ist die Intensität des bei der betrachteten Temperatur von dem vollkommen schwarzen Körper ausgesandten Lichtes der in Rede stehenden Wellenlänge; sie ist somit nur abhängig von der Temperatur und der Wellenlänge der Strahlen.

Die vorhin beschriebenen Absorptionserscheinungen in Flammen ergeben sich aus diesem Satze folgendermassen. Für eine constante Temperatur ändert sich die Grösse e nur mit der Farbe des Lichtes. Wir werden annehmen dürfen, dass die Grösse e sich continuirlich ändert und zugleich, dass sie bei gleichbleibender Temperatur keine stark hervortretenden Maxima oder Minima hat, wie sich schon daraus ergibt, dass e das Emissionsvermögen eines vollkommen schwarzen Körpers ist, und ein solcher wohl in seinem Spectrum keine Discontinuitäten haben kann. Wenn demnach in dem Spectrum einer glühenden Flamme helle Streifen, also Maxima des Emissionsvermögens sich zeigen, so folgt, dass

für dieselben Farben auch das Absorptionsvermögen ein Maximum haben muss. Denn da e sich stetig mit der Farbe des Lichtes ändert, so kann wegen der Gleichung

$$E = A \cdot e$$

E für eine bestimmte Farbe nur dann einen grössten Werth haben, wenn zugleich A einen solchen erhält.

Lässt man Licht durch eine solche Flamme gehen, so wird deshalb vorzugsweise jenes absorbirt, welches von der Flamme selbst ausgesandt wird; untersucht man dann das durchgetretene Licht prismatisch, so muss an der Stelle der hellen Flammenstreifen die Wirkung folgende sein; die Helligkeit wird vermehrt durch die Aussendung des Lichtes von der Flamme, vermindert durch die Absorption des Lichtes in der Flamme. Wird nun von der Flamme mehr Licht absorbirt, als sie aussendet, so muss an der Stelle der vorher hellen Streifen jetzt eine Schwächung des Lichtes bemerkbar sein, dieselbe muss dunkler sein, als wenn keine Flamme vorhanden wäre.

Das Spectrum der Lithiumflamme besteht z. B. nur aus dem einen hellen Streifen im Roth mitten zwischen B und C. Nehmen wir nun an, dass die Intensität der hellen Lithiumlinie $\frac{1}{n}$ von derjenigen ist, welche ein vollkommen schwarzer Körper an dieser Stelle zeigen würde, so wird die Lithiumflamme auch von dem durch sie hindurchtretenden Lichte derselben Farbe $\frac{1}{n}$ absorbiren. Ist nun die Intensität der hintern Lichtquelle gerade die $n$fache der Lithiumflamme, so wird das Spectrum des durch die Flamme getretenen Lichtes durch die Flamme gar nicht geändert, da dann die Flamme $\frac{1}{n}$ fortnimmt und selbst ebenso viel Licht aussendet. Ist aber die Helligkeit der hintern Lichtquelle grösser, strahlt sie z. B. das $2 \cdot n$fache Licht der Lithiumflamme aus, so wird die Lithiumflamme $\frac{1}{n}$ dieses Lichtes absorbiren, also doppelt so viel als sie aussendet, es muss daher an der Stelle der hellen Lithiumlinie eine dunkle Linie auf dem hellen Grunde des übrigen Spectrum sich zeigen.

Mit Hülfe des Sonnenlichtes gelingt es leicht, durch passendes enger- und weitermachen des ersten Spaltes, durch den man die Strahlen auf den Spalt des Fernrohrs B fallen lässt, alle 3 Fälle mit der Lithiumflamme hervorzubringen.

Die Spectra, welche andere Salze, wenn sie in die Flamme gebracht werden, hervorrufen, sind meist weniger einfach und bilden selten Linien von der Helligkeit der Lithium- und Natrium Linien. Alle diese Spectra muss man aber auf ähnliche Weise umkehren können. Wenn man hinter der Flamme eine Lichtquelle von hinreichender Intensität aufstellt und der Flamme eine genügende Dicke gibt, so müssen die vorher hellen

Linien in dunkle übergehen. Nur dann wäre eine Ausnahme möglich, wenn bei einer Flamme es nicht die glühenden Gase wären, welche leuchteten, sondern ein Theil des Lichtes durch chemische oder andere Processe erzeugt würde.

Bunsen und Kirchhoff haben die Umkehrung der hellen Linien beobachtet bei Kalium, Strontium, Calcium und Barium.

Diese Beobachtungen von Bunsen und Kirchhoff geben einen merkwürdigen Aufschluss über die Entstehung der nicht von der Atmosphäre veranlassten Fraunhofer'schen dunklen Linien.

Man denke sich einen Körper, der sehr helles Licht ausstrahlt, in dessen Spectrum die dunkle Doppellinie D nicht vorkommt, umgeben von einer gasförmigen Atmosphäre, welche weniger hell leuchtet. Wenn in dieser Natrium vorhanden ist, so kann die dunkle Linie D sich in dem Spectrum der zusammengesetzten Lichtquelle zeigen; aus dem Dasein dieser muss dann auf den Natriumgehalt der Atmosphäre, welche den glühenden Körper umgibt, geschlossen werden.

Nun ist die Sonne unzweifelhaft ein Körper der gedachten Art; ein innerer Kern, ob fest, flüssig oder gasförmig ist nicht zu entscheiden, der hauptsächlich Licht ausstrahlt, ist von einer glühenden Atmosphäre umgeben. Aus der Linie D ist daher auf den Natriumgehalt der Sonnenatmosphäre zu schliessen.

Den Einwand, dass die Linie D im Sonnenspectrum eine atmosphärische Linie sei, widerlegt Kirchhoff auf folgende Weise.

1. Diese Linie ist für Natrium charakteristisch; die genügende Menge Natrium in Dampfform kann aber wohl nicht in unserer Atmosphäre vorhanden sein, und die Dampfform wäre nöthig, um den in Rede stehenden Effect hervorzubringen.

2. Wäre D eine atmosphärische Linie, so müsste sie in dem Maasse deutlicher werden, als die Sonne sich dem Horizonte mehr nähert. Das ist jedoch keineswegs der Fall.

3. Wenn die Linie D nicht in der Sonne selbst ihren Grund hätte, so müsste sie auch in den Spectris aller Fixsterne, die hell genug sind, gefunden werden. Nach den Angaben von Fraunhofer und Brewster fehlt sie aber in den Spectris einiger Fixsterne, während sie in denen anderer vorhanden ist.[1])

Von noch zwei andern Linien hat Kirchhoff denselben Entstehungsgrund nachgewiesen, die mit α bezeichnete Linie im Spectrum des glühenden Kali fällt mit der dunklen Linie A im rothen Theile des Spectrums und die Linie β mit einer im Violett befindlichen von Fraunhofer nicht bezeichneten Linie zusammen. Wir schliessen daraus auf einen

---

[1]) Kirchhoff a. a. O. p. 297.

Kaligehalt der Sonnenatmosphäre und erkennen in demselben den Grund dieser beiden dunklen Linien.

Eine weitere Durchmusterung des Spectrums und Vergleichung der dunklen Linien mit den hellen Linien glühender Metalldämpfe wird den Ursprung der übrigen nicht atmosphärischen Linien erkennen lassen, wenn sämmtliche in der Sonnenatmosphäre enthaltenen absorbirenden Dämpfe auch bei uns sich finden. Für einen grossen Theil des Spectrums und eine grosse Anzahl Elemente haben wir die Angaben von Kirchhoff demnächst zu erwarten.

Fluorescenz des Lichtes. Eine eigenthümliche Lichterscheinung 37
beim Eintritt des Lichtes in eine Anzahl von festen und flüssigen Körpern wurde von Brewster[1]) und Herschel[2]) entdeckt und von ersterm innere, von letzterm epipolische Dispersion genannt.

Wenn man eine Lösung von schwefelsaurem Chinin, welche mit sehr wenig Schwefelsäure angesäuert ist, im durchgelassenen Lichte betrachtet, so zeigt sie, obwohl vollkommen durchsichtig und farblos wie Wasser, an der Oberfläche, durch welche das Licht in die Flüssigkeit tritt, eine sehr schöne himmelblaue Farbe.

Am besten dient zur Betrachtung dieser und der demnächst mitzutheilenden Erscheinungen ein parallelopipedisches Glasgefäss, das man sich selbst aus Glasplatten, die man mit Schellack oder Hausenblase zusammenkittet, herstellt. In einem solchen hat das Licht zu der Flüssigkeit von allen Seiten Zutritt, und will man es etwa von einer oder mehreren Seiten abhalten, so kann man das leicht durch Bedecken der Glaswand mit schwarzem nicht glänzendem Papier.

Der blaue Schein dringt nicht tief in die Flüssigkeit hinein, nach dem Durchgange durch die oberflächliche Schicht hat das Licht, obwohl nicht merklich geschwächt und gefärbt, das Vermögen zur Hervorbringung desselben Effectes verloren.

In einem Versuche, bei dem Sonnenlicht auf die Flüssigkeit fiel, drang der blaue Schein bis etwa 1 Centimeter weit in die Flüssigkeit hinein. Wurde das „epipolisch dispergirte Licht" mittels eines Prisma untersucht, so zeigte es sich zusammengesetzt aus Licht sehr verschiedener Brechbarkeit; das weniger brechbare Ende des Spectrums fehlte indess.

---

[1]) Brewster. Edinburgh Transactions. vol. XII. p. 542.
Report on the eight Meeting and Transactions of the Sections of the British Association for Advenc. of scienc. 1838 p. 10. On the decomposition and dispersion of light etc. Edinb. Transact. 1846. Poggend. Annalen. Bd. 73. p. 531.

[2]) Herschel. On a case of superficial colour etc. Philosoph. Transactions 1845. p. 143.
On the epipolic dispersion of light etc. a. a. O. p. 147.

Bei Brewsters Versuchen wurde Sonnenlicht angewandt, und der mit einer Linse von kurzer Brennweite erzeugte Lichtkegel in die zu untersuchende Flüssigkeit hineingeleitet, so dass der Brennpunkt der Linse sich im Innern der Flüssigkeit befand. Es zeigte sich bei diesen Versuchen, dass bei einer Chininlösung das Licht sich nicht nur an der Oberfläche der Flüssigkeit bemerkbar machte, dort wo der Lichtkegel in dieselbe eintritt; es leuchtet vielmehr der ganze Lichtkegel in diesem eigenthümlichen schwach blauen Lichte, jedoch mit abnehmender Intensität, je tiefer er in die Flüssigkeit eindringt.

Nach Brewsters Versuchen zeigen eine ganze Anzahl von flüssigen und auch festen Körpern ganz ähnliche Erscheinungen. Wenn man von der gereinigten und dann zerkleinerten Rinde der Rosskastanie (Aesculus hippocastanum) einen wässerigen oder alkoholigen Aufguss macht, so zeigt dieser in gleicher Weise durch einen Lichtkegel beleuchtet einen ähnlichen schön blau leuchtenden Kegel. Das Wasser oder der Alkohol extrahirt aus der Rinde das Aesculin, und dieses ist es, was die Färbung des Lichtkegels veranlasst, wie die gleiche Behandlung einer Aesculinlösung, welche wie die Chininlösung wasserklar ist, beweist.

Lösungen von Chlorophyll sind frischbereitet in nicht zu dicken Schichten grün; im Tages- oder Sonnenlicht betrachtet, erscheinen sie jedoch rothbraun, und bringt man nach Brewsters Methode einen Lichtkegel hinein, so ist derselbe blutroth.

Curcuma-Tinktur, im durchgehenden Lichte hellbraun, erscheint an der Oberfläche grün und der Lichtkegel ist ebenfalls grün mit einem Stich ins Gelbe.

Ein Würfel von Flussspath ist im gewöhnlichen Tageslichte ganz klar, wirft man einen Lichtkegel hinein, so erscheint derselbe sanft violettblau.

Uranglas erscheint im durchgehenden Lichte gelb, an der Oberfläche mit grünem Schiller, und mit einem Lichtkegel untersucht, erscheint derselbe hell grün.

Bei den Herschel'schen Versuchen zeigte nur die Oberfläche jenen blauen Schein, er glaubte daher die Erscheinung so erklären zu können, dass die Flüssigkeit für die blauen Strahlen weniger durchgängig wäre als für die übrigen, und dass daher die blauen Strahlen eine Zerstreuung an der Vorderfläche der Flüssigkeit erführen, während Brewster, der mit dem Sonnenlichte jenen Kegel erhielt, die Erscheinung als einen besondern Fall der Farbenzerstreuung im Innern der Flüssigkeit auffasste.

Durch diesen Widerspruch zwischen den beiden ausgezeichneten Physikern veranlasst, nahm Stokes[1]) die Frage wieder auf und brachte

---

[1]) Stokes. On the change of refrangibility of light. Philosoph. Transactions for 1852 p. 463. Poggend. Annal. Ergänzungsband IV.

in einer umfangreichen und gründlichen Untersuchung dieselbe zu einem ersten Abschluss, indem er den Nachweis lieferte, dass wir in dieser Erscheinung eine eigenthümliche Wirkung des von den betreffenden Körpern absorbirten Lichtes wahrnehmen. Er schlug für dieselbe den Namen der Fluorescenz des Lichtes vor, da die Erscheinung zuerst im Flussspath (Fluorcalcium) beobachtet ist. Dieser Name ist jetzt allgemein angenommen.

Stokes wurde sofort auf einen merkwürdigen Umstand bei dieser Erscheinung aufmerksam, dass nämlich im gewöhnlichen Tages- und auch Sonnenlicht die bei der Chininlösung blau gefärbte Schicht nur eine sehr geringe Dicke hat, dass also das Licht sehr bald beim Eindringen in die Flüssigkeit die Fähigkeit verliert, den blauen Schein hervorzurufen, während man andererseits den blauen Schein durch eine Flüssigkeitsschicht von mehreren Zollen wahrnehmen kann. Noch auffallender zeigt sich die Erscheinung, wenn man mit einer Linse Sonnenstrahlen, welche bereits durch eine Chininlösung hindurch gegangen sind, und welche sich dem äussern Ansehen nach gar nicht geändert haben, in Form eines Lichtkegels in eine zweite Chininlösung hineinleitet. Es tritt dann weder der blaue Schein an der Oberfläche auf, noch auch zeigt der Lichtkegel jene blaue Färbung. Wenn man aber Sonnenstrahlen direct in eine Chininlösung leitet, und so den blauen Schein und Lichtkegel erzeugt, und dann die Erscheinung durch eine mehrere Centimeter dicke Schicht von Chininlösung betrachtet, so sieht man den eigenthümlichen Schein und die blaue Färbung des Kegels gerade so, wie beim directen Anblick.

Bei den sonstigen Licht- und Farbenerscheinungen zeigt sich bei derartiger Beobachtungsweise ein solcher Unterschied nicht; bei der Untersuchung eines Körpers im farbigen Lichte ist es einerlei, ob wir den Körper mit dem farbigen Lichte beleuchten, oder ob wir den beleuchteten Körper durch ein farbiges Mittel betrachten. Denn ein jedes derartiges Zwischenmittel hält nur Strahlen einer bestimmten Wellenlänge auf, und deshalb sehen wir den Körper immer nur mit den nicht von dem Zwischenmittel fortgenommenen Strahlen beleuchtet, ob wir dieselben fortnehmen, ehe das Licht den Körper trifft, oder aus dem von dem Körper wieder ausgesandten Lichte. Da sich nun aber bei der Chininlösung in dieser Beziehung ein Unterschied zeigt, so folgt, dass das bei der Fluorescenz erscheinende Licht verschieden ist von dem, welches die Fluorescenz hervorrief.

Ein ähnlicher Unterschied zeigte sich bei der Betrachtung der Chininlösung und anderer fluorescirender Substanzen, wenn man dieselben durch Licht beleuchtete, welches durch farbige Gläser oder Flüssigkeiten hindurch gegangen war, und wenn man die direct beleuchteten Substanzen durch solche Gläser oder Flüssigkeiten betrachtete.

So sah Stokes, wenn er in einem dunklen Zimmer, in welches nur durch einen Spalt im Fensterladen Licht eintrat, ein zur Hälfte mit Chininlösung gefülltes Reagenzglas, das bis auf ein kleines Loch rings mit schwarzem Papier umgeben war, so gegen den Spalt hielt, dass das Licht durch die Oeffnung in die Flüssigkeit fiel, nahe der Oeffnung den blassblauen Bogen. Brachte er nun vor den Spalt ein rauchfarbenes Glas, so dass das Licht, ehe es in die Chininlösung eintrat, das Glas durchsetzen musste, so verschwand der Bogen vollständig.

Betrachtete er aber die Chininlösung durch dieses Glas, so war der Bogen sichtbar, wenn auch in der Farbe etwas modificirt, mehr weisslich.

Ein blass braunes (flohfarbenes) Glas hatte die entgegengesetzte Wirkung, in der ersten Stellung liess es den Bogen entstehen, in der zweiten jedoch verhinderte es die Wahrnehmung desselben. Ein gelbes Glas und ebenso ein gelblich grünes liess den Bogen in beiden Stellungen sehen, jedoch war die Farbe desselben entschieden anders, wenn das Glas vor dem Loche, als wenn es vor dem Auge war.

Aehnliches fand Stokes als er nach der Brewster'schen Methode mittels einer Linse einen Lichtkegel in die Flüssigkeit sandte. Derselbe verhielt sich verschieden, je nachdem die farbigen Gläser in der einen oder andern Stellung waren.

Pisko stellt in einer übersichtlichen Tabelle die Wirkungen von Gläsern und Flüssigkeiten auf fluorescirende Substanzen je nachdem sie in der ersten Stellung, vor der Flüssigkeit, oder in der zweiten, vor dem Auge, sich befinden, zusammen.[1]) Folgende Angaben sind daher entnommen. Seine Methode war einfach die angegebene, das durch einen Spalt in ein dunkles Zimmer eintretende Sonnenlicht wurde mit einer Linse in die Flüssigkeit geleitet und dann das farbige Mittel entweder vor die Linse oder vor das Auge gehalten. Ersteres ist als erste, letzteres als zweite Stellung bezeichnet.

---

[1]) Pisko. Die Fluorescenz des Lichtes. Wien 1861.

Fluorescirende Flüssigkeit.	Zwischenmittel.	I. Stellung.	II. Stellung.
Schwefels. Chinin wasserklar, fluorescirt blau.	Tiefrothes Glas.	Verschwunden.	Verschwunden.
	Dunkelgelb. Glas.	Verschwunden.	Schwach grün.
	Tiefblaues Glas.	Zartblau wie selbstleuchtend.	Tiefblau wie das Glas.
	Einf. chroms. Kali.	Verschwunden.	Grün.
Wässerige Lösung von Aeskulin. Lösung wasserklar, fluorescirt blau.	Tiefrothes Glas.	Verschwunden.	Fast verschw.
	Dunkelgelbes Glas.	Verschwunden.	Schwach grüngelb.
	Violettes Glas.	Blau, stärker als ohne Glas.	Veilchenblau.
	Einf. chroms. Kali.	Verschwunden.	Grasgrün.
Chlorophyll in Alkohol. Dunkel od. hellgrün klar, fluorescirt roth.	Tiefrothes Glas.	Schwach blutroth.	Stärker blutroth.
	Grünes Glas.	Rothbraun.	Lichtgrün.
	Kupferchlorid.	Schwach roth.	Hellgrün.
	Schwefelsaures Kupferoxyd-Ammoniak.	Roth nur wenig geschwächt.	Verschwunden.
Lakmus in Alkohol klar violett-gefärbt, fluorescirt hellbraun, Lichtkegel hellgelb.	Tiefrothes Glas.	Schwach braun.	Hellroth.
	Violettes Glas.	Schwach violett.	Rothgelb.
	Einf. chroms. Kali.	Orange.	Lichtgelb.
	Kupferchlorid.	Gelb.	Grün bis gelb.
Curcuma-Tinktur hellbraun u. klar, fluorescirt grün.	Tiefrothes Glas.	Verschwunden.	Roth.
	Tiefblaues Glas.	Grün.	Blau-grün.
	Violettes Glas.	Grün.	Gelb.
	Dopp. chroms. Kali.	Verschwunden.	Grün-gelb.
	Schwefelsaures Kupferoxyd-Ammoniak.	Grün.	Verschwunden.
Uranglas durchsichtig gelb, fluorescirt grün.	Tiefrothes Glas.	Verschwunden.	Graugrün.
	Tiefblaues Glas.	Wie ohne Glas.	Olivengrün.
	Doppelt chroms. Kali.	Verschwunden.	Gelbgrün.
	Schwefelsaures Kupferoxyd-Ammoniak.	Wie ohne Glas.	Fast verschwunden.

Durch diese Versuche ist bewiesen, dass das bei der Fluorescenz erscheinende Licht verschieden ist von demjenigen, welches es hervorgerufen hat, und zwar, dass der fluorescirende Körper Licht von geringerer Brechbarkeit aussendet als er in dem auffallenden Lichte erhält.

Die dritte Columne unserer kleinen Tabelle zeigt, dass fast immer die Farbe des Fluorescenzlichtes verschieden ist von der Farbe der auf die fluorescirenden Körper fallenden Strahlen; ja, dass fast immer, welches auch die Farbe der Zwischenmittel in der ersten Stellung ist, die Fluorescenzerscheinung, wenn sie nicht verschwunden ist, fast dieselbe Farbe besitzt, als wenn das Licht ohne Zwischenmittel die Substanzen trifft. Das Chlorophyll fluorescirt roth sowohl bei directer Bestrahlung als auch bei Anwendung des rothen und grünen Glases oder des grünen Kupferchlorids oder der tiefblauen Lösung von schwefelsaurem Kupferoxydammoniak. Gleiches gilt von der Curcuma-Tinktur, welche im directen Sonnenlichte wie nach Zwischensetzung des blauen und violetten Glases sowie der blauen Kupferlösung in grünem Lichte fluorescirt. Ueberall ist zugleich die Farbe des fluorescirenden Lichtes weniger brechbar als diejenige des einfallenden Lichtes.

Durch ein farbiges Mittel angesehen dagegen erscheint das Fluorescenz-Licht nahezu in der Farbe des Mittels. Die Curcuma-Tinktur z. B. erscheint roth im rothen, blaugrün im blauen Glase, grüngelb in der gelben Lösung von einfach chromsaurem Kali; das durch eine blaue Lösung von Kupferoxydammoniak gegangene Licht erzeugt grünes Licht, welches aber durch eine solche Lösung nicht hindurchzugehen vermag.

Man kann diese Eigenschaft des fluorescirenden Lichtes nach der Angabe von Stokes[1]) sehr gut benutzen, um sehr schwache Spuren von Fluorescenz sichtbar zu machen. Stellt man vor den Spalt im Fensterladen eines dunklen Zimmers ein tiefblaues Glas oder eine Lösung von schwefelsaurem Kupferoxyd-Ammoniak, so dringt in das Zimmer nur dunkelblaues Licht, sieht man dann nach der Oeffnung durch ein gelbes Glas, so erscheint diese sowie das Zimmer fast ganz dunkel, da das blaue Licht durch das gelbe Glas nicht hindurch zu dringen vermag. In diesem blauen Lichte fluoresciren nun die meisten Substanzen, und das Fluorescenzlicht geht meist durch das gelbe Glas hindurch. Bringt man daher hinter das blaue Glas oder die blaue Lösung eine auf ihre Fluorescenz zu untersuchende Substanz und blickt auf dieselbe durch das gelbe Glas, so sieht man in dem sonst fast ganz dunklen Raume auch die schwächsten Spuren des fluorescirenden Lichtes. Meist bedarf es nicht einmal des gelben Glases zur Abhaltung des blauen Lichtes,

---

[1]) Stokes. Poggend. Annal. Bd. 96 p. 523.

da auch ohnedem der Raum so dunkel beleuchtet ist, dass man das Fluorescenzlicht wahrnehmen kann.

Prismatische Untersuchung der Fluorescenz. Einen genauern Aufschluss über die Frage, welches Licht die Fluorescenz erzeugt und wie die Brechbarkeit des Lichtes in der Fluorescenz geändert wird, erhielt Stokes, indem er die fluorescirenden Körper mit dem homogenen Licht des Spectrums beleuchtete und das erzeugte Fluorescenzlicht mit dem Prisma untersuchte. 38

Stokes wandte bei dieser Untersuchung besonders 3 Methoden an.[1]) Bei der ersten erzeugte er mittels dreier hintereinander gestellter Prismen, die dicht hinter einander standen, ein Spectrum. Unmittelbar hinter dem letzten Prisma stand eine Linse, welche die dispergirten Strahlen auffing.

In dem Brennpunkte der Linse, in dem sich alle Strahlen kreuzen, erscheint dann ein kleines weisses Sonnenbildchen, und von ihm aus divergiren die farbigen Strahlen nach verschiedenen Richtungen als ebenso viele farbige Strahlenkegel, deren Axen in einer horizontalen Ebene liegen, und welche sich im Brennpunkt der Linse schneiden. Die zu untersuchende Flüssigkeit in einem parallelopipedischen Glasgefäss wurde so gehalten, dass der Brennpunkt auf die vordere Fläche der Flüssigkeit fiel.

Bei der zweiten Methode wurde in der §. 22 angegebenen Weise mit Prisma und Linse ein scharfes Spectrum erzeugt, und auf die Vorderfläche der zu untersuchenden Substanz geworfen, so dass diese die Stelle des §. 22 erwähnten Papierschirmes vertrat.

Bei der dritten Methode schliesslich wurde eine kleine Linse von kurzer Brennweite in die einzelnen Theile des Spectrums gehalten, um anstatt des weissen Lichtkegels bei Anwendung des directen Sonnenlichtes einen homogen einfarbigen Lichtkegel auf die Substanz wirken zu lassen.

Bei der Untersuchung einer Chininlösung nach der ersten Methode sah man in derselben zwei Lichtbündel, die bei ihrem Eintritte in die Flüssigkeit von einander getrennt waren, und weiterhin noch mehr aus einander gingen.

Jedes Bündel bestand aus einer Reihe von Kegeln, deren Axen vom Brennpunkt der Linse aus divergirten. Das erste oder das durch Licht geringerer Brechbarkeit erzeugte Bündel bestand aus den hellern Farben des Spectrums in der natürlichen Ordnung; es hatte ein funkelndes discontinuirliches Ansehen, und rührte offenbar daher, dass das durch die Flüssigkeit dringende Licht von Staubtheilchen, welche in derselben schwebten, zurückgeworfen wurde.

---

[1]) Stokes. Poggend. Annal. Ergänzungsband IV p. 188—285.

Das zweite Bündel war viel heller, seine Farbe, ein schönes Himmelblau, war überall gleich; allein dicht an dem dem andern Bündel zugewandten Rande, wo es aus den am schwächsten brechbaren Strahlen bestand, die es zu bilden vermochten, war die Farbe weniger rein.

Aehnliches zeigten alle nach dieser Methode untersuchten Substanzen, bei allen trat neben dem nicht durch Fluorescenz erregten Lichtbündel der an der brechbaren Seite des Spectrums liegende fluorescirende Lichtbündel auf. Nur ein Würfel aus Flussspath von Alston Moor liess das erste Bündel gar nicht sehen, sondern nur das fluorescirende, jedoch trat von diesem ganz getrennt im Roth ein schwacher fluorescirender Streifen rothen Lichtes auf. Untersuchte man das Licht einer Kerzenflamme, nachdem es durch einen solchen Würfel hindurch gegangen war, so zeigte es gerade an der Stelle des Spectrums, wo die rothe Fluorescenz auftrat, einen dunklen Absorptionsstreifen.

Dieser Versuch zeigt, dass es hauptsächlich die brechbaren Strahlen des Spectrums sind, welche Fluorescenz erzeugen. Noch deutlicher zeigt sich das bei einer Untersuchung nach der zweiten Methode. Wirft man das Spectrum auf ein ziemlich breites Gefäss, das eine klare Lösung von Chinin enthält, so sieht man, dass die minder brechbaren Farben etwa bis zur Fraunhoferschen Linie *G* ungehindert durch die Flüssigkeit hindurchgehen und nur hier und da durch Reflexion an schwebenden Staubtheilchen zu sogenannter falscher innerer Dispersion Anlass geben. Bei *G* beginnt die Fluorescenz eben merklich zu werden und die dunkle Linie *G* erscheint in der Flüssigkeit als eine dunkle Ebene, die eine Masse stetigen aber ungemein schwachen Lichtes unterbrach. In der Mitte zwischen *G* und *H* dagegen wurde das Licht heller und mehr gegen die Linie *H* hin nahm es eine blass himmelblaue Farbe an. Das Licht begrenzt sich jedoch nicht auf den sichtbaren Theil des Spectrums, sondern geht noch weit über das violette Ende des Spectrums hinaus. In diesem Theile lassen sich eine ganze Reihe von Fraunhoferschen Linien erkennen, die das in blaugrauem Lichte leuchtende verlängerte Spectrum durchsetzen. Stokes liefert von dem Spectrum beistehende Zeichnung (Fig. 65), in der die Linie *H* mit der

Fig. 65.



Fraunhoferschen im Violetten (Fig. 49) identisch ist. Stokes theilte die Linien in Gruppen, die er mit den kleinen Buchstaben *l*, *m*, *n*, *o*, *p* bezeichnete. Die deutlichsten Linien dieser Gruppen fallen mit den schon anderwei-

tig durch die chemische Action der Strahlen bekannten und mit den grossen Buchstaben *L*, *M*, *N*, *O*, *P* bezeichneten Linien im sogenannten ultravioletten Lichte zusammen.

Aus diesem Versuche geht demnach einmal hervor, dass in dem Sonnenlicht noch eine ganze Reihe von Strahlen grösserer Brechbarkeit als die sichtbaren violetten Strahlen enthalten sind, und dass es gerade diese ultravioletten Strahlen sind, welche hauptsächlich fluorescirend wirken.

Aesculin - Lösung, Flussspath von Alston Moor etc. verhielten sich gerade wie Chininlösung.

Die dritte Methode diente nun weiter dazu, noch genauer die Wirkung der einzelnen Theile des Spectrums zu untersuchen, indem die Strahlen concentrirter in die Flüssigkeit hineingeleitet und zugleich die übrigen Strahlen abgehalten wurden.

So zeigte sich mit dieser Methode beim schwefelsauren Chinin die Fluorescenz schon im Blau und das fluorescirende Licht gab sich als eine kleine Menge Roth zu erkennen; beim Flussspath von Alston Moor zeigte sich die Fluorescenz hauptsächlich im brechbareren Theile des Spectrums, nur an einer bestimmten Stelle des Rothen trat ein schwacher rother fluorescirender Schein auf.

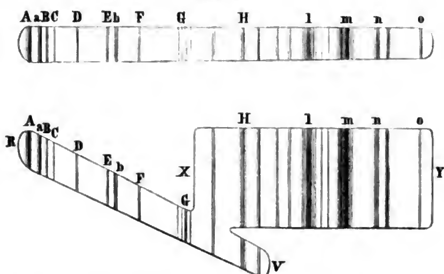
Ein sehr eigenthümliches Verhalten bot die frisch bereitete Lösung von Chlorophyll dar. Nach der zweiten Methode untersucht, erschienen die Fraunhoferschen Linien in dem ganzen brechbarern Theile des Spectrums als Unterbrechungen eines hellrothen ins Karmoisin fallenden Grundes; bei *H* etwa begann die Farbe ins Braune zu neigen, und die festen Linien *l*, *m*, *n*, *o* erschienen auf bräunlich rothem Grunde.

Bei der Untersuchung nach der dritten Methode trat die Fluorescenz zuerst auf in dem brechbarsten Theile des äussersten rothen Streifens, den die Flüssigkeit bei mässiger Dicke hindurchlässt, daneben kam ein heller rother, nur auf die Oberfläche der Flüssigkeit beschränkter Streifen. Wenn auch hier das erzeugende wie das Fluorescenzlicht roth war, so zeigte sich doch deutlich, dass das Fluorescenzlicht dem rothen Ende des Spectrums näher lag. In den orange gefärbten und gelben Theilen des Spectrums wurde die Fluorescenz schwach und erst weiterhin im Grün wurde sie stark und blieb stark über das violette Ende des Spectrums hinaus.

Es würde zu weit führen, hier alle von Stokes untersuchten Substanzen einzeln zu betrachten; es genüge, das allgemeine Resultat anzuführen, zu dem er gelangte und welches er in dem Satz ausspricht: „Stets ist im Fluorescenslicht die Brechbarkeit kleiner als in dem die Fluorescenz erzeugenden Lichte.“

Eine prismatische Untersuchung des Fluorescenzlichtes zeigt dasselbe und zugleich, dass, wenn auch das erregende Licht homogen war, das erregte doch stets zusammengesetzt ist. Wenn man bei der zweiten der erwähnten Untersuchungsmethoden anstatt einer Lösung von Chinin oder Aesculin ein stark mit der Lösung getränktes Papier nimmt, so erscheint auf demselben das ganze Spectrum, also auch der durch die Lösung hindurchgehende sichtbare Theil desselben. Wenn man nun den Spalt sehr kurz nimmt und das Spectrum durch ein Prisma mit verticaler brechender Kante erzeugt, so erhält man ein sehr schmales Spectrum. Wenn man dann das so erzeugte Spectrum *AC* (Fig. 66) durch ein Prisma mit horizontaler brechender Kante betrachtet, so wird das Spectrum in zwei Theile zerlegt (Fig. 66).

Fig. 66.



Zunächst sieht man das abgelenkte Spectrum, welches herrührt von dem in gewöhnlicher Weise von dem Papier zerstreuten Lichte, in der §. 17 (Fig. 40) angegebenen Weise; ausserdem sieht man aber noch ein zweites Spectrum *xy*, als Spectrum des fluorescirenden Lichtes. In diesem laufen die einzelnen Farben horizontal, und zwar in der Reihenfolge des gewöhnlichen Spectrum, oben roth, darunter gelb u. s. w., so dass die einzelnen Fraunhoferschen Linien die sämmtlichen Farben durchsetzen. Das Spectrum der fluorescirenden Strahlen, von Stokes als derivirtes bezeichnet, liegt stets an der obern Seite des abgelenkten und ist somit weniger gebrochen, die rothen, gelben u. s. w. Strahlen liegen in gleicher Höhe mit den Farben im abgelenkten Spectrum.

Es folgt also daraus auf das überzeugendste, dass durch Fluorescenz die Brechbarkeit der Strahlen vermindert, und dass durch homogenes die fluorescirende Substanz treffendes Licht zusammengesetztes Licht von kleinerer Brechbarkeit erzeugt wird.

An welcher der Frauenhoferschen Linien das derivirte Spectrum seinen Anfang nimmt, hängt von der fluorescirenden Substanz ab, welche

man wählt. Beim Chlorophyll fängt es schon beim Roth an, beim Curcuma-Papier bei der Linie *F*, beim Chinin und Aesculinpapier erst bei *G*, beim Uranglas schon bei der Linie *E*. Ebenso hängt davon ab, welche Farbe im derivirten Spectrum vorherrscht; beim Chlorophyll roth, beim Chinin blau, beim Uranglas grün. Das violette Ende fehlt jedoch immer, desshalb reicht das abgelenkte Spectrum stets tiefer hinab.

Wendet man anstatt der Papiere eine Lösung an, welche nur wenig zerstreutes Licht zurückwirft, so verschwindet das abgelenkte Spectrum fast ganz und man sieht nur das derivirte Spectrum.

Die Untersuchung nach der zweiten Methode macht noch auf einen wichtigen, vorhin schon erwähnten, Umstand aufmerksam, der für die Theorie der Erscheinung von hoher Bedeutung ist.

Die Fluorescenz wird dort meist nur von den brechbarsten Strahlen erzeugt; untersucht man nun ein Lichtbündel prismatisch, nachdem es durch eine fluorescirende Flüssigkeit hindurchgegangen ist, so findet man, dass die brechbarsten Strahlen von dieser ganz absobirt sind, eine Erscheinung die den engen Zusammenhang zwischen Absorption und Fluorescenz zeigt, die beweist, dass es das absorbirte Licht ist, welches die Fluorescenz hervorruft. Sehr auffallend ist dieser Satz bewiesen durch die Fluorescenzerscheinungen im Flussspath von Alston Moor, in den Lösungen von Chlorophyll und im Uranglas. Nach der dritten Methode untersucht erscheinen helle Fluorescenzstreifen in den beiden ersten Substanzen an gewissen Stellen des Spectrums geringerer Brechbarkeit; beim Flussspath im Roth, beim Chlorophyll im Roth und Grün; das durchgelassene Licht mit dem Prisma untersucht zeigt an denselben Stellen des Spectrums dunkle Absorptionsstreifen. Es ist somit der Satz gerechtfertigt, dass überall dort, wo im Spectrum eine helle Fluorescenz sich zeigt, im durchgelassenen Licht ein Absorptionsstreifen auftritt.

Phosphorescenz. Dem äussern Anscheine nach mit der Fluorescenz 39
nahe verwandt ist eine andere Wirkung des Lichtes auf einige Körper, welche mit dem Namen der Phosphorescenz bezeichnet wird. Ihre Aehnlichkeit mit der Fluorescenz besteht darin, dass eine Anzahl von Körpern unter der Einwirkung des Lichtes, der Sonne oder irdischer Lichtquellen ein sanftes Licht auszustrahlen beginnen, ohne dass sich in den Körpern die geringste chemische Aenderung zeigt; der wesentliche Unterschied zwischen Phosphorescenz und Fluorescenz aber darin, dass die fluorescirenden Körper nur Licht aussenden, so lange sie von den Lichtstrahlen getroffen werden und sofort erlöschen, wenn ihnen das Licht entzogen wird, während bei der Phosphorescenz das durch die Bestrahlung erzeugte Leuchten des Körpers auch nach der Entziehung des Lichtes fortdauert, ja dann erst sichtbar wird.

Es gibt eine ziemliche Anzahl natürlicher und künstlicher Minerale, welche diese Eigenschaft besitzen und die daher den Namen Leuchtsteine oder Lichtsauger erhalten haben. Zu den natürlichen Phosphoren gehört besonders der Diamant, der Kalkspath, gewisse Varietäten von Flussspath, unter diesen besonders der mit dem Namen Chlorophan bezeichnete Flussspath von Nertschinsk, welche zum Theil länger als eine Stunde nach der Bestrahlung leuchten. Ausser diesen leuchten eine kurze Zeit, meist nur einige Sekunden, fast alle natürlich vorkommenden Kalksalze und viele Verbindungen von Strontian und Baryt, ferner eine Anzahl von Magnesia, Kali und Natron Verbindungen, welche grösstentheils in einer Abhandlung von E. Becquerel[1]) über Phosphorescenz aufgezählt sind.

Trotz einer grossen Menge von Thatsachen, welche über diese Erscheinung durch die Versuche von ältern Physikern und in neuerer Zeit von Dessaigne, Seebeck, Grotthuss[2]) und besonders dem jüngern Becquerel bekannt geworden sind, ist die Erscheinung ihrer Erklärung doch noch nicht näher gerückt.

Auch bei der Phosphorescenz sind es hauptsächlich die brechbareren Strahlen, welche das Leuchten hervorrufen, jedoch beginnt es für die verschiedenen Substanzen an verschiedenen Stellen des Spectrums, bei einigen schon im sichtbaren Theile des Spectrums, bei andern erst im unsichtbaren Theile. Die Farbe des phosphorescirenden Lichtes ist für die verschiedenen Körper verschieden und steht in keiner Beziehung zu dem hervorrufenden Lichte. Sie liegt jedoch auch beim phosphorescirenden Lichte im allgemeinen dem weniger brechbaren Theile des Spectrums näher.

Sehr auffallend ist die Wirkung des Lichtes und der Wärme auf phosphorescirende Körper. Nach den Versuchen von Seebeck und Becquerel besitzen nämlich einige Theile des Spectrums die Fähigkeit die durch andere Theile hervorgerufene Phosphorescenz auszulöschen; so verschwindet sie zuweilen in Roth und Blau, nachdem sie durch die ultravioletten Strahlen hervorgerufen war. Während eine Temperaturerhöhung bei der Bestrahlung die nachher auftretende Phosphorescenz mindert, kann eine Erwärmung des erloschenen Körpers die Phosphorescenz wieder hervortreten lassen. Die Temperatur, welcher der Körper bei der Insolation ausgesetzt war, hat überdies auf die Farbe des Phosphorescenzlichtes einen bestimmenden Einfluss. So fand Becquerel[3]) bei einem Schwefelstrontium, das bei gewöhnlicher Temperatur in violettem Lichte phosphorescirte, dass es bei Steigerung der Temperatur

[1]) E. Becquerel. Annales de chim. et de phys. III. Sér. T. LV.

[2]) Grotthuss Schweiggers Journal f. Chemie und Physik Bd. XIV u. XV.

[3]) E. Becquerel a. a. O. p. 103 und 105.

während der Insolation zuerst blau dann grün dann gelb und bei einer Temperatur von 200° orange phosphorescirte. In andern Fällen ging das Licht aus Roth in Orange oder wie bei einem Schwefelcalcium aus grün in dunkelblau über, so dass sich kein bestimmtes Gesetz der Farbenänderung herausstellt, wie sich die Farbe mit der Temperatur ändert.

In einzelnen Fällen z. B. bei Schwefelstrontium das auf verschiedene Art bereitet, in verschiedener Farbe phosphorescirt, hat die Substanz im gewöhnlichen Tageslichte eine der des Phosphorescenzlichtes ähnliche Farbe. Es geht aus allen diesen Versuchen hervor, dass eine Reihe von Körpern durch vorhergegangene Beleuchtung in den Stand gesetzt werden, selbst Licht auszusenden, und dass dieses Licht verschieden ist, nicht nur je nach der chemischen Zusammensetzung, sondern auch nach der physikalischen Beschaffenheit der Körper[1]).

Sehr viel verwickelter wird die Erscheinung noch dadurch, dass nicht nur durch Beleuchtung, sondern auch durch eine Anzahl anderer Einwirkungen Phosphorescenzerscheinungen hervorgerufen werden. Gewisse Diamante und der Flussspath und andere Körper phosphoresciren auch bei Erwärmung, sie leuchten auch bei Temperaturen die weit unter der Rothglühhitze liegen. Andere Körper, wie Zucker, leuchten durch mechanische Einwirkungen, wie Reiben, Stossen, Zerbrechen. Andere Körper, wie manche Insekten und auch wohl das Holz, kurz ehe es zu faulen beginnt, leuchten ohne alle äussere Einwirkung.

Zwischen Phosphorescenz und Fluorescenz lässt sich im übrigen kaum eine Beziehung entdecken, da die meisten durch Erwärmung oder Insolation phosphorescirenden Körper keine Fluorescenz zeigen, und da umgekehrt die fluorescirenden Körper nur selten eine Phosphorescenz zeigen, und wenn sie es thuen, nicht immer die gleiche Farbe darbieten. Flintglas und Uranglas phosphorescirt zwar eine sehr kleine Zeit in der Farbe des Fluorescenzlichtes. Schwefelsaures Chinin und Chlorophyll-Lösung phosphoresciren nicht, trocknes Chininpapier zwar eine sehr kurze Zeit, dann aber nicht in dem bläulichen Fluorescenzlicht sondern gelblich.

Chemische Wirkung des Lichtes. Bei den in den vorigen Paragraphen betrachteten Wechselwirkungen zwischen dem Licht und den Körpern, auf welche es bei der gestörten Ausbreitung trifft und in welche es eindringt, wird die Beschaffenheit der Körper nicht bleibend geändert; es gibt jedoch eine Reihe von Körpern, welche durch die Einwirkung des Lichtes eine bleibende Aenderung erfahren, deren chemische Zusammensetzung dadurch geändert wird[2]). 40

Die ausgedehnteste und grossartigste chemische Wirkung des Lichtes

---

[1]) E. Becquerel a. a. O. p. 116.
[2]) L. Gmelin. Handbuch der Chemie. Thl. I. p. 150 ff.

ist die Einwirkung desselben auf die Vegetation; nur unter dem Einflusse des Lichtes können die Pflanzen gedeihen, im Dunklen werden sie bald welk. Durch die Blätter absorbiren die Pflanzen aus der Atmosphäre Kohlensäure, durch die Einwirkung des Lichtes wird diese zersetzt und der Sauerstoff von den Pflanzen ausgehaucht, während der Kohlenstoff fähig zu neuen andern Verbindungen in der Pflanze angesammelt bleibt.

Dass es das Licht ist, welches in der Pflanze diese Zersetzung erzeugt, geht unmittelbar daraus hervor, dass bei Nacht, oder auch bei Tage in dunklen Räumen, der chemische Process bei den Pflanzen gerade umgekehrt ist, die aus der Luft absorbirte Kohlensäure wird dann nicht zersetzt, sondern durch den absorbirten Sauerstoff wird in der Pflanze Kohlenstoff verbrannt, und Kohlensäure ausgehaucht.

Ausser diesen hat die Chemie eine Reihe von Zersetzungen durch die Wirkung des Lichtes kennen gelehrt, die Zersetzung der Farbstoffe unter Wirkung des Lichtes wird beim Bleichen in ausgedehnter Weise benutzt.

Unter Einwirkung des Lichtes vermag das Chlor in wässeriger Lösung das Wasser zu zersetzen, es bildet sich Salzsäure unter Entwicklung des Sauerstoffes.

Aber auch die entgegengesetzten Erscheinungen vermag das Licht hervorzubringen; ein Gemisch von gleichen Theilen Chlor und Wasserstoff verbindet sich im Dunklen nicht, dem Lichte ausgesetzt bildet sich aber sofort Chlorwasserstoffsäure. Ebenso verbindet sich Chlor mit Kohlenoxydgas unter Einwirkung des Lichtes.

Von grosser Wichtigkeit ist in neuester Zeit wegen der vielfachen praktischen Anwendungen die Einwirkung des Lichtes auf die Haloïdsalze des Silbers geworden; diese wie Chlorsilber, Jodsilber u. s. w. werden unter Einwirkung des Lichtes sehr bald gefärbt, erst violett, dann schwarz. Der Grund ist eine theilweise Reduction des Silbers, indem das als feinstes Pulver ausgeschiedene metallische Silber die schwarze Färbung veranlasst. Auch wenn das Silberpräparat nicht so lange dem Licht ausgesetzt ist, dass die theilweise Reduction desselben eingetreten ist, zeigt sich die Einwirkung des Lichtes darin, dass das vom Lichte getroffene Silbersalz viel rascher und leichter von reducirenden Substanzen zersetzt wird, als das nicht vom Lichte getroffene Silbersalz.

Letztere Erscheinung hat in neuester Zeit die ausgedehnteste Anwendung gefunden in der Herstellung von Lichtbildern. Man überzieht ein Papier oder eine Glasplatte mit einer Schicht eines empfindlichen Silberpräparates, indem man das Papier mit einer Lösung von Kochsalz oder Jodkalium imprägnirt und es dann auf einer Lösung von salpetersaurem Silberoxyd schwimmen lässt, oder die Glasplatte mit einer Collodiumschicht überzieht, welche etwas Jodkalium enthält und dann in eine eben solche Lösung von salpetersaurem Silberoxyd eintaucht. Durch

doppelte Zersetzung bildet sich dann an der Oberfläche dieser Präparate Jod- oder Chlorsilber, und salpetersaures Kali oder Natron. Letztere Salze werden dann in der Flüssigkeit gelöst, während die unlöslichen Silbersalze in dem Papier oder der Platte zurückbleiben.

Unter Abschluss des Lichtes bringt man dann eine so präparirte Fläche in einer Camera obscura in die Brennebene einer achromatischen Sammellinse und lässt das dort befindliche reelle Bild des abzubildenden Gegenstandes kurze Zeit auf die präparirte Fläche wirken. Ehe die Wirkung sichtbar ist, nimmt man dieselbe wieder heraus und übergiesst sie unter Abschluss des Lichtes mit einer reducirenden Flüssigkeit, etwa mit einer concentrirten Lösung von Gallussäure. An den Stellen, wo das Licht gewirkt hat, am meisten dort, wo es am hellsten war und immer weniger, je weniger hell das Licht war, wird dann das Silber reducirt; während dort, wo das Licht gar nicht wirkte, das Chlor- oder Jodsilber ungeändert zurückbleibt. Um das Bild der weitern Einwirkung des Lichtes zu entziehen, wird dann die zurückgebliebene empfindliche Schicht des Silbersalzes durch ein Lösungsmittel, eine Lösung von Cyankalium etwa, oder von unterschwefligsaurem Natron fortgenommen. Das auf diese Weise erzeugte Bild ist ein sogenanntes negatives, das heisst, die Lichter sind dunkel und die Schatten hell. Von diesen werden daher positive Copieen genommen, indem man mit den negativen Bildern ein präparirtes Papier bedeckt und nun durch das Bild hindurch Licht auf das Papier wirken lässt. Die Stellen, wo das Silber reducirt war, sind auf den negativen Bildern undurchsichtig, die übrigen sind durchscheinend. Auf dem empfindlichen Papier werden daher die mit den Partieen, wo das Licht gewirkt hat, bedeckten Stellen der Wirkung des Lichtes entzogen, und nicht oder nur wenig gefärbt, während die andern Theile geschwärzt werden. Man löst dann wieder das nicht zersetzte Silbersalz auf, und erhält dann ein positives Bild, in dem die im abzubildenden Gegenstande hellen Stellen, in der weissen Farbe des Papieres hell auf dem dunklen, durch das Silbersalz gefärbten Grunde erscheinen [1]).

Etwas anders ist die Benutzung der Lichtwirkung zur Herstellung von Bildern bei dem von Daguerre zuerst entdeckten und anfangs allgemein angewandten Verfahren. Man benutzt dort den im ersten Theil besprochenen Einfluss der Oberflächenbeschaffenheit auf die Condensation der Dämpfe. Eine mit Silber plattirte Kupferplatte wird durch Ein-

---

[1]) Ueber Photographie sind in neuester Zeit eine Anzahl von Handbüchern erschienen. Eine kurze Darstellung des Verfahrens nebst Litteratur bis 1849 siehe Handwörterbuch der Chemie v. Liebig, Poggendorff und Wöhler. Artikel Lichtbilder, spätere Litteratur in den Fortschritten der Physik von der Berliner physik. Gesellschaft.

wirkung von Joddämpfen mit einer empfindlichen Schicht von Jodsilber bedeckt und diese Platte der Einwirkung des Lichtes in der Camera obscura ausgesetzt. Hält man dann die Platte über schwach erwärmtes Quecksilber, so schlagen sich die Dämpfe an den Stellen nieder, wo das Licht gewirkt hat, und zwar um so mehr, je stärker die Einwirkung des Lichtes war. Uebergiesst man dann die Platte mit einer das Jodsilber auflösenden Flüssigkeit, so bleiben die mit den feinen Quecksilbertröpfchen bedeckten Stellen als weisser Ueberzug auf der glänzenden und deshalb im diffusen Licht dunklern Silberplatte zurück. Man erhält dadurch ein positives Bild, welches gegen das Licht nicht weiter empfindlich ist, da die empfindliche Schicht fortgenommen ist[1]).

Aehnlich wie bei der Fluorescenz zeigt sich ein merkbarer Unterschied in der Wirkung des verschiedenfarbigen Lichtes. Das weniger brechbare Licht, wie es nur weniger fluorescirend wirkt, besitzt auch eine geringere Fähigkeit zur chemischen Action. Unter einem rothen oder gelben Glase tritt nach Seebeck[2]) eine Verbindung des Chlors mit dem Wasserstoff nicht ein, und ebenso wird von rothem oder gelbem Lichte das Chlorsilber nicht merklich geschwärzt.

Man kann den Unterschied in den chemischen Wirkungen der Strahlen am einfachsten nachweisen, indem man das Spectrum direct auf ein empfindliches Papier oder eine empfindliche Silberplatte wirken lässt, man erhält dann ein photographirtes Spectrum. Der Photograph Hase in Freiburg hat nach Angabe von J. Müller[3]) derartige Spectra dargestellt. Es zeigt sich dort, dass nur der brechbarere Theil von G abwärts zu einer Abbildung Anlass gibt, und dass die Abbildung, gerade wie die Fluorescenzerscheinungen, sich weit über den sichtbaren Theil des Spectrums hinaus erstreckt. Auf einer 15 Sekunden der Lichtwirkung ausgesetzten Platte ist das Spectrum mit allen Fraunhofer'schen Linien abgebildet von der Linie G an bis zur Gruppe P, welche Stokes bei der Fluorescenz wahrgenommen hat; die Linien H, sowie L, M, N, O erscheinen gerade so wie in dem Stokes'schen Spectrum (Fig. 65); ein Beweis, dass dieselben Strahlen Fluorescenz hervorrufen, welche chemisch auf empfindliche Präparate einwirken.

Eine weitere Analogie zwischen chemischer Action des Lichtes und Fluorescenz ist die, dass die chemischwirkenden Strahlen bei der Action absorbirt werden. Durch die ausgedehnten Untersuchungen von Bunsen und Roscoe, welche mittels eines Gemisches aus gleichen Theilen Chlor und Wasserstoff die chemische Wirkung des Lichtes aus der gebildeten

---

[1]) Handwörterbuch a. a. O.

[2]) Seebeck. Schweiggers Journal für Chemie u. Physik. Bd. II. u. Bd. VII.

[3]) Müller in Poggend. Annal. Bd. 95. p. 135.

Salzsäure messen konnten [1]), ist bewiesen worden, dass stets bei der Bildung der Salzsäure von dem Gasgemische Licht absorbirt ist [2]). Diese beiden Forscher zeigten, dass die Absorption der chemischwirkenden Strahlen der chemischen Action selbst proportional ist, dass also für eine bestimmte chemische Wirkung eine bestimmte Quantität chemisch wirksamer Lichtstrahlen verbraucht wird.

Theoretische Andeutungen über Absorption, Fluorescenz und chemische Action des Lichtes. Die Erscheinungen der Fluorescenz und der chemischen Action des Lichtes in Verbindung mit denen der Absorption, setzen uns in den Stand diese Erscheinungen, wenn auch nicht vollständig aufzuklären, so doch dem Verständniss näher zu bringen. 41

Wenn das Licht auf einen Körper trifft, so wird es allemal geschwächt, es geht also Licht verloren.

Nun ist das Licht nach der Undulationstheorie eine Bewegung des Aethers, deren Geschwindigkeit zwischen gewissen Grenzen eingeschlossen ist; ist die Dauer einer Undulation grösser oder kleiner, so kann diese Bewegung uns nicht mehr den Eindruck des Lichtes machen. Denn nach der Undulationstheorie ist für die verschiedenen Farben die Wellenlänge eine verschiedene. Da aber nun im leeren Raum das Licht aller Farben sich mit gleicher Geschwindigkeit fortpflanzt, so folgt, dass auf der in der gleichen Zeit einer Sekunde zurückgelegten Strecke *C* von der einen Farbe sich mehr Wellenlängen befinden als von der andern, und da weiter während einer Oscillation eines Aethertheilchens sich die Bewegung um eine Wellenlänge fortpflanzt, so folgt, dass die Anzahl der einer Farbe entsprechenden Oscillationen um so grösser ist, je grösser die Anzahl der auf die Strecke *C* gehenden Wellen ist, dass also die Oscillationsdauer in demselben Verhältnisse wie die Wellenlänge kleiner ist. Den rothen Strahlen entsprechen die grössten, den violetten die kleinsten Wellenlängen, erstern somit die grösste, letztern die kleinste Oscillationsdauer. Nur zwischen diesen Grenzen nehmen wir Licht wahr, Wellenbewegungen von grösserer Oscillationsdauer als die der rothen, von kleinerer als die der violetten sind für uns nicht sichtbar.

Wenn demnach bei der Absorption Licht verschwindet, so heisst das, eine gewisse Quantität Bewegung hört durch die Wechselbeziehung zwischen Licht und Körper auf bemerkbar zu sein. Da nun aber eine Bewegung eine gewisse Quantität lebendiger Kraft ist, und da es ein wohl an sich klarer Satz ist, dass eine einmal vorhandene Kraft nicht vernichtet werden kann, ebenso wie keine Kraft erzeugt werden kann, so kann diese Bewegung nicht einfach aufhören; sondern sie muss in irgend einer Weise im Innern des Körpers verbraucht werden, oder in eine Be-

---

[1]) Bunsen und Roscoe. Poggend. Ann. Bd. 100. p. 43.
[2]) Bunsen und Roscoe. Poggend. Ann. Bd. 101. p. 235.

wegung umgeändert werden, welche langsamer oder schneller ist, als dass wir sie noch als Licht wahrnehmen können.

Es gibt nun besonders zwei Theorieen der Absorption, die eine ist von dem Baron von Wrede[1]) aufgestellt, sie nimmt an, dass das verschwundene Licht durch Interferenz ausgelöscht sei; wir werden die Grundzüge derselben im nächsten Abschnitte vorführen zugleich mit der Schwierigkeit, welche ihr entgegensteht; die andere ist in neuerer Zeit von Stokes[2]) näher verfolgt und mit den Erscheinungen der Fluorescenz in Verbindung gebracht.

Da die Moleküle der Körper auf den sie umgebenden Aether einen Einfluss haben, wie sich aus der verschiedenen Dichtigkeit des Aethers in den verschiedenen Körpern ergibt, so sind wir auch berechtigt rückwärts anzunehmen, dass die in dem die Moleküle des Körpers umgebenden Aether stattfindenden Bewegungen auf die Moleküle des Körpers von Einfluss sind. Die chemischen Wirkungen des Lichtes beweisen dieses sogar, indem bei den empfindlichen Körpern die schneller schwingenden Lichtstrahlen eine Aenderung des Zusammenhanges in den einzelnen Theilen der zusammengesetzten Moleküle des empfindlichen Körpers hervorbringen, und somit, da sie zugleich aufhören als Lichtstrahlen zu erscheinen, ihre Bewegung an die ponderabeln Moleküle der Körper abgeben. Als eine ähnliche molekulare Störung, die jedoch nicht bis zur Ueberführung in einen andern Gleichgewichtszustand der Moleküle geht, können wir auch die Fluorescenzerscheinungen ansehen. Denn nach der Undulationstheorie wird man annehmen müssen, dass das Licht zunächst aus den schwingenden Bewegungen der letzten Theilchen des Körpers entsteht. Bei dem Phänomen der Fluorescenz verhält sich nun der fluorescirende Körper so lange er unter dem Einflusse des Lichtes ist, wie ein selbstleuchtender Körper. Es ist daher das natürlichste anzunehmen, dass die ankommenden Bewegungen des Aethers schwingende Bewegungen in den letzten Molekülen der empfindlichen Substanzen erzeugen, und dass umgekehrt die für sich schwingenden Moleküle wiederum Vibrationen im Lichtäther erzeugen und dadurch das Leuchten verursachen. Die Perioden dieser Vibrationen hängen ab von den Vibrationen, in denen die Moleküle zu schwingen geneigt sind, nicht von denen der einfallenden Lichtbewegung; daher ist die Farbe des Fluorescenzlichtes im allgemeinen eine andere als diejenige des einfallenden Lichtes.

Letztere Annahme scheint nun auf den ersten Blick mit den Principien der Wellenbewegung und mit den sonstigen Erfahrungen im Widerspruch zu stehen. Denn nach dieser kann eine schwingende Bewegung, welche von einer andern schwingenden Bewegung hervorgerufen wird,

---

[1]) v. Wrede. Poggend. Ann. Bd. XXXIII.

[2]) Stokes. Poggend. Ann. Ergänzungsband IV. p. 322. ff.

sich von ersterer nur in den Amplituden der Bewegung unterscheiden, nicht aber in der Dauer der einzelnen Oscillationen.

Diesem Einwurfe begegnet Stokes[1]) durch die Bemerkung, dass die der Undulationstheorie zu Grunde liegenden Principien der Wellenbewegung von der Annahme ausgehen, dass die Kräfte, welche die schwingenden Theile in die Gleichgewichtslage zurückführen, den Verschiebungen der Theile proportional seien[2]), eine Annahme die gewiss gerechtfertigt ist, so lange wir die Verschiebungen als unendlich klein gegen die Abstände der schwingenden Punkte betrachten dürfen. Bei der Lichtbewegung im allgemeinen ist das gestattet, wir sind aber nicht berechtigt die Molekularvibrationen, um welche es sich hier handelt, als äusserst klein im Verhältniss zu der Grösse eines Moleküles zu betrachten. Denn diese können wir als Vibrationen im Innern der Moleküle selbst ansehen, ähnlich jener Bewegung, die bei der chemischen Action zu einer Trennung der Theile des complexen Moleküles führt, welche aber nicht so weit geht, dass der Gleichgewichtszustand der Moleküle bleibend ein anderer wird. Es verschieben sich z. B. die einzelnen Theile der complexen Moleküle gegeneinander, ähnlich wie die einzelnen Theile eines schwingenden Stabes oder einer schwingenden Platte, um Strecken, die nicht gegen die Grösse desselben unendlich klein sind.

Wenn aber die Kräfte, welche diese Molekularvibrationen nach dem Anstoss des ankommenden Lichtes veranlassen, nicht den Verschiebungen proportional sind, so können auch die entstehenden Vibrationen nicht mit den ankommenden gleicher Periode sein, und dann muss auch die Undulationsdauer der rückwärts im Aether erzeugten Schwingungen eine andere sein als die des ankommenden Lichtes.

Dass das fluorescirende Licht nun immer eine kleinere Brechbarkeit, also eine grössere Undulationsdauer besitzt, hat, wie Stokes[3]) entwickelt, seinen Grund darin, dass die Molekularvibrationen nur dann von der ankommenden Bewegung des Aethers erhalten werden können, wenn letztere eine kürzere Schwingungsdauer als erstere besitzt. Ist dagegen die Oscillationsdauer der ankommenden Lichtbewegung grösser, so wird die vorhandene Bewegung der Moleküle gestört, es kann keine Fluorescenz auftreten.

Wir sehen somit in zwei Fällen eine Wirkung des absorbirten Lichtes im Innern der Körper, eine Uebertragung der Bewegung des Aethers auf die Moleküle des Körpers. Es ist daher nicht unberechtigt, wenn man nach dem Grundsatze, dass wir die Ursachen der Naturerscheinungen nicht unnütz vermehren dürfen, annimmt, dass jeder Absorption eine

---

[1]) Stokes a. a. O. p. 324.

[2]) Man sehe Theil I, Abschnitt III, Kapitel I.

[3]) Stokes a. a. O. p. 327.

solche Uebertragung der Lichtbewegung auf die Moleküle der Körper zu Grunde liege. Dass wir nur in den seltensten Fällen eine Fluorescenz wahrnehmen, kann nicht als Einwurf gelten, da die Nichtwahrnehmung derselben einmal darin ihren Grund haben kann, dass die entstandene Molekularbewegung zu schwach ist, um wahrgenommen zu werden, dann aber auch darin, dass die Undulationsdauer zu gross ist, als dass die Bewegung noch Licht erzeuge.

Wenn auch, wie gesagt, diese Theorie noch nicht alle Erscheinungen aufklärt, so hat sie doch dadurch schon eine gewichtige Probe bestanden, dass Stokes nach der Angabe von Thomson[1]), die von Kirchhoff beobachteten Absorptionserscheinungen in Flammen aus ihr lange vorher geschlossen und erklärt hat. Die Ideen von Stokes waren folgende:

„Der Natrondampf muss durch seine Molekularstructur das Bestreben haben, Schwingungen zu vollführen, deren Brechbarkeit der Doppellinie *D* des Sonnenspectrums entspricht; deshalb leuchtet eine Flamme, in welcher Natrondampf enthalten ist, mit gelbem Lichte dieser Art.

Andrerseits muss nun aber auch der Natrondampf, der in einer eine Lichtquelle umgebenden Atmosphäre enthalten ist, das Bestreben haben, Licht derselben Art in sich zurückzuhalten, indem die Schwingungen dieser Lichtart geschwächt werden und an Geschwindigkeit verlieren müssen, weil die Aethermoleküle bei jeder Vibration mit den nebenliegenden in gleicher Periode schwingenden Natriummolekülen zusammenstossen, und so die Bewegung der letztern verstärken. In der Sonnenatmosphäre muss daher Natriumdampf vorhanden sein, welcher verhindert, dass das von der Sonne ausgesandte der Linie *D* entsprechende Licht die Sonnenatmosphäre durchdringe.

Diese Theorie muss entschieden werden durch die Untersuchung, ob der Natriumdampf diese besondere Absorptionskraft besitzt."

Wir haben ihre Bestätigung, und somit eine Bestätigung der Stokes'schen Absorptionstheorie überhaupt, in den Versuchen von Kirchhoff erhalten.

Viertes Kapitel.

Von der Wahrnehmung des Lichtes.

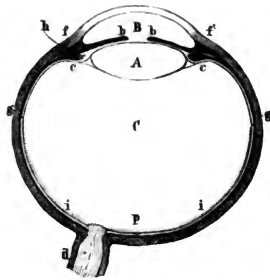
42 **Das menschliche Auge.** Wie zur Wahrnehmung des Schalles, so besitzen wir auch zur Wahrnehmung des Lichtes ein besonderes Organ, das Auge.

---

[1]) Annales de chim. et de phys. III. Sér. Tome LXII. p. 191. im Zusatz zur Uebersetzung von Kirchhoffs Abhandlung: Ueber das Verhältniss des Absorptionsvermögens und Emissionsvermögens der Körper für Wärme und Licht.

Das menschliche Auge[1]), sowie das der Wirbelthiere, besteht aus einer Combination von Linsen aus verschiedenen Medien, welche in ihrer Gesammtheit als Sammellinse wirken. Hinter dem letzten der Medien *C* Fig. 67 ist die das Licht empfindende Nervenhaut, die Netzhaut (retina), ausgebreitet (*i*).

Fig. 67.



Der ganze Apparat ist von einer festen Kapsel eingeschlossen, welche durch innern Druck gespannt erhalten wird und mit ihrem Inhalte den Augapfel bildet. Der grösste Theil derselben, in der Zeichnung schattirt, ist die undurchsichtige Faser- oder Sehnenhaut (sclerotica), welche dem Augapfel seine im ganzen kugelige Form gibt. Nur vorn von *f* bis *f'* ist dieselbe durch die durchsichtige Hornhaut (Cornea) ersetzt, welche ein kleines Segment einer stärker gekrümmten Kugel darstellt, und durch welche das Licht in das Auge eintritt. Am lebenden Auge sieht man zwischen den Augenliedern den vordern Theil der Sehnenhaut, das Weisse, und in der Mitte die durchsichtige Hornhaut.

Das Innere des Auges besteht aus 3 Abtheilungen, der vordern Augenkammer *B*, welche die wässerige Feuchtigkeit enthält, der Krystalllinse *A* und hinter derselben dem gallertigen Glaskörper *C*. Der Rand der Krystalllinse *A* ist mit der Grenze *ff* der Sehnenhaut und Hornhaut so fest verwachsen, dass die Linse die vordere Augenkammer vollständig von dem Glaskörper trennt.

Zwischen den Medien *A* und *C* und der das ganze Auge umschliessenden Sehnenhaut sind nun noch 2 Häute ausgespannt. Zunächst schliesst den Glaskörper die Netzhaut (*i*) ein. Die Nervenfasern, von deren Ausbreitung diese gebildet wird, treten durch die Oeffnung der Sehnenhaut (*d*) ein, welche dem Scheitel der Hornhaut nicht genau gegenüber liegt. Ziemlich genau in der durch den Scheitel der Hornhaut und den Mittelpunkt des Auges gelegten Axe des Auges liegt der sogenannte gelbe Fleck, die Stelle der Netzhaut, wo die Empfindung am feinsten ist, weil hier die Nervenendigungen am dichtesten zusammenliegen (*p*). Der Querschnitt des Nerven (*d*), der Mariottesche Fleck, besitzt keine Nervenenden und ist deshalb blind. Nach vorn wird im allgemeinen die Nervenhaut immer dünner und die lichtempfindenden Nervenenden immer sparsamer vertheilt; bei *g* hört sie ganz auf und an ihre Stelle tritt eine

[1]) Helmholtz. Physiologische Optik. §. 1—6 und §. 10.

nervenlose Membran, welche bis zur Linse reicht und an diese angeheftet ist.

Zwischen Netzhaut und Sehnenhaut liegt dann das Hautsystem der Uvea, in der Figur durch einen schwarzen Strich angedeutet. Sie besteht aus der Aderhaut (Chorioidea) mit einer der Netzhaut zunächst anliegenden Schicht schwarzen Pigmentes, und aus deren bis vor die Linse reichenden Fortsetzung, die Regenbogenhaut (Iris). Letztere ist wie die Aderhaut auf ihrer innern Seite mit Pigment bedeckt und liegt der Linse frei verschiebbar auf. Sie hat nur in der Mitte vor der Linse eine kreisförmige Oeffnung *bb*, die Pupille, welche durch die kreisförmigen und radiären Muskelfasern der Iris erweitert und verengt werden kann. Diese Verengerung geschieht unwillkürlich bei starker Beleuchtung der Netzhaut.

Die Uebergangsstelle der Aderhaut in die Regenbogenhaut, zwischen der Grenze der Sehnen- und Hornhaut und dem Rande der Linse, verdickt sich zu einem ringförmigen Wulste, dem Ciliarkörper, welcher aus einzelnen Abschnitten der Ciliarfortsätze *c* zusammengesetzt ist. Zwischen diesem Wulst und der Sehnenhaut ist endlich noch ein ringförmiger Muskel, der Ciliarmuskel *h* eingeschaltet, der mit dem Rande der Regenbogenhaut zusammenhängend, wie diese aus durchflochtenen radiären und circulären Fasern besteht, von denen die erstern an der Innenfläche des Randes der Horn- und Sehnenhaut festsitzen. Dadurch kann auch dieser Ring weiter oder enger gemacht und so bald mehr bald weniger auf den Ring der Ciliarfortsätze, mittelbar also auf den Rand der Linse, gedrückt werden. Auf diese Weise wird wahrscheinlich die Krystalllinse mehr oder weniger gewölbt und dadurch die Accommodation vermittelt.

Die Begrenzung der drei Medien des Auges ist eine nahe kugelförmige, um die durch den Scheitel der Hornhaut und den Mittelpunkt des Auges gehende Axe des Auges gedrehte, Rotationsfläche. Die beiden ersten durchsichtigen Medien, die wässerige Feuchtigkeit *B* und die Krystalllinse *A*, dienen als ein System zweier unmittelbar an einander liegender Sammellinsen, welche bewirken, dass das von einem leuchtenden Punkte ausgehende Licht so gebrochen wird, dass es auf einem Punkte der unmittelbar hinter dem dritten Mittel, dem Glaskörper *C*, ausgebreiteten Netzhaut wieder in einen Punkt vereinigt wird. Auf der Fläche dieser Haut wird daher ein reelles optisches Bild der aussen gesehenen Gegenstände entworfen; dasselbe ist umgekehrt und verkleinert. Man kann es an frisch ausgeschnittenen Augen sichtbar machen, wenn man vorsichtig den hintern mittlern Theil der Sehnen- und Aderhaut entfernt, die Netzhaut aber stehen lässt, und nun die Hornhaut eines so präparirten Auges gegen helle Gegenstände kehrt. Das Bild erscheint dann klein, hell und scharf und als ein umgekehrtes auf der stehen

gebliebenen Netzhaut. Noch besser ist das Bildchen nach der Methode von Gerling zu sehen[1]), wenn man die Elemente der Netzhaut mit einem Pinsel entfernt und dann ein Täfelchen von Glas oder Glimmer in die Oeffnung einschiebt.

Derjenige Punkt, welchen wir beim Sehen fixiren, wird jedesmal an der vorhin als gelber Fleck bezeichneten Stelle der Netzhaut abgebildet; dadurch, dass diese Stelle die empfindlichste ist, sehen wir die fixirten Punkte am schärfsten. Nur dort ist zugleich das optische Bild scharf begrenzt, an andern Stellen der Netzhaut ist es weniger scharf; deshalb sehen wir in der Regel auch nur den einen Punkt deutlich, den wir fixiren, alle übrigen undeutlich. Indess ist diese Undeutlichkeit nicht allein durch die geringere Schärfe der Bilder, sondern wesentlich mit durch die geringere Empfindlichkeit der Netzhaut bedingt, da sie schon in geringer Entfernung von der fixirten Stelle viel grösser ist als die objective Undeutlichkeit der Netzhautbilder.

Das Gesichtsfeld eines einzelnen Auges wird bestimmt durch die Weite der Pupille und deren Lage zum Rande der Hornhaut; nach innen, oben und unten wird es durch Theile des Antlitzes, Nase, Augenbrauenrand und Wangen begrenzt, nur nach aussen ist es ganz frei. Beide Augen zusammen überschauen, wenn ihre Axen parallel in die Ferne gerichtet sind, einen horizontalen Bogen von 180 und mehr Graden.

Gang der Lichtstrahlen im Auge. Die Lichtstrahlen, welche von 43
einem entfernten leuchtenden Punkte auf das Auge treffen, werden zuerst von der Hornhaut gebrochen, und zwar so, dass sie ungestört weiter gehend sich etwa 10^{mm} hinter der Netzhaut in einem Punkte vereinigen würden. Indem sie so convergirend durch die vordere Augenkammer gehen, treffen sie auf die biconvexe Krystalllinse, werden von dieser noch convergenter gemacht und können in Folge dessen nun schon auf der Netzhaut zur Vereinigung gelangen.

Wenn auch die einzelnen Flächen von Kugelflächen abweichen, so können wir doch zur Bestimmung der Lage und Grösse der Bilder das Auge als ein optisches System centrirter Kugelflächen ansehen, dessen Axe mit der Axe des Auges zusammenfällt. Die einzelnen Krümmungsverhältnisse unterliegen wohl ziemlich bedeutenden individuellen Verschiedenheiten, für uns genügt es, ein mittleres Auge zu betrachten. Ein solches liefern die von Listing[2]) für sein schematisches Auge an-

---

[1]) Gerling. Poggend. Annal. Bd. 46.

[2]) Listing. R. Wagners Handwörterbuch der Physiologie. Artikel Dioptrik des Auges.

genommenen Werthe, von deren Zulässigkeit sich Helmholtz[1]) durch directe Messungen überzeugt hat.

Listing nimmt an:

1) Brechungsverhältniss aus Luft in die wässerige Feuchtigkeit . . . . $^{103}/_{77}$
2) Brechungsverhältniss aus Luft in die Krystalllinse . . . $^{16}/_{11}$
3) Brechungsverhältniss aus Luft in den Glaskörper . . . $^{103}/_{77}$
4) Krümmungsradius der Hornhaut . . . . 8^{mm}
5) Krümmungsradius der vordern Linsenfläche . . . . 10^{mm}
6) Krümmungsradius der hintern Linsenfläche . . . . . 6^{mm}
7) Entfernung der vordern Hornhaut und der vordern Linsenfläche . . . . 4^{mm}
8) Dicke der Linse . . . . 4^{mm}

Um nun aus diesen Daten den Gang der Lichtstrahlen im Auge zu erhalten, müssen wir diese Werthe in unseren Gleichungen für ein dichtaneinander liegendes Linsensystem anwenden, bei welchem die Dicke der Linse nicht vernachlässigt werden darf, und daraus die Lagen der Brennpunkte und Hauptpunkte berechnen. Indess werden wir unsere Gleichungen noch etwas allgemeiner fassen müssen, da vor der ersten und hinter der letzten Linse nicht dasselbe Mittel ist. Da nämlich die Hornhaut fast parallele Flächen und einen Brechungsexponenten hat, der demjenigen der wässerigen Feuchtigkeit fast gleich ist, so können wir das Linsensystem des Auges als aus zwei Linsen bestehend betrachten, der vordern Augenkammer, begrenzt durch die vordere Fläche der Hornhaut und die vordere Fläche der Linse, und der Krystalllinse. Vor der ersten Linse befindet sich Luft; nach dem Durchtritt durch dieses System tritt aber das Licht in den Glaskörper aus.

Es wird genügen, wenn wir an einer einfachen Linse zeigen, wie weit die Rechnungen und Constructionen des §. 31 geändert werden müssen, um in dem Falle den Gang der Lichtstrahlen zu erhalten, dass hinter der Linse ein anderes Medium ist als vor derselben.

Bezeichnen wir zu dem Ende den Brechungsexponenten der Linsensubstanz mit n, ihren ersten Krümmungsradius mit r, den zweiten mit r', den Brechungsexponenten aus der Linsensubstanz in das hinter der Linse befindliche Mittel mit n', so haben wir zur Bestimmung der Vereinigungsweite f' nach §. 29 die Gleichungen

$$\frac{n}{f} + \frac{1}{a} = \frac{n-1}{r} \quad . \; . \; . \; . \quad (1),$$

$$\frac{n'}{f'} + \frac{1}{-(f-d)} = \frac{n'-1}{r'} \quad . \; . \quad (2),$$

[1]) Helmholtz physiologische Optik §. 10.

worin a den Abstand des leuchtenden Punktes von der ersten Linsenfläche, f den Abstand des Vereinigungspunktes nach der ersten Brechung von derselben Linsenfläche und d die Linsendicke bedeutet. Setzen wir in (2) den Werth von f aus (1) entwickelt ein und lösen gerade wie §. 29 nach f' auf, so wird

$$f' = \frac{nn'arr' - r'd\left\{n'(n-1)a - n'r\right\}}{a\left\{(n-1)r' + n(n'-1)r - (n'-1)(n-1)d\right\} + (n-1)(n'-1)dr - rr'}.$$

Befindet sich der leuchtende Punkt im Abstande Y von der Axe, so ist der Abstand des Vereinigungspunktes y' von derselben, wie man durch, den in §. 29 durchgeführten analoge Rechnungen findet.

$$y' = -\frac{rr'}{a\left\{(n-1)r' + n(n'-1)r - (n'-1)(n-1)d\right\} + (n-1)(n'-1)dr - rr'} \cdot Y.$$

Für den Abstand des ersten Hauptpunktes von der ersten Linsenfläche erhalten wir daraus

$$\alpha = -\frac{(n'-1)dr}{(n-1)r' + n(n'-1)r - (n-1)(n'-1)d}$$

und für den Abstand des zweiten Hauptpunktes von der zweiten Linsenfläche

$$\varphi = -\frac{n'(n-1)dr'}{(n-1)r' + n(n'-1)r - (n-1)(n'-1)d}.$$

Und rechnen wir schliesslich die Abstände von den Hauptpunkten, die des leuchtenden Punktes vom ersten, seines Brennpunktes vom zweiten, so erhalten wir

$$f' = \frac{nn'arr'}{a\left\{(n-1)r' + n(n'-1)r - (n-1)(n'-1)d\right\} - rr'}$$

und setzen wir ebenfalls in den Ausdruck für y' den Abstand a, vom ersten Hauptpunkt an gerechnet, ein

$$y' = -\frac{rr'}{a\left\{(n-1)r' + n(n'-1)r - (n-1)(n'-1)d\right\} - rr'} \cdot Y.$$

Diese Ausdrücke gehen in die §. 31 gefundenen für f' und y' über, wenn wir $n' = \frac{1}{n}$ setzen.

In diesem Falle sind die beiden Hauptbrennweiten der Linse nicht gleich. Nennen wir die zweite Hauptbrennweite, den Abstand des Vereinigungspunktes vom zweiten Hauptpunkt, wenn die Strahlen im ersten Mittel einander parallel auf die Linse fallen, für die also $a = \infty$ ist, F, so erhalten wir

$$F = \frac{nn'rr'}{(n-1)r' + n(n'-1)r - (n-1)(n'-1)d}$$

und die erste Hauptbrennweite, den Abstand des leuchtenden Punktes, dessen Strahlen nach der Brechung parallel werden, für den also $f = \infty$ ist, A, so wird

$$A = \frac{rr'}{(n-1)r' + n(n'-1)r - (n-1)(n'-1)d}$$

und somit

$$nn'A = F.$$

Nach §. 15 ist nun das Product nn' der Brechungsexponent aus Luft in das hinter der Linse befindliche Mittel, oder der Brechungsexponent dieses Mittel den der Luft gleich 1 gesetzt, so dass also die beiden Hauptbrennweiten sich in diesem Falle verhalten wie die Brechungsexponenten der beiden die Linse begrenzenden Mittel.

Führen wir in unseren Ausdruck für f die Hauptbrennweite ein, und setzen den reciproken Werth, so wird

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{F} - \frac{1}{nn'a},$$

ein Ausdruck, der sich von dem §. 31 erhaltenen dadurch unterscheidet, dass der Abstand des leuchtenden Punktes a den Brechungsexponenten des dritten Mittels als Factor erhalten hat. Dieser Ausdruck zeigt zugleich, wenn wir ihn mit der Gleichung (3) §. 28 vergleichen, dass in diesem Falle die Linse durch eine einzige brechende Fläche ersetzt werden kann, vor welcher Luft, hinter welcher das dritte Mittel ist, und welche eine solche Krümmung besitzt, dass die Hauptbrennweite derselben mit der in obiger Gleichung berechneten übereinstimmt.

Das Grössenverhältniss eines Gegenstandes und seines Bildes wird in diesem Falle

$$-\frac{y}{Y} = \frac{f}{nn'.a}$$

oder

$$\frac{Y}{a} = -nn'\frac{y}{f}.$$

Die Grössen verhalten sich also nicht einfach wie die Abstände der beiden von ihren betreffenden Hauptpunkten, sondern auch hier tritt in dem Verhältniss der Brechungsexponent des dritten Mittels als Factor hinzu.

Die im §. 31 gegebene Construction für die Lage der Bilder ist also jetzt nicht mehr zulässig, da der vor der Brechung gegen den ersten Hauptpunkt sich bewegende Strahl nicht nach der Brechung seiner ersten Richtung parallel durch den zweiten Hauptpunkt geht, sondern mit seiner frühern Richtung einen Winkel bildet. Indess gibt es auch in diesem Falle zwei Punkte, die so beschaffen sind, dass der zweite das Bild des ersten ist, und dass der vor der Brechung durch den ersten gehende Strahl nach der Brechung seiner frühern Richtung parallel durch den zweiten geht. Diese beiden Punkte nennt Listing [1]) Knotenpunkte. Die

[1]) Listing. Beitrag zur physiologischen Optik. Göttingen 1845.

Lage derselben lässt sich leicht folgendermassen bestimmen. Nennen wir den Abstand des ersten Knotenpunktes vom ersten Hauptpunkte k', den des zweiten vom zweiten Hauptpunkte k'', so ist die Bedingung für die Lage der Knotenpunkte, da die von ihnen zum leuchtenden Punkte und zum Bildpunkte gezogenen Linien einander parallel sein sollen,

$$\frac{Y}{a-k'} = -\frac{y}{f-k''}$$

oder

$$\frac{Y}{y} = -\frac{a-k'}{f-k''} = -nn'\frac{a}{f} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (\alpha).$$

Da nun aber der zweite Knotenpunkt das Bild des ersten ist, so haben wir ebenfalls

$$\frac{1}{k''} = \frac{1}{F} - \frac{1}{nn'k'},$$

$$k'' = \frac{nn'F.k'}{nn'k'-F}.$$

Setzen wir den Werth von k'' in obige Gleichung (α) ein, nachdem wir ihr die Form gegeben haben

$$\frac{(a-k').f}{nn'a} = f - k'',$$

so wird

$$\frac{f}{nn'} - \frac{fk'}{nn'a} = f - \frac{nn'F.k'}{nn'k'-F}.$$

In dieser Gleichung sind f und a noch veränderlich, wir müssen deshalb, um die Lage des ersten Knotenpunktes zu bestimmen, dafür bestimmte zusammengehörige Werthe einsetzen. Am bequemsten nehmen wir nun die beiden zusammengehörigen Werthe

$$a = \infty; \quad f = F,$$

dadurch wird dann

$$\frac{F}{nn'} = F - \frac{nn'Fk'}{nn'k'-F}$$

oder

$$k' - \frac{F}{nn'} = -F$$

und da

$$\frac{F}{nn'} = A,$$

$$A - k' = F; \quad k' = A - F.$$

Der Abstand des ersten Knotenpunktes vom ersten Hauptpunkte ist daher gleich der Differenz der ersten und zweiten Hauptbrennweite, oder der Abstand desselben vom ersten Hauptbrennpunkte ist gleich der zweiten Hauptbrennweite.

Setzen wir diesen Werth von k' in unsere Gleichung für k'', so wird

$$k'' = \frac{nn'F.k'}{nn'k' - F} = -\frac{nn'(A-F)}{nn'},$$
$$k'' = F - A; \quad F - k'' = A.$$

Der Abstand des zweiten Knotenpunktes vom zweiten Hauptpunkte ist somit gleich der Differenz der zweiten und ersten Hauptbrennweite; sein Abstand von dem zweiten Hauptbrennpunkt ist gleich der ersten Hauptbrennweite.

Der Abstand der Knotenpunkte ist gleich dem der beiden Hauptpunkte von einander.

Sind die Mittel vor und hinter der Linse gleich, so fallen Haupt- und Knotenpunkte zusammen, deshalb hatten in den früher von uns betrachteten Fällen die Hauptpunkte zugleich die Eigenschaft der Knotenpunkte.

Die in §. 31 gegebene Construction zur Bestimmung des Bildes eines ausser der Axe liegenden Punktes ist daher auch in unserem jetzigen Falle unmittelbar anwendbar, wenn wir die dort benutzten Hauptpunkte mit den Knotenpunkten vertauschen.

Es lässt sich sehr leicht zeigen, dass diese über die Lage der Knotenpunkte abgeleiteten Sätze ebenso für ein System von Linsen gelten. Da wir nun §. 32 die Ausdrücke für die Hauptpunkte und Hauptbrennweiten erhalten haben, so können wir durch Rechnungen, welche den dortigen ganz analog sind, leicht sämmtliche Kardinalpunkte eines Systems bestimmen, es wird daher unnöthig sein, die Formeln hier zu entwickeln.

Um unsere Gleichungen auf das Auge anzuwenden, berechnet man aus den gegebenen Daten zuerst die Lage der Hauptpunkte für die beiden Linsen, die wässerige Feuchtigkeit und die Krystalllinse, und daraus dann die der Hauptpunkte des Systems, die Hauptbrennweiten desselben und die Lage der Knotenpunkte. Listing hat diese Rechnungen mit den oben gegebenen Daten durchgeführt, er findet:

1) Der erste Brennpunkt liegt $12{,}8326^{mm}$ vor der Hornhaut, der zweite $14{,}6470^{mm}$ hinter der Hinterfläche der Linse.

2) Der erste Hauptpunkt liegt $2{,}1746^{mm}$, der zweite $2{,}5724^{mm}$ hinter der Vorderfläche der Hornhaut; ihr gegenseitiger Abstand beträgt $0{,}3978^{mm}$.

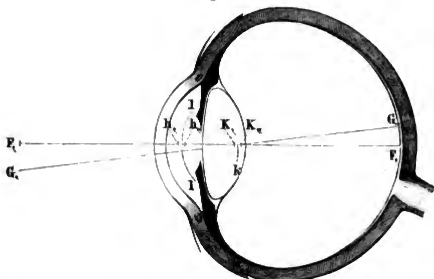
3) Der erste Knotenpunkt liegt $0{,}7580^{mm}$, der zweite $0{,}3602^{mm}$ vor der Hinterfläche der Linse.

4) Die erste Hauptbrennweite des Auges beträgt sonach $15{,}0072^{mm}$, die zweite $20{,}0746^{mm}$.

Die Lage der Hauptpunkte $h_,$ und $h_{,,}$, Knotenpunkte $k_,$ und $k_{,,}$, Brennpunkte $F_, F_{,,}$ ist hiernach in der aus Helmholtz physiologischer

Optik entnommenen Figur 68 dargestellt. Der zweite Brennpunkt fällt auf die Netzhaut.

Fig. 68.



Mit Hülfe dieser Kardinalpunkte kann man für ein Auge den Weg der Lichtstrahlen im Auge finden und die von irgend einem Gegenstande entworfenen Bilder ihrer Lage und Grösse nach beurtheilen. Wir können zu dem Ende das Auge uns sogar noch einfacher denken.

Da nämlich sowohl die beiden Hauptpunkte als auch die beiden Knotenpunkte sehr nahe zusammenliegen, so kann man bei Beurtheilung der entstehenden Bilder ohne bemerklichen Fehler sowohl die Hauptpunkte als auch die beiden Knotenpunkte in einen Punkt zusammenziehen. Das so noch mehr vereinfachte Schema des Auges nennt Listing das reducirte Auge. In dem reducirten Auge liegt der Hauptpunkt $2{,}3448^{mm}$ hinter der Vorderfläche der Hornhaut und der Knotenpunkt *k* Fig. 68 um $0{,}4764^{mm}$ vor der Hinterfläche der Linse. Die Brennpunkte bleiben dieselben.

Da hiernach die vor der Brechung nach dem Knotenpunkte convergirenden Strahlen nach dem Eintritt in das Auge ungebrochen weiter gehen, so ist die Wirkung des reducirten Auges gleich der einer brechenden Kugelfläche, deren Mittelpunkt der Knotenpunkt ist und deren Radius gleich ist dem Abstande des Knotenpunktes von dem Hauptpunkte, vor welcher Luft und hinter welcher Glaskörper ist. Der Krümmungsradius der Kugel würde gleich $5{,}1248^{mm}$ sein. Berechnet man hiernach die Lage der Brennpunkte des so auf eine brechende Fläche reducirten Auges, so findet man dieselbe genau wie im schematischen Auge. Darin liegt auch nach den so eben gegebenen Entwicklungen über die Brechung in Linsen, welche zwei Mittel trennen, die Berechtigung dieser Reduction. In Fig. 68 ist diese Fläche durch den Bogen *ll* dargestellt, welche der Hinterfläche der Linse um $2{,}3448^{mm}$ näher gerückt ist als der Scheitel der Hornhaut.

Wenn wir die Wirkung des reducirten Auges annehmen, so erhalten wir die Lage des Bildes auf der Netzhaut, wenn wir von dem leuchtenden Punkte eine gerade Linie nach dem Knotenpunkte ziehen und diese bis zur Netzhaut verlängern; wo sie die Netzhaut trifft, ist der Ort des Bildes. Eine solche Linie heisst die Richtungslinie des Sehens und daher auch der Knotenpunkt der Kreuzungspunkt der Richtungslinien.

Die in diesem Paragraphen angenommenen Zahlen gelten für ein Auge, welches auf unendliche Entfernungen accomodirt ist, da angenommen ist, dass der zweite Hauptbrennpunkt auf die Netzhaut fällt. Die Bilder leuchtender Punkte, welche in nicht unendlicher Entfernung liegen, fallen daher hinter die Netzhaut, und auf der Netzhaut selbst entstehen dann Zerstreuungskreise. Die Lage der Bilder und die Grösse der Zerstreuungskreise ergeben sich folgendermassen.

Was zunächst die Lage der Bilder betrifft, so erhalten wir deren Abstand f von dem Scheitel der brechenden Fläche des reducirten Auges oder den Abstand g von dem Knotenpunkte nach §. 28 (5) und (5a)

$$f = \frac{a \cdot F}{a - A}; \quad g = \frac{b \cdot G}{b - B},$$

wenn a den Abstand des leuchtenden Punktes vom Scheitel, A die erste, F die zweite Hauptbrennweite bedeutet; und in der Gleichung für g die Grössen b, B, G die Abstände des leuchtenden Punktes und des ersten und zweiten Brennpunktes von dem Mittelpunkte bedeuten.

Für den Abstand des Bildes von der Netzhaut, welche um F von dem Scheitel um G von dem Mittelpunkte entfernt ist, erhalten wir daraus

$$f - F = \frac{A \cdot F}{a - A}; \quad g - G = \frac{B \cdot G}{b - B}.$$

Um die Grösse des Zerstreuungskreises auf der Netzhaut zu erhalten, dürfen wir annehmen, dass die in das Innere des Auges eindringenden Strahlen einen Kegel bilden, dessen Basis die Pupille und dessen Spitze der Bildpunkt, dessen Höhe also gleich dem Abstande der Pupille von dem Bildpunkte ist. Nennen wir daher den Abstand der Pupille, welche der vordern Linsenfläche aufliegt, vom Knotenpunkte δ, so ist die Höhe des Kegels gleich $g + \delta$. Dieser Strahlenkegel wird nun von der der Pupille parallelen Netzhaut geschnitten, welche um F von dem Scheitel des reducirten Auges entfernt ist. Dieser Durchschnitt der Netzhaut und des Strahlenkegels ist der Zerstreuungskreis. Nennen wir nun den Durchmesser der Pupille p und den des Zerstreuungskreises z, so erhalten wir letzteren aus der Proportion

$$p : z = g + \delta : f - F,$$

da die Durchmesser der Basis zweier Kegel gleicher Oeffnung sich verhalten wie die Höhen der Kegel. Somit ist

$$z = p\,\frac{f-F}{g+\delta}.$$

Der Durchmesser der Pupille ist nun nach Listing $p = 4^{mm}$ und da die Dicke der Linse 4^{mm} und der Knotenpunkt um $3^{mm},5236$ hinter der Vorderfläche der Linse liegt, so ist $\delta = 3^{mm},5236$.

Rechnen wir die Abstände a und A, wie es unsere Gleichung voraussetzt, von dem Scheitel des reducirten Auges, so ist A sehr nahe gleich 15^{mm} und $A.F$ nahe 300. Nach Listing[1]) ist dann

für $a - A$	$f - F$	und z
∞	0^{mm}	0^{mm}
65^{m}	0,005	0,0011
25	0,012	0,0027
6	0,050	0,0112
1,5	0,200	0,0443
0,75	0,40	0,0825
0,375	0,80	0,1616
0,188	1,60	0,3122
0,094	3,20	0,5768

Man sieht aus dieser Tabelle, dass die Lage des Bildes sich nur wenig ändert, wenn die Entfernung des leuchtenden Punktes sehr gross ist, wie das Bild sich dagegen rasch von der Netzhaut entfernt, wenn der Punkt nahe rückt.

Das von uns angenommene Auge wird daher in grossen Entfernungen deutlich sehen, in kleinen, wo die Zerstreuungskreise zu gross werden, aber nicht; denn für diese wird das auf der Netzhaut entworfene Bild dieselbe Beschaffenheit haben wie das Bild, welches durch eine Linse entworfen wird, wenn der auffangende Schirm der Linse näher ist als die Vereinigungsweite der Lichtstrahlen.

Sehen in verschiedener Entfernung. Am Schlusse des vorigen 44
Paragraphen sahen wir, dass in dem von uns supponirten Auge nur von sehr weit entfernten Gegenständen scharfe Bilder auf der Netzhaut entstehen.

Da nun die Bilder der Netzhaut die Gesichtswahrnehmungen vermitteln, so würde ein solches Auge nur in bestimmten und zwar sehr grossen Entfernungen deutlich sehen. Die gewöhnlichste Erfahrung zeigt uns nun aber, dass das wirkliche gesunde Auge nicht so beschränkt ist, sondern dass wir sehr entfernte und sehr nahe Gegenstände bis zu einer gewissen Grenze deutlich sehen können. Man hat daher wohl geglaubt,

[1]) Listing a. a. O. Dioptrik des Auges.

dass das Auge ein optischer Apparat ganz eigenthümlicher Art sei, der zugleich Strahlen aus unendlicher Entfernung und aus grosser Nähe in einem Punkte vereinigen könne, auf den also die Gesetze der Lichtbrechung in Linsen nicht anwendbar seien. Dass indess diese Ansicht falsch sei, lässt sich sehr leicht zeigen. Denn wenn man irgend einen bestimmten Punkt fixirt, so sieht man nur diesen deutlich und scharf begrenzt, alle übrigen jedoch undeutlich. Sehen wir in die Ferne, so erscheinen uns, wie man sich bei einiger Achtsamkeit leicht überzeugt, alle naheliegenden Gegenstände mit verwischten und verschwommenen Conturen, umgekehrt scheinen uns die fernern Gegenstände so bei Fixirung nahe gelegener Punkte. In jedem Falle erscheinen somit auf der Netzhaut Zerstreuungskreise von den nicht fixirten Punkten, der Vereinigungspunkt der von diesen ausgehenden Strahlen liegt vor oder hinter der Netzhaut, nur der Vereinigungspunkt der von den fixirten Punkten ausgehenden Strahlen fällt gerade auf die Netzhaut.

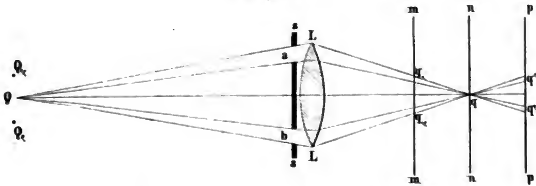
Nach den Gesetzen der Brechung in Linsen muss nun der Vereinigungspunkt der Strahlen, welche weiter her kommen als von dem Punkte, dessen Bild gerade auf einen hinter der Linse befindlichen Schirm fällt, vor dem Schirme liegen, kommen sie aber von näher liegenden Punkten, so muss der Vereinigungspunkt hinter dem Schirme liegen. Dass auch dieses in dem Auge der Fall ist, zeigt der unter dem Namen des Scheinerschen bekannte Versuch.[1])

Man mache in ein Kartenblatt zwei Löcher, deren Abstand kleiner ist als der Durchmesser der Pupille, also ungefähr 2 Millimeter, halte dieselben so vor das Auge, dass die Verbindungslinie horizontal ist, und sehe dadurch nach einer feinen Nadel, welche vertical vor dem hellen Hintergrunde des Fensters aufgestellt ist. Fixirt man die Nadel, so sieht man dieselbe einfach und scharf begrenzt; bedeckt man das eine der Löcher, so erscheint sie weniger hell, da dann weniger Licht von ihr in das Auge fällt. Fixirt man aber einen weiter vom Auge entfernten Gegenstand, oder einen näher liegenden, so sieht man die Nadel in beiden Fällen doppelt. Bedeckt man dann eines der Löcher, so verschwindet eines der beiden Bilder, während das andere unverändert bleibt. Es verschwindet aber ein anderes Bild, wenn man einen nähern als wenn man einen fernern Gegenstand fixirt. Fixirt man einen nähern Punkt, so verschwindet das rechts stehende der beiden Bilder, wenn man das rechte Loch verdeckt, fixirt man aber einen fernern Punkt, so verschwindet beim Verdecken des rechten Loches das linke Bild. Aus diesem Versuche folgt nun, dass die Strahlen, welche von fernern Punkten als den fixirten kommen, sich vor der Netzhaut schneiden, Strahlen

[1]) Helmholtz physiol. Optik §. 11.

dagegen, welche von nähern Punkten kommen, erst hinter der Netzhaut. Denn ist *LL* (Fig. 69) eine Linse und *Q* ein leuchtender Punkt

Fig. 69.



in einem gegebenen Abstande, dessen Bild in *q* liegt, und bringen wir nun vor der Linse einen Schirm *ss* an, der nur die beiden kleinen Löcher *a* und *b* hat, so wird auf dem durch den Bildpunkt *q* gestellten Schirm *nn* nur ein einfaches Bild erscheinen, welches nur dunkler ist als wenn die Linse unbedeckt wäre. Auf den Schirmen *mm*, *pp*, auf denen bei unbedeckter Linse Zerstreuungskreise sich zeigen würden, werden aber bei dieser Vorrichtung je zwei helle Punkte $q_{,}$, $q_{,,}$ und q', q'' erscheinen. Wird dann das untere Loch bedeckt, so verschwindet auf dem ersten Schirme der untere Punkt $q_{,,}$, auf dem zweiten der obere q'.

Denken wir uns nun anstatt der Linse die brechenden Medien des Auges und statt der Schirme *mm*, *nn*, *pp* die Netzhaut des Auges, so entsteht auf derselben nur ein Bild, man sieht den Gegenstand einfach, wenn der Vereinigungspunkt der Strahlen gerade auf die Netzhaut fällt. Fällt er hinter dieselbe, wenn die Netzhaut in *mm* ist, so entstehen auf ihr zwei Bilder, und man glaubt anstatt des einen leuchtenden Punktes *Q* zwei zu sehen, $Q_{,}$ und $Q_{,,}$. Und da das Bild auf der Netzhaut beim Aufrechtsehen umgekehrt ist, so entspricht dem Eindruck des obern Bildpunktes $q_{,}$ der untere Punkt $Q_{,}$, und dem untern Bildpunkt $q_{,,}$ der obere Punkt $Q_{,,}$. Wird nun $q_{,,}$ verdeckt, so verschwindet von den beiden gesehenen leuchtenden Punkten der obere. Wenn also in dem Falle, dass der Vereinigungspunkt der Strahlen hinter die Netzhaut fällt, die untere Oeffnung *b* verschlossen wird, so verschwindet von den beiden gesehenen Punkten der obere. Da nun beim Scheinerschen Versuche, wenn das Auge auf ferner liegende Gegenstände eingestellt ist, von den Doppelbildern der näher liegenden Punkte beim Verdecken des linken Loches das rechte Bild verschwindet, so folgt, dass der Vereinigungspunkt der von ihnen ausgehenden Strahlen hinter die Netzhaut fällt.

Befindet sich dagegen die Netzhaut in *pp*, so entstehen auf ihr ebenfalls zwei Bilder, q' und q''; man sieht wieder doppelt, und der eben gegebenen Entwicklung gemäss entspricht dem Netzhautbild q'

der untere Punkt Q, und dem Bilde q'' der obere Punkt $Q_{,,}$. Das Netzhautbild q' wird aber, da die Strahlen sich vor ihr kreuzen, durch das untere Bündel, welches die Oeffnung b durchsetzt, erzeugt; wird daher b verschlossen, so verschwindet das untere Bild $Q_{,}$. Beim Scheinerschen Versuche verschwindet, wenn das Auge auf nahe Gegenstände eingestellt ist, von den Doppelbildern der fernern bei Bedeckung des linken Loches das linke Bild, der Vereinigungspunkt der von ihnen ausgehenden Strahlen fällt daher vor die Netzhaut.

Da nun das Bild eines gegebenen Punktes beim Fixiren fernerer Gegenstände hinter, beim Fixiren näherer vor die Netzhaut fällt, so folgt dass bei Accommodation für die Nähe oder Ferne der Gang der Lichtstrahlen im Auge ein anderer wird, und zwar, dass bei Accommodation für die Nähe die Brennweite des Auges eine kleinere ist als bei Accomodation für die Ferne.

Diese Veränderung des Auges geschieht durch einen willkürlichen Act, in dem es ganz von unserem Willen abhängt, das Auge für die eine oder andere Entfernung einzustellen.

Der Mechanismus der Accommodation war bis auf die neueste Zeit dunkel, da durch eine Reihe verschiedener Aenderungen des Auges die Brechung des Lichtes in ihm eine andere werden kann. Wir können auf diese verschiedenen Ansichten nicht eingehen[1]), besonders da nach den neuern Versuchen von Max Langenbeck[2]), Cramer[3]) und Helmholtz[4]) kein Zweifel darüber mehr herrschen kann, dass es eine Veränderung der Linse ist, welche die Accommodation bewirkt. An der Vorder- und Hinterfläche tritt nämlich, da vor und hinter der Linse eine Flüssigkeit anderer Brechbarkeit ist, eine Reflexion des Lichtes ein, durch welche, da die Flächen als Kugelspiegel wirken, Bilder der Gegenstände entstehen, welche Licht auf die Linse werfen. Die oben erwähnten Forscher haben nun gezeigt, wenn man von der Linse das Bild einer Lichtflamme reflectiren lässt, während das beobachtete Auge bald für die Nähe, bald für die Ferne accommodirt ist, dass dann die Grösse des Flammenbildes eine andere wird, und zwar kleiner, wenn das Auge für die Nähe, grösser, wenn es für die Ferne accommodirt ist. Da nun das von Kugelspiegeln entworfene Bild um so kleiner ist, je kleiner der Krümmungsradius des Spiegels ist, so folgt aus diesen Versuchen, dass die Verkürzung der Brennweite des Auges bei Accommodation für die Nähe durch stärkere

---

1) Man sehe Helmholtz a. a. O. Geschichte der Accomodationslehre zu §. 12.

2) M. Langenbeck. Klinische Beiträge aus dem Gebiete der Chirurgie und Ophtalmologie I. 1849. Göttingen.

3) Cramer. Ueber das Accomodationsvermögen. Deutsch von Doden. Leer 1855.

4) Helmholtz in Gräfe Archiv für Ophtalm. I. und physiol. Optik. §. 11 und 12.

Krümmung der Linsenflächen erzeugt wird. Bei der stärkern Krümmung wird zugleich die Vorderfläche der Linse der Hornhaut etwas genähert, die hintere nicht, die Linse wird also etwas dicker. Nach Helmholtz ist der Krümmungsradius der vordern Linsenfläche bei Accommodation für die Ferne am schematischen Auge 10^{mm}, für die Nähe 6^{mm}, der hintern für die Ferne 6^{mm}, für die Nähe $5{,}5^{mm}$.

Nach Max Langenbeck und Henke[1]) wird diese Aenderung der Linse durch die Wirkung des Ciliarmuskels (*h* Fig. 67) in der Weise hervorgebracht, dass die circulären Muskelfasern bei Accommodation für die Nähe sich verkürzen, die radiären verlängert werden, und bei Accommodation für die Ferne das umgekehrte eintritt.

Diese Accommodation des Auges ist jedoch nicht unbegrenzt, denn wenn auch bei einem normalen Auge parallel einfallendes Licht auf der Netzhaut vereinigt wird, das Auge also für unendliche Entfernungen accommodirt werden kann, so kann man in der Nähe doch nur bis zu einer gewissen Entfernung deutlich sehen. Die Strahlen, welche von leuchtenden Punkten kommen, die näher als 100^{mm} beim Auge sind, lassen sich nicht mehr auf der Netzhaut vereinigen.

Jedes Auge sieht in einer gewissen Entfernung, ohne bemerkbare Anstrengung am deutlichsten; es ist das die Entfernung in welcher man beim Lesen unwillkürlich ein Buch hält; für ein normales Auge ist dieser Abstand nahe 2,5 Decimeter. Man nennt diese Entfernung die Weite des deutlichen Sehens oder die deutliche Sehweite.

Nicht alle Augen haben die Fähigkeit zwischen den oben angegebenen Entfernungen zu accommodiren. Solche Augen, deren Fernpunkt nicht in unendlichem, sondern endlichem, oft nur kleinem Abstande vom Auge liegt, nennt man kurzsichtig. Das Auge hat in dem Falle eine zu kurze Brennweite, die Vereinigungspunkte der Strahlen, welche von fernen Punkten kommen, liegen vor der Netzhaut. Man wird der Kurzsichtigkeit daher abhelfen dadurch, dass man die das Auge treffenden Strahlen weniger convergent macht, durch Vorsetzung eines Zerstreuungsglases. Andere können parallele aber nicht die stark divergirenden Strahlen, welche von nahe liegenden Punkten aus das Auge treffen, auf der Netzhaut vereinigen; deren Nahepunkt ist also in die Ferne gerückt. Mit Hülfe convexer Brillen wird aber diesem Uebelstande abgeholfen werden können, und dadurch der Weitsichtige fähig sein in die Nähe zu sehen[2]).

Monochromatische und Chromatische Abweichung. Irradiation. In 45
dem Auge kommen Abweichungen der Strahlen von dem eben betrachteten

[1]) Henke in Gräfe Archiv für Ophtalm. VI.

[2]) Genaueres über Kurz- und Fernsichtigkeit etc. A. Fick medicinische Physik. Braunschweig. 1856.

Gange mehrfacher Art vor. Die eigentliche sogenannte Abweichung wegen der Kugelgestalt, bei der die Randstrahlen in einer andern Distanz von der Linse vereinigt werden, als die centralen, zeigt sich zwar nur in sehr geringem Maasse, da einmal durch die Iris der Rand der Linse bedeckt ist, und so durch die Pupille nur die mehr centralen Strahlen in das Auge dringen, und da ferner durch die eigenthümliche Beschaffenheit der Linse, die Mitte derselben stärker brechbar ist als die äussern Schichten[1]). Da nun die Randstrahlen nur äussere Schichten durchsetzen, so wird dadurch ihre Vereinigungsweite grösser, und derjenigen der Centralstrahlen gleich. Ja es sollen sogar nach Volkmann[2]) Fälle vorkommen, bei denen in Folge dieser eigenthümlichen Linsenconstruction die mittlern Strahlen näher bei der Linse vereinigt werden als die Randstrahlen.

Dagegen finden sich Abweichungen anderer Art, welche zu ganz eigenthümlichen Zerstreuungsfiguren Anlass geben, und welche Helmholtz[3]), da sie auch bei einfarbigem Lichte vorkommen, monochromatische Abweichungen nennt. Sie zeigen sich zwar besonders bei nicht vollkommner Accommodation, erscheinen jedoch bei Betrachtung intensiver Lichtpunkte auch bei vollkommener Accommodation.

Es gehören hierher die eigenthümlichen strahligen Figuren, als welche selbst den gesunden Augen die Sterne und entfernte Flammen erscheinen. Die Anzahl der Strahlenbüschel, welche von dem hellen Centrum radiär ausgehen, beträgt meist 8—10, sie ist für verschiedene Menschen verschieden. Auch leuchtende Punkte, welche näher liegen als der fixirte Punkt, geben zu derartigen Strahlenfiguren Veranlassung, doch unterscheiden sie sich nach Helmholtz von den erstern dadurch, dass sie in horizontaler Richtung ausgedehnter sind, während die erstern in verticaler Richtung ausgedehnter sind.

Von einer Lichtlinie entstehen, indem jeder Punkt von ihr solche Strahlenfiguren gibt, häufig mehrere Bilder. Dahin gehören die mehrfachen Bilder, welche die meisten Menschen von den Hörnern der Mondsichel haben.

Diese Erscheinungen rühren zwar zum Theil her von den Feuchtigkeitströpfchen, die sich meist auf der Hornhaut finden, und welche gerade so wie Wassertropfen, welche man auf eine Linsenfläche gebracht hat, die erzeugten Bilder zum Theil verzerren; theilweise haben sie aber ihren Grund in einer wirklichen Asymmetrie des Auges.

Wichtiger als diese ist die chromatische Abweichung des Auges. Das Auge ist kein achromatisches Linsensystem, wie man lange geglaubt hat, und kann es auch nicht sein, da die brechenden Medien vor und

---

[1]) Helmholtz, phys. Optik. §. 10.
[2]) Volkmann. Artikel Sehen in R. Wagners physiol. Handwörterb.
[3]) Helmholtz a. a. O. §. 14. A. Fick. Medicinische Physik.

hinter der biconvexen Krystalllinse, nahezu den gleichen und einen kleinern Brechungsexponenten besitzen als die Linse. Das Auge muss daher dasselbe Dispersionsvermögen besitzen, als wenn es eine brechende Fläche wäre, vor welcher Luft und hinter welcher Glaskörper sich befindet, es muss das Dispersionsvermögen des reducirten Auges haben.

Dass das der Fall ist, haben Fraunhofers und Helmholtz Versuche auf das entschiedenste gezeigt.[1]) Fraunhofer beobachtete ein Spectrum durch ein achromatisches Fernrohr, in dessen Ocular ein sehr feines Fadenkreuz angebracht war, und bemerkte, dass er die Ocularlinse dem Fadenkreuz näher bringen musste, um dasselbe deutlich zu sehen, wenn er den violetten Theil des Spectrums betrachtete, als wenn er den rothen im Gesichtsfelde hatte. Indem er mit dem einen Auge einen äussern Gegenstand fixirte, mit dem andern den Faden im Fernrohr betrachtete, stellte er die Ocularlinse so, dass ihm der Faden eben so deutlich erschien als das äussere Object und maass, um wie viel das Ocular verschoben werden musste, damit der Faden in verschiedenen Farben gleich deutlich gesehen wurde. Mit Berücksichtigung der chromatischen Abweichung des Oculars lässt sich daraus diejenige des Auges bestimmen. Fraunhofer fand dann, dass ein Auge, welches ein unendlich fernes Object deutlich sieht, wenn dasselbe Licht ausstrahlt, das der dunklen Linie *C* entspricht, bei demselben Accommodationszustande ein Object, das Licht von der dem dunklen Streifen *G* nahen Farbe aussendet, in einem Abstande von 0,45 bis 0,6 Meter deutlich sieht. Aus diesen und ähnlichen Versuchen folgt, dass in einem auf unendliche Entfernung eingestellten Auge der Brennpunkt der rothen Strahlen ungefähr 0,6^{mm} hinter dem der violetten Strahlen liegt.

Man kann die Farbenzerstreuung des Auges sehr gut dadurch sichtbar machen, dass man mit dem Auge einen leuchtenden Punkt oder eine entfernte schmale Lichtquelle fixirt, und dann von der Seite her einen dunklen Schirm vor die Pupille schiebt (die Nase kann sehr gut durch eine kleine Drehung des Kopfes als solcher dienen), man sieht dann die Lichtlinie an der Seite, von welcher her man den Schirm vorschiebt, wenn die Pupille halb bedeckt ist, roth, an der andern Seite blau gesäumt, ja wenn die Lichtlinie nur schmal ist sehe ich ein, wenn auch nicht sehr vollkommenes Spectrum.

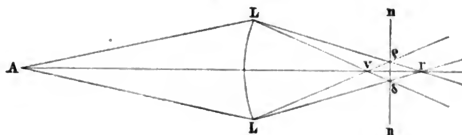
Ein leuchtender weisser Punkt erscheint weiss, wenn man ihn fixirt, aber als Zerstreuungskreis mit rothem Saum, wenn man einen ferner liegenden, als Zerstreuungskreis mit blauem Saume, wenn man einen näher liegenden Punkt fixirt. Diese Erscheinungen, sowie die, dass die fixirten Punkte selbst nicht farbig erscheinen, erklären sich unmittelbar bei Betrachtung des Ganges der Lichtstrahlen im Auge.

---

[1]) Fraunhofer in Gilberts Annalen. Bd. LVI. Helmholtz a. a. O. §. 13.

Ist ein Auge für eine gewisse Entfernung accommodirt, so fällt der Vereinigungspunkt der Strahlen mittlerer Brechbarkeit auf die Netzhaut, derjenige der rothen Strahlen hinter, derjenige der violetten Strahlen vor dieselbe. Ist demnach (Fig. 70) *LL* die Vorderfläche des reducirten

Fig. 70.



Auges, so befindet sich, wenn es auf den leuchtenden Punkt *A* eingestellt ist, die Netzhaut *nn* in der Brennweite der mittlern Strahlen, wo zugleich die Strahlenkegel der früher vereinigten violetten und der später sich kreuzenden rothen Strahlen gleiche Breite haben.

Auf der Netzhaut erscheint daher ein kleiner Zerstreuungskreis; da nun aber überall gemischte Farben vorkommen, welche zusammen als weiss empfunden werden, sieht das Auge den accommodirten Punkt *A* nicht farbig. Statt dessen erscheint er wie ein kleiner Kreis und gibt daher Anlass zu einer Vergrösserung des Bildes, welche man mit dem Namen der Irradiation bezeichnet, die wegen der geringen Helligkeit der Zerstreuungkreise nur merklich ist, wenn der Punkt *A* hell auf dunklem Grunde ist.

Schiebt man nun vor die Pupille einen dunklen Schirm hin, der dieselbe mehr als zur Hälfte bedeckt, so sieht man wie dann die durch die eine Hälfte eindringenden Lichtstrahlen fortgenommen werden; und würde z. B. nur das Strahlenbündel *AL* eingelassen, so muss auf der Netzhaut *nn*, ein vollständiges Spectrum entstehen, in welchem, wenn der Schirm (Fig. 70) von unten vorgeschoben wird, oben roth und unten violett ist. Da aber nun, wie bereits erwähnt, ein auf der Netzhaut oben beleuchteter Punkt bewirkt, dass wir unterhalb der Augenaxe einen leuchtenden Punkt zu sehen glauben, so wird *A* unten, also an der Seite, von welcher her der Schirm vorgeschoben wird, roth, oben aber blau erscheinen.

Fixiren wir einen entferntern Punkt als *A*, so rücken die Vereinigungspunkte *v* und *r* weiter fort, es ist also dasselbe, als wenn *nn* näher an *LL* rückt, wir müssen einen Zerstreuungskreis erhalten mit einem rothen Saume. Fixiren wir dagegen einen nähern Punkt, so fallen die Punkte *v* und *r* näher an *LL*, wir erhalten einen Zerstreuungskreis mit blauem Saume.

Die von Plateau[1]) am ausführlichsten beschriebenen Irradiationserscheinungen lassen sich wohl sämmtlich auf die erwähnten Zerstreuungserscheinungen, welche auch bei vollkommener Accommodation auftreten, zurückführen[2]). Diese Erscheinungen lassen sich im allgemeinen dahin zusammenfassen, dass stark beleuchtete Flächen grösser erscheinen als sie wirklich sind, während die benachbarten dunklen Flächen um ebenso viel kleiner erscheinen. Die Erscheinungen sind am auffallendsten, wenn die Accommodation nicht ganz genau ist, sie zeigen sich aber, besonders bei starker Beleuchtung, auch wenn das Auge scharf accommodirt ist.

Die auffallendsten Irradiationserscheinungen sind die: erstens, dass helle Flächen auf dunklem Grunde grösser, dunkle auf hellem kleiner erscheinen; ein weisses Quadrat auf dunklem Grunde erscheint grösser als ein schwarzes auf hellem Grunde; die helle Mondsichel erscheint selbst bei scharfer Accommodation einem grössern Kreise anzugehören als der im Erdlicht schwach sichtbare Mond; zweitens, dass nahe liegende helle Flächen zusammenfliessen; ein feiner Draht vor die Sonne gehalten verschwindet, so auch ein Haar vor der hellsten Stelle einer Kerzenflamme, selbst wenn man das Auge scharf auf dasselbe einstellt; die weissen Felder eines Schachbrettes scheinen an den Ecken zusammen zu fliessen und die schwarzen zu trennen; drittens, dass gerade Linien unterbrochen werden; ein Lineal zwischen das Auge und eine helle Lichtflamme gehalten, scheint dort, wo die helle Flamme darüber hervorblickt, ausgezackt zu sein.

Alle diese Erscheinungen reduciren sich darauf, dass die Ränder heller Flächen sich gleichsam vorschieben und über die benachbarten dunklern Flächen übergreifen; es geschieht das am meisten bei mangelhafter, indess auch, wenn auch nicht so stark, bei genauer Accommodation. Nun wissen wir aber, dass in allen den Fällen Zerstreuungskreise auf der Netzhaut entstehen, bei der Accommodation wegen der chromatischen und erwähnten monochromatischen Abweichung. Durch diese wird nun bewirkt, dass am Rande des Netzhautbildes die Helligkeit über die geometrische Grenze sich ausbreitet, und die Randtheile des Bildes weniger hell werden. Da nun unser Auge besonders bei grosser Helligkeit kleine Lichtunterschiede weniger leicht wahrnimmt, als eine wenn auch schwache Beleuchtung vorher dunkler Stellen, so folgt, dass man bei dieser Erscheinung besonders die Verbreiterung des Hellen wahrnimmt, und dass die Irradiation um so deutlicher wird, je heller die angesehene Fläche ist. Es folgt daraus zugleich, wie Helmholtz nachweist, dass die Irradiation bis zu einer gewissen Grenze mit der Helligkeit der beleuchteten Fläche an Breite wächst.

[1]) Plateau. Poggend. Ann. Ergänzungsband I.
[2]) Helmholtz a. a. O. §. 21.

Viele Physiologen und Physiker haben mit Plateau eine andere Theorie der Irradiation angenommen; sie glauben, dass die in der Netzhaut gereizte Nervenfaser die Fähigkeit habe, den Zustand der Reizung auch in benachbarten Nervenfasern hervorzurufen, und so dort eine Empfindung hervorzubringen, ohne dass dieselben vom Licht getroffen werden. Helmholtz indessen erklärt, wie früher schon Welcker[1]) und A. Fick[2]) diese Theorie für physiologisch nicht gerechtfertigt, und zugleich für überflüssig, da obige Erklärung für alle Einzelnheiten der Erscheinung ausreichend ist[3]).

46 **Von den Gesichtsempfindungen.** Die Lehre von den Gesichtsempfindungen, als einem rein physiologischen Gegenstande, sowie auch die Lehre von den Gesichtswahrnehmungen können in einem der Physik gewidmeten Werke nur kurz behandelt werden. Wir begnügen uns mit einer kurzen Uebersicht über die wichtigsten Resultate, soweit sie in physikalischer Beziehung von Bedeutung sind und verweisen im Uebrigen auf die Lehrbücher der Physiologie, besonders auf das schon mehrfach erwähnte klassische Handbuch der physiologischen Optik von H. Helmholtz.

Unser Auge unterscheidet in dem dasselbe treffenden Lichte zweierlei, Quantität und Qualität, bei gleicher Qualität eine geringere oder grössere Helligkeit, und bei gleicher oder verschiedener Helligkeit verschiedene Farbe.

Da das Licht in der von uns angenommenen Hypothese eine Wellenbewegung des Aethers ist, ähnlich wie der Schall der Luft, so wird auch die Intensität des Lichtes der lebendigen Kraft der Aetherbewegungen gleich zu setzen sein, wie die Intensität des Schalles der lebendigen Kraft der schwingenden Lufttheile. Die Lichtempfindung wird nun veranlasst durch den Stoss des bewegten Aethers gegen die Netzhaut; je stärker der Stoss ist, um so intensiver ist daher auch die Lichtempfindung; indess ist die Lichtempfindung nicht der Stärke des Stosses oder der objectiven Lichtstärke einfach proportional zu setzen, denn unser Auge unterscheidet nicht alle nachweisbar vorhandenen Lichtunterschiede; die kleinsten wahrnehmbaren Abstufungen in der Lichtempfindung entsprechen nicht gleichen Unterschieden der Lichtstärke[4]). Man beleuchte eine weisse Fläche mit einem schwachen Lichte, so dass die Lichtstärke des von der Fläche ausgesandten Lichtes gleich h ist; man stelle dann vor die Fläche einen Stab, der auf die Fläche einen Schatten wirft, innerhalb dessen Grenzen dieselbe daher kein Licht jener ersten Quelle erhält, und beleuchte dann die Fläche durch ein zweites Licht, das ihr die Helligkeit

[1]) H. Welcker. Ueber Irradiation etc. Giessen 1852.
[2]) A. Fick. Medicinische Physik. Braunschweig 1856.
[3]) Helmholtz. Physiol. Optik. §. 21.
[4]) Helmholtz. Physiol. Optik. §. 21.

H gibt. Die schattige Stelle der Fläche hat dann die Helligkeit H, während die übrige Fläche die Helligkeit $H + h$ hat. Ist nun die Helligkeit H nur gering, so erkennt das Auge den Schatten, es unterscheidet also die Helligkeiten H und $H + h$. Je mehr aber die Helligkeit H zunimmt, um so mehr verschwindet der Schatten, und es scheint, wie gross auch die Helligkeit h sein mag, eine grössere Helligkeit H zu geben, bei welcher das Auge die Unterschiede H und $H + h$ nicht mehr zu unterscheiden im Stande ist.

So wirft das Mondlicht einen deutlichen Schatten auf eine weisse Fläche, bringt man aber eine gut brennende Lampe nahe vor das Papier, so verschwindet der Schatten, ebenso verschwindet der Schatten einer Lampe, wenn man das Sonnenlicht auf das Papier fallen lässt.

Wenn man ein auf durchsichtigem Glase ausgeführtes photographisches Bild, welches lichte Stellen und stärkere und schwächere Schatten hat, vor einen Grund von immer steigender Helligkeit hält, so findet man, dass bei geringer Helligkeit des Grundes sehr zarte Schatten unsichtbar sind, bei grösserer sichtbar werden, dann eine zeitlang gleich gut sichtbar sind und bei noch grösserer wieder verschwinden. Nun ist die Helligkeit eines bestimmten Schattens um einen bestimmten Theil der ganzen Helligkeit kleiner als die der lichten Stellen. Nennen wir letztere Helligkeit H, so wird die des Schattens sein $(1-a)\,H$, wo a einen für einen bestimmten Schatten constanten Werth hat, der ein ächter Bruch ist. Der Unterschied beider ist also $a \,.\, H$, welcher mit der Helligkeit H selbst grösser und kleiner wird. Bei geringer Helligkeit ist der Unterschied $a\ H$ seinem absoluten Werthe nach zu klein um wahrgenommen zu werden; er ist dann sichtbar bis H einen gewissen grössten Werth erhält, und nimmt er mit H noch weiter zu, so verschwindet er wieder; trotzdem also der Unterschied $a\ H$ immer grösser wird, ist er bei einer gewissen Stärke der beiden Helligkeiten nicht mehr wahrnehmbar. Daraus geht hervor, dass es gewisse Grade mittlerer Lichtstärke gibt, innerhalb deren das Auge für kleine Unterschiede am empfindlichsten ist; es sind das die von uns gewöhnlich beim Lesen und Schreiben gebrauchten Lichtstärken. Innerhalb dieser Grenzen kann man nach Fechner und andern bei sehr verschiedenen Graden der Helligkeit Differenzen unterscheiden, die 0,01 der ganzen Helligkeit betragen, denn es fand sich, dass bei einem Rumford'schen Photometer bei Anwendung zweier vorher als gleich erkannter Flammen der eine Schatten nicht mehr gesehen wurde, wenn die eine Flamme 1', die andere 10' Fuss vom Schirme entfernt war.

Der Einfluss dieses Satzes auf die Photometrie ist klar, und man sieht, dass bei den früher beschriebenen Photometern die Vergleichung der Lichtstärken höchstens bis auf 1 Procent genau sein kann.

Unser Auge unterscheidet ausserdem das durch verschiedene Wellenlänge und demnach verschiedene Brechbarkeit bestimmte Licht verschiedener Qualität, indem es dasselbe als verschiedene Farben erkennt. Nach diesen Farben haben wir bereits früher die verschiedenen Theile des Spectrums bezeichnet. Genauer gibt Helmholtz die Farben desselben folgendermassen an[1]).

Roth ist das weniger brechbare Ende des Spectrums bis nahe zur dunklen Linie *C*; von *C* bis *D* geht das Roth durch Orange, d. h. Gelbroth mit überwiegendem Roth in Goldgelb, d. h. Gelbroth mit überwiegendem Gelb über. Ersterem entspricht unter den Farbstoffen die Mennige, letzterem die Bleiglätte. Von *D* bis zur Linie *b*, findet sich dann zuerst ein Streifen reines Gelb (Chromgelb) der etwa dreimal so weit von *E* als von *D* entfernt ist, dann folgt Grüngelb und von *b* bis *E* reines Grün (arseniksaures Kupferoxyd). Zwischen *E* und *F* geht das Grün durch Blaugrün in Blau über, zwischen *F* und *G* folgen verschiedene Töne des Blau, das erste Drittel von *FG*, sonst einfach Blau oder Himmelblau genannt, nennt Helmholtz Cyanblau, den übrigen Theil bis gegen *F* Indigblau. Dem Cyanblau entspricht das Berliner Blau, der Ultramarin dem Indigblau. Jenseits der Linie *G* bis *H* oder *L* (nach Stokes) folgt dann violett, und auf diese das Ultraviolett. Letzteres ist für gewöhnlich nicht sichtbar, kann aber bei sorgfältiger Abblendung des übrigen Lichtes und bei Anwendung von Quarzprismen und Quarzlinsen auch ohne Fluorescenz wahrgenommen werden. Seine Farbe ist bei schwacher Intensität indigblau, bei grösserer bläulichgrau. Die geringe Sichtbarkeit der ultravioletten Strahlen erklärt Helmholtz, da sie nach den Versuchen von Brücke und Knoblauch von den Augenmedien nicht absorbirt werden, aus der Unempfindlichkeit der Netzhaut für Schwingungen so kleiner Wellenlänge.

Der Farbeneindruck einer bestimmten Lichtqualität ist keineswegs constant, sondern hängt wesentlich von der Intensität des Lichtes ab. Alle einfachen Farben nähern sich bei gesteigerter Helligkeit dem Eindruck des Weissen; am auffallendsten das Violett, welches einen um so röthlichern Ton erhält, je lichtschwächer es ist, dagegen grauer aussieht je heller es wird, und schon in dem im Fernrohr betrachteten Sonnenspectrum weissgrau erscheint. Das Cyanblau des Spectrums wird bei schwacher Stärke indigblau, bei grösserer himmelblau, weissblau und endlich weiss. Das Grün geht durch Gelbgrün in Weiss, das Gelb direct, aber erst bei blendender Stärke in Weiss über. Auch das Roth sah Helmholtz, als er durch ein rothes Glas nach der Sonne blickte, hellgelb werden.

---

[1]) Helmholtz a. a. O. §. 19.

Die Qualität des Lichtes hat einen bedeutenden Einfluss auf die Stärke der Lichtempfindung. Wir sind aus Gründen, die später in der Wärmelehre betrachtet werden, genöthigt anzunehmen, dass die lebendige Kraft der Aetherbewegung, also die objective Lichtstärke vom rothen Ende des Spectrums zum violetten abnimmt, für unsere Empfindung hat aber entschieden der gelbe Theil des Spectrums die grösste Helligkeit. Die Stärke der Lichtempfindung hängt also nicht nur von der lebendigen Kraft der Aetherschwingungen ab, sondern auch von der Schwingungsdauer[1]). Desshalb hat eine auf subjectiver Schätzung beruhende photometrische Vergleichung von Licht verschiedener Farbe durchaus keinen objectiven Werth. —

Wenn man zwei oder mehrere Farben mischt, so nimmt das Auge eine resultirende Farbe wahr, in der es die einzelnen Farben nicht so erkennt, wie das Ohr in einem Accord die einzelnen Töne. Es geht das schon daraus hervor, dass das Sonnenlicht uns weiss erscheint, in dem man gewiss nicht die grosse Mannigfaltigkeit der einzelnen Farben vermuthet. Helmholtz hat diesen Satz überdies durch ausgedehnte Versuche bewiesen[2]), indem er durch das Zusammenbringen verschiedener Spectra die Farben mischte oder durch rasche Rotation verschiedener farbiger Sectoren die Farbeneindrücke erst auf der Netzhaut combinirte. Eine Mischung farbiger Pigmente kann uns, da sie Absorptionsfarben besitzen, das eine Pigment also das von dem andern reflectirte Licht absorbirt, keinen Aufschluss geben über die durch eine Mischung der Farben entstehenden Farben. Da man früher die Mischfarben meist aus farbigen Pigmenten herstellte, so sind die Helmholtz'schen Resultate von den frühern Versuch verschieden. Nach Helmholtz geben unter den Spectralfarben weiss — Roth und Grünlichblau — Orange und Cyanblau — Gelb und Indigblau — Grünlich Gelb und Violett. Das Grün des Spectrums hat keine einfache Complementärfarbe, sondern nur eine zusammengesetzte, eine Mischung aus Roth und Violett, die Helmholtz Purpur nennt.

Mischt man andere Farben des Spectrums, so entstehen Mischfarben, die zum Theil den Spectralfarben gleich sind, zum Theil nicht. Folgende Tabelle zeigt die Resultate von Helmholtz in übersichtlicher Form. In der ersten verticalen und horizontalen Columne stehen die einfachen Farben; wo sich die horizontalen und verticalen Reihen schneiden steht die Farbe, die aus der Mischung der an der Spitze stehenden Farben hervorgeht.

---

[1]) A. a. O. §. 21.

[2]) Helmholtz. Poggend. Annal. Bd. LXXXVII. Physiol. Optik. §. 20.

	Violett	Indigblau	Cyanblau	Blaugrün	Grün	Grüngelb	Gelb
Roth	Purpur	dk. Rosa	wss. Rosa	Weiss	wss. Gelb	Goldgelb	Orange
Orange	dk. Rosa	wss. Rosa	Weiss	wss. Gelb	Gelb	Gelb	
Gelb	wss. Rosa	Weiss	wss. Grün	wss. Grün	Grüngelb		
Grüngelb	Weiss	wss. Grün	wss. Grün	Blaugrün			
Grün	wss. Blau	Wasser bl.	Blaugrün				
Blaugrün	Wasser bl.	Wasser bl.					
Cyanblau	Indigblau						

dk. = dunkel.
wss. = weiss.

Die Mischung der zusammengesetzen Farben führt zu keinen neuen Farben mehr, sondern wir erhalten aus ihnen dieselben Farben, welche die gleichen Spectralfarben liefern, nur mehr oder weniger gesättigt, d. h. mehr oder weniger mit Weiss gemischt. Die übrigen noch in der Sprache bezeichneten Farben werden durch Intensitätsunterschiede obiger Farben bewirkt. So ist Grau ein lichtschwaches Weiss, Braun ein lichtschwaches Goldgelb u. s. w.

Die Empfindung des Lichtes verschiedener Qualität als Farbe, müssen wir als einen rein physiologischen Act ansehen, wie daraus hervorgeht, dass Licht gleicher Qualität bei verschiedener Intensität uns als verschiedenfarbig und Licht verschiedener Qualität, einfaches und zusammengesetztes uns als gleichfarbig erscheint[1]).

Die Affection der Netzhaut dauert noch fort, auch wenn das sie bewirkende Licht aufgehört hat das Auge zu treffen.

Man überzeugt sich zunächst davon durch den bekannten Versuch, dass eine im Kreise rasch bewegte glühende Kohle uns als feuriger Kreis, dass ein rasch gedrehtes Rad uns als eine halb durchsichtige Scheibe erscheint. Eben so zeigt sich die Dauer des Lichteindruckes, indem ein rasch gedrehter Farbenkreisel in der Mischfarbe der einzelnen auf ihm enthaltenen farbigen Sectoren erscheint.

Zugleich zeigt sich die Dauer dieser Einwirkung in den beiden Arten von Nachbildern, die wir nach dem Anblick eines hellen Gegenstandes haben. Schliessen wir nach dem Anblicke eines hellen Gegenstandes die Augen, und halten so alles Licht ab, so sehen wir noch sehr kurze Zeit ein sogenanntes positives Nachbild, indem wir die Conturen des vorher erblickten Gegenstandes noch wahrnehmen, und zwar die hellen Theile hell, die dunklen dunkel. Das positive Nachbild besteht nur kurze Zeit, und zeigt in dieser durch sein farbiges Abklingen, dass die Eindrücke der verschiedenen Farben nicht gleiche Dauer haben, das Nachbild erscheint zuerst hell und weiss, dann eine kurze Zeit grün, eine noch kürzere violettblau und schliesslich roth.

---

[1]) Helmholtz a. a. O. §. 20. Darlegung der Theorie von Th. Young. (Lectures on natural Philosophy.)

Die positiven Nachbilder gehen, besonders wenn man das Auge auf eine hellere Fläche richtet, in negative über, in solche, wo das im ursprünglichen Bilde Helle dunkel erscheint und umgekehrt. Das Auge ist demnach an der gereizten Stelle unempfindlicher, und reagirt an derselben auf neues Licht nicht so stark, wie die nichtgereizte Umgebung. Darauf beruht es auch, dass wenn man im frühern Stadium des positiven Nachbildes das Auge auf eine helle Fläche richtet, ein der Farbe desselben complementär gefärbtes negatives Bild sich zeigt. War das positive roth, so ist das negative grünlich blau.

Ist das Auge durch eine bestimmte Farbe gereizt, so wird es für diese unempfindlich, und erblickt dann eine farblose Fläche complementär gefärbt.[1])

Unter den Gesichtsempfindungen ist schliesslich noch die eigenthümliche Erscheinung zu erwähnen, dass ein farblos weisser Körper in einer farbigen Umgebung in der der Umgebung complementären Farbe erscheint. Am auffallendsten zeigen das die farbigen Schatten. Wenn man im Tageslicht eine weisse Fläche noch durch die gelbrothe Flamme einer Talgkerze beleuchtet, so erhält sie einen gelblichen Farbenton, wirft man dann einen Schatten von der Kerzenflamme, so erscheint der Schatten in der gelbrothen Umgebung, obwohl er vom Tageslicht beleuchtet ist, entschieden blau gefärbt.

Diese Erscheinung sieht Helmholtz als eine rein psychologische an[2]), die auf der Eigenthümlichkeit unseres Urtheils beruht, dass wir direct wahrnehmbare Unterschiede für grösser halten als solche, welche in der Anschauung nur unsicher hervortreten, oder die wir nach der Erinnerung beurtheilen.

Wenden wir das auf die Contrastfarben an, so unterscheiden sich bei denselben die betrachteten Theile des Gesichtsfeldes dadurch, dass der eine objectiv mit farbigem Lichte beleuchtet ist, dort also eine bestimmte Farbe vorherrscht, in dem andern nicht, dort ist die Farbe der Umgebung vorhanden aber schwächer, zu dieser aber noch die sie zu weiss ergänzende Farbe. Deshalb tritt in der Empfindung die complementäre Farbe deutlicher hervor, besonders da uns jeder Vergleich mit andern Farben fehlt, und wir nur aus der Erinnerung wissen, dass das Papier weiss ist.

Von den Gesichtswahrnehmungen. Mit dem Ausdrucke der Ge- 47
sichtswahrnehmungen bezeichnen wir die in Folge der Gesichtsempfindungen in uns entstehenden Vorstellungen der ausser uns vorhandenen

[1]) Plateau. Poggend. Ann. XXXII. Fechner. Poggend. Ann. XLIV u. L. Helmholtz physiol. Optik §. 22 u. 23.

[2]) Helmholtz a. a. O. §. 24.

Objecte. Zur Bildung derselben bedarf es zwar immer einer psychischen Thätigkeit, dieselbe wird aber veranlasst und unterstützt durch die Beschaffenheit der Netzhautbilder.

Wir sehen zunächst immer nach einer bestimmten Richtung, und zur Bestimmung derselben dient der Satz [1]), dass, wenn eine bestimmte Stelle der Netzhaut gereizt wird, wir die reizende Ursache und zwar, da das der ungeheueren Mehrzahl nach Licht aussendende Objecte sind, als Licht aussendende Objecte in der Richtung zu sehen glauben, von wo aus bei normalen Verhältnissen, d. h. bei ungestörter Lichtausbreitung, ein Lichtreiz die gereizte Stelle unserer Netzhaut treffen würde. Wir verlegen also durch unser Urtheil jenes Object immer in die durch die gereizte Stelle und den Knotenpunkt des Auges gelegte Richtungslinie.

Das ist auch der Grund des so vielfach als einer besondern Erklärung bedürftig angesehenen Aufrechtsehens der um uns befindlichen Gegenstände, die auf der Netzhaut ein umgekehrtes Bild entwerfen. Die Richtungslinien der angesehenen Punkte kreuzen sich sämmtlich im Knotenpunkte des Auges; eine unterhalb der Augenaxe gereizte Stelle der Netzhaut sieht daher auswärts einen oberhalb derselben liegenden leuchtenden Punkt. Man kann sagen, wir sehen aufrecht, weil die Bilder der Netzhaut umgekehrt sind.

An den ausser uns gesehenen Gegenständen unterscheiden wir nun ihre räumliche Ausdehnung und ihre räumliche Lage. Die Ausdehnung in einer zur Augenaxe senkrechten Ebene, die Grösse der Gegenstände nach Höhe und Breite beurtheilen wir nach den entsprechenden Ausdehnungen der Netzhautbilder oder nach dem Winkel, den die nach den äussersten Punkten der gesehenen Objecte gezogenen Richtungslinien mit einander bilden. Diesen Winkel nennt man den Sehwinkel. Der Sehwinkel, der demnach die scheinbare Grösse eines Gegenstandes misst, hängt ab von der wirklichen Grösse des angesehenen Gegenstandes und seiner Entfernung vom Auge, so zwar, dass die scheinbare Grösse gleich ist dem Quotienten aus der Grösse des Gegenstandes und der Entfernung desselben vom Auge. Der Winkel, unter dem wir einen Gegenstand von doppelter Grösse sehen, ist derselbe, wenn sich der Gegenstand in der doppelten Entfernung befindet, als der, unter dem uns ein Gegenstand von der Grösse 1 in der Entfernung 1 erscheint. Die Grösse der Netzhautbilder ist daher in beiden Fällen dieselbe. Dass uns aber dennoch der erste Gegenstand grösser erscheint, dass wir also seine wahre Grösse schätzen, ist ein rein psychischer Akt und beruht nur auf unserem Urtheil, indem wir entweder von anders her die wahre Grösse kennen und dann schliessen, dass er sich in der doppelten

[1]) Helmholtz physiol. Optik §. 26.

Entfernung befindet, oder umgekehrt aus der bekannten Entfernung seine Grösse ableiten.

Dass es in der That nur ein psychischer Akt ist, der uns über die wahre Grösse der gesehenen Gegenstände Aufschluss gibt, zeigen die vielfach vorkommenden Täuschungen, wenn man unbekannte Gegenstände in Entfernungen sieht, die sich nicht anderweitig schätzen lassen. So ist es eine bekannte Erfahrung, dass fast alle, welche aus einer Ebene oder einem Hügelland zuerst an ein Hochgebirge kommen, die Höhe desselben unterschätzen.

Wird der Gesichtswinkel, unter welchem ein Gegenstand erscheint, zu klein, so kann er nicht mehr wahrgenommen werden. Die Grösse des Gesichtswinkels, unter welchem ein Gegenstand noch sichtbar ist, lässt sich nicht allgemein bestimmen, er schwankt nach der Helligkeit des Objectes und nach der individuellen Beschaffenheit des Auges. Zwei Punkte werden noch als verschiedene erkannt, wenn sie unter einem Gesichtswinkel von 60″ erscheinen, so dass der Abstand ihrer Bilder auf der Netzhaut ca. $0^{mm},005$ beträgt.[1]) Ueberhaupt wahrgenommen wird ein mässig beleuchteter Gegenstand, wenn er unter einem Gesichtswinkel von ca. 30″ erscheint; ein hell beleuchteter auf dunklem Grunde aber noch bei viel kleinerm Gesichtswinkel.

Die räumliche Nebeneinanderlagerung der Gegenstände in einer zur Gesichtslinie senkrechten Ebene, und ihren Abstand beurtheilen wir ebenso durch die entsprechende Nebeneinanderlagerung der Bilder auf der Netzhaut und durch ihre Winkeldistanz. Es gilt von ihr dasselbe, was von der Ausdehnung der Körper nach Höhe und Breite gilt.

Anders jedoch mit der Ausdehnung der Körper und ihrer Entfernung nach der dritten Ausdehnung des Raumes. Auf unserer Netzhaut erhalten wir nur Projectionen aller gesehenen Objecte, und ebenso bilden sich die in verschiedener Entfernung vom Auge befindlichen Objecte alle auf derselben Netzhautfläche ab. Ein räumliches Sehen findet daher strenge genommen nicht statt, es ist das nur Folge einer psychischen Thätigkeit. Wir wissen es, dass die Gegenstände im Raume hinter einander liegen, und wir kennen aus Erfahrung die wahre Grösse der meisten Gegenstände; wir schliessen daher aus ihrer scheinbaren Grösse auf ihre räumliche Entfernung. Ebenso sehen wir selbst bei normalem Auge die Gegenstände um so deutlicher, je näher sie der bequemsten Sehweite liegen, entferntere sehen wir undeutlicher; aus der Undeutlichkeit der feinern Conturen, von deren Dasein wir wissen, schliessen wir ebenfalls auf die weitere Entfernung. Ferner ist es nach der Annahme vieler Physiologen wahrscheinlich, dass wir uns der Accommo-

---

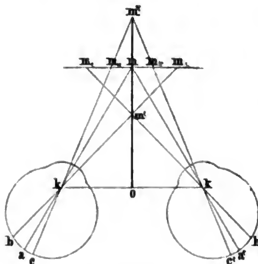
[1]) Helmholtz a. a. O. §. 18.

dation in so weit bewusst werden, dass dieses Bewusstsein zur Schätzung der Entfernung beiträgt.

Wirklich räumlich sehen wir eigentlich nur nahe liegende Körper; das, sowie die Schätzung der Entfernung naheliegender Punkte wird bewirkt durch das Sehen mit zwei Augen.

Die meisten in unserem Gesichtsfelde befindlichen Gegenstände entwerfen nämlich in unseren beiden Augen Bilder; dadurch erhalten wir daher auch zwei Empfindungen, die jedoch nur als eine wahrgenommen werden, wenn wir die Gegenstände fixiren, oder wenn sie in einer bestimmten Stellung vor dem Auge sich befinden; alle übrigen Gegenstände sehen wir wirklich doppelt. Wann wir einen Gegenstand einfach, wann doppelt sehen, hängt davon ab, welche Punkte der beiden Netzhäute von den Bildern getroffen werden; es gibt gewisse Punkte in beiden Augen, die sogenannten zugeordneten oder identischen Netzhautstellen, welche, wenn sie zugleich in beiden Augen getroffen werden, die Ursache ihrer Erregung an derselben Stelle des Raumes suchen.[1] Wenn wir nun einen Gegenstand fixiren, so convergiren die Sehaxen nach diesem Punkte, und die Endpunkte der Sehaxen *a* (Fig. 71) werden zugleich von dem Lichte getroffen, welches von dem fixirten Punkte *m* ausgeht. Da wir den Punkt *m* dann einfach sehen, so folgt, dass die Endpunkte der Augenaxen identische Netzhautstellen sind.

Fig. 71.



Wenn man von drei hinter einander liegenden Punkten, etwa den Spitzen dreier auf ein Brett gesteckten Nadeln die mittlere fixirt, so erscheinen die erste und die weitest entfernte doppelt. Die Doppelbilder der nächsten Nadel *m'* sind verkehrtseitig, das rechte *m*, gehört dem linken Auge und das linke dem rechten Auge, die der entfernteren Nadel *m''* sind rechtseitige, das rechte gehört dem rechten, das linke dem linken Auge. Man überzeugt sich leicht davon, wenn man abwechselnd das eine und andere Auge schliesst, und beachtet, welche Bilder verschwinden.[2])

Wir schliessen daraus, dass auf den beiden innern Seiten wie auch auf den beiden äussern der Netzhaut sich keine Punkte als identische entsprechen. Es gibt indess ausser den Endpunkten der Augenaxen noch identische Netzhautstellen, die man durch Bestimmung des Hor-

---

[1]) Ludwig. Lehrbuch der Physiologie p. 327 ff.

[2]) Ludwig a. a. O. p. 328.

opters, d. h. derjenigen Punkte, die man ausser dem fixirten einfach sieht, aufsuchen kann.[1]) Es sind im allgemeinen die Punkte identisch, welche in dem einen Auge auf der innern, im andern auf der äussern Hälfte symmetrisch zur Augenaxe liegen, welche also z. B. von *a* aus gleich weit nach rechts und oben oder nach rechts und unten liegen u. s. f. Die einfach gesehenen Punkte sind jedoch nur durch feine Versuche aufzufinden. Im allgemeinen sieht man ausser dem fixirten Punkte, wenn auch ohne dass man sich dessen bewusst ist, alles übrige doppelt, wie man sich durch einige Aufmerksamkeit überzeugen kann. Dass man die Doppelbilder gewöhnlich nicht sieht, liegt wohl daran, dass unsere Seele immer nur auf beschränkte Theile der Netzhaut ihre Aufmerksamkeit wenden kann, und daher nur die intensivern Eindrücke der schärfern einfachen Bilder aufnimmt.

Da wir nun beim Directsehen mit beiden Augen, um einen Gegenstand einfach und deutlich zu sehen, den Augenaxen durch Wirkung der Augenmuskeln eine ganz bestimmte Stellung geben müssen, so ist es wohl keinem Zweifel unterworfen, dass wir aus der Muskelanstrengung, die jedenfalls für einen Punkt in bestimmter Entfernung eine ganz bestimmte ist, unbewusst die Entfernung schätzen.[2]) Das Auge fühlt gewissermassen den Winkel der Augenaxen und wir berechnen aus diesem gefühlten Winkel die Entfernung *om* des Punktes *m* Fig. 71. Es gilt das jedoch wie erwähnt nur für kleine Entfernungen, für solche, die mehrere Meter betragen, sind die Augenaxen schon merklich parallel.

Auch die Ausdehnung nach der Tiefe eines nahen Körpers beurtheilen wir zum Theil nach der verschiedenen Convergenz der Sehaxen für die verschieden weit vom Auge entfernten Punkte desselben. Indess wirkt dazu noch ein anderer Umstand bestimmend mit, nämlich der, dass wir von den nahen Gegenständen in den beiden Augen verschiedene Bilder erhalten, die auf identischen Theilen der Netzhaut liegen, und die wir als zusammen gehörig erkennen. Denn betrachten wir z. B. eine gleichseitige vierseitige Pyramide, deren Spitze dem Gesichte zugewandt ist, so sehen wir dieselbe mit dem linken Auge wie in Fig. 72, mit dem rechten aber wie in Fig. 73. Dennoch aber glauben wir nur ein Bild zu sehen, weil wir wissen, dass es derselbe Körper ist, welcher die beiden verschiedenen Bilder erzeugt, und diese Verschiedenheit bestimmt unser Urtheil, den Körper als solchen, ihn nach der Tiefe ausgedehnt zu sehen.

Fig. 72.

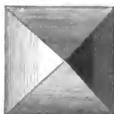
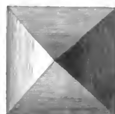


Fig. 73.



---

[1]) Meissner. Beiträge zur Physiologie des Sehorgans. Leipzig 1854.

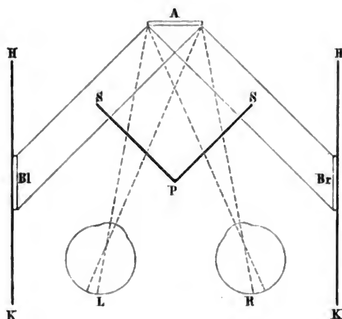
[2]) Brücke. Müllers Archiv 1841. Ludwig. Lehrbuch der Physiologie.

Die Richtigkeit dieser Ansicht wird bestätigt durch die von Wheatstone gefundene Thatsache[1]), dass wir durch gleichzeitige Anschauung zweier nach Art von Fig. 72 und 73 dargestellten Projectionen vollständig den Eindruck des körperlichen, einer vierseitigen Pyramide erhalten, deren Spitze uns zugewandt ist, wenn das Bild des rechten Auges nur vom rechten, das des linken Auges nur vom linken Auge gesehen wird, und die Netzhautbilder derselben auf identische Netzhautpunkte fallen.

Bei einiger Uebung reicht es schon hin, um die Zeichnungen stereoskopisch zu sehen, wenn man vor jedes Auge eine Röhre von einigen Zollen Länge hält, etwa eine Papierrolle, und durch diese nach der für das betreffende Auge gezeichneten Abbildung hinsieht, bequemer aber und auch wenn man nicht darin geübt ist, sieht man diese Erscheinungen mit Hülfe von Stereoskopen.

Die beiden verbreitetsten Apparate derart sind das Wheatston'sche Spiegelstereoskop[2]) und das von Brewster[3]) construirte dioptrische Stereoskop. Ersteres besteht aus zwei gleichen Spiegeln *SP* (Fig. 74), welche unter einem rechten Winkel so zusammengefügt, dass die äussern Flächen spiegeln, in einem vorn und hinten offenen Kasten befestigt sind. Die Wände *HK* des Kastens sind einander und der Halbirungsebene des Winkels parallel, und um den Abstand der deutlichen Sehweite von den Spiegeln entfernt. Stellt man nun bei *Br* eine für das rechte, bei *Bl* eine für das linke Auge gefertigte Zeichnung eines Körpers auf, so liegen die virtuellen Bilder beider in *A*, und die vor dem Spiegel befindlichen Augen *L* und *R* sehen jedes das für dasselbe gefertigte Bild. Statt der Bilder glaubt man dann den Körper zu sehen, den sie darstellen.

Fig. 74.



[1]) Wheatstone. Poggend. Annal. Ergänzungsband I.

[2]) Wheatstone a. a. O.

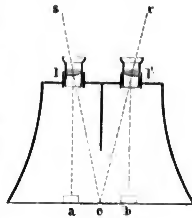
[3]) Brewster. Report of the British Association cet. 1849.

Eine Reihe anderer Stereoskope nebst einer Menge Versuche über diesen Gegenstand finden sich im zweiten Theile von Doves Farbenlehre, optische Untersuchungen p. 159—200, beschrieben. Berlin 1853.

In dem Brewster'schen dioptrischen Stereoskop betrachtet man die beiden Zeichnungen durch zwei Röhren, die in dem Abstande der beiden Augen auf einem Kästchen befestigt sind, auf dessen Boden die Zeichnungen hingelegt werden, und dessen eine Wand zur Beleuchtung der Bilder zum Theil geöffnet werden kann.

In den Röhren sind ausserdem die Hälften einer in der Mitte durchgeschnittenen Linse von ca. 15 Centimeter Brennweite angebracht, so dass die beiden Schnittflächen nach aussen gerichtet sind. Die Linsen dienen dazu, um die Augen bequem accommodiren zu können, und zugleich, um die Bilder ein wenig nach der Mitte zu verschieben, so dass sie auf identische Netzhautstellen fallen. Denn sind Fig. 75 *l* und *l'* die beiden Linsenhälften, und *a* und *b* die beiden Zeichnungen, so ist klar, dass die von *a* und *b* auf die Linsen fallenden Lichtstrahlen durch die Wirkung der Linsen als Prismen so abgelenkt werden, dass sie nach Punkten convergiren, die zwischen *a* und *b* liegen, und dass leicht bewirkt werden kann, dass sie nach dem Mittelpunkte *c* convergiren. Die von *a* und *b* entworfenen Netzhautbilder fallen dann auf identische Punkte und man sieht die Zeichnungen als Körper.

Fig. 75.



Wir sehen demnach, dass hauptsächlich drei Umstände unser Urtheil über die Grösse und Entfernung der wahrgenommenen Gegenstände bestimmen, die Grösse des Sehwinkels, das Accommodationsgefühl und die Convergenz der Sehaxen; letzterer Umstand jedoch nur für nahe liegende Gegenstände. Bei entfernteren tritt dafür die verschiedene Helligkeit und Deutlichkeit der von verschiedenen Gegenständen entworfenen Bilder hinzu. Zu diesen kommen dann noch eine Anzahl rein psychologischer Umstände, wie Erfahrung etc. hinzu, auf welche natürlich hier nicht eingegangen werden kann.

Das Mikroskop. Damit wir einen Gegenstand sehen können, darf 48 nach dem vorigen der Winkel, den die durch seine äussersten Punkte gelegten Richtungslinien mit einander bilden, der Sehwinkel, nicht zu klein sein. Der Sehwinkel oder die scheinbare Grösse eines Körpers hängt nun ab von der Grösse des Körpers und von seinem Abstande vom Auge. Durch hinreichende Annäherung an das Auge kann daher der Sehwinkel eines Körpers immer grösser gemacht werden, so dass wir dadurch im Stande sind, den Sehwinkel auch der kleinsten Körper so gross zu machen, dass er oberhalb jener Grenze bleibt, bei welcher das Bild auf der Netzhaut zu klein wird, um wahrgenommen zu werden.

Indess ist der Annäherung eines Körpers an das Auge, um ihn zu sehen, dadurch eine Grenze gesetzt, dass unser Accommodationsvermögen nicht unbeschränkt ist, dass wir die von zu nahen Gegenständen ausgehenden Lichtstrahlen nicht mehr auf der Netzhaut vereinigen können. Um einen Gegenstand scharf und deutlich, ohne zu grosse Anstrengung, zu sehen, dürfen wir ihn dem Auge nicht viel weiter als bis zur deutlichen Sehweite nähern. Dadurch ist die Grösse der Gegenstände, welche wir mit freiem Auge sehen können, begrenzt. Wir müssen uns daher optischer Hülfsmittel bedienen, um Gegenstände, welche wegen zu geringer Grösse mit freiem Auge nicht sichtbar sind, zu sehen.

Der einfachste Apparat derart ist die Lupe oder das einfache Mikroskop. Dasselbe besteht aus einer Sammellinse, oder einer Combination von Sammellinsen, welche zusammen als eine wirken. Damit eine solche als Mikroskop diene, hält man dieselbe so über den zu betrachtenden Gegenstand, dass die Linse um weniger als ihre Brennweite von demselben entfernt ist. Nach §. 30 erzeugt dann die Linse von diesem Gegenstande ein aufrecht stehendes virtuelles Bild, welches in einer Entfernung f von der Linse sich befindet, welche durch die Gleichung

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{F} - \frac{1}{a}$$

gegeben ist, und welche grösser ist als der Abstand a des Gegenstandes von der Linse. Nennen wir die Grösse des Gegenstandes Y, die des Bildes y, so ist ebenfalls nach §. 30

$$y = -\frac{f}{a} \cdot Y.$$

Man hält die Linse dicht vor das Auge und wählt dann den Abstand a so, dass der Abstand f des Bildes gleich der deutlichen Sehweite wird.

Die Vergrösserung einer Lupe ist das Verhältniss der scheinbaren Grössen des von der Lupe in der deutlichen Sehweite erzeugten virtuellen Bildes und des ebenfalls in den Abstand des deutlichen Sehens versetzten Gegenstandes. Da nun aber nach dem vorigen Paragraphen die Grösse, in der ein Körper uns erscheint, seiner wirklichen Ausdehnung proportional, seinem Abstande vom Auge dagegen umgekehrt proportional ist, so folgt, dass die scheinbare Grösse zweier im gleichen Abstande vom Auge befindlicher Körper sich einfach wie ihre wahre Grösse verhält; die Vergrösserung der Lupe wird also einfach gemessen durch

$$\frac{y}{Y} = -\frac{f}{a} \quad \ldots \ldots (\alpha).$$

Soll nun f gleich der deutlichen Sehweite $= - d$ werden, so muss der Abstand a des Gegenstandes von der Linse so gewählt sein, dass

$$-\frac{1}{d} = \frac{1}{F} - \frac{1}{a},$$

$$a = \frac{d \cdot F}{d + F}$$

und setzen wir diesen Werth und zugleich $f = - d$ in (α), so wird

$$\frac{y}{Y} = \frac{d + F}{F}.$$

Ist z. B. die deutliche Sehweite gleich 24 Centimeter und die Brennweite der Linse gleich 3 Centimeter, so würde eine solche eine 9fache Vergrösserung liefern und die Linse würde in einem Abstande von 2,7 Centim. von dem zu betrachtenden Gegenstande zu halten sein.

Der Ausdruck für die Vergrösserung, die eine Lupe gibt, zeigt, dass dieselbe zunimmt, wenn die Brennweite kleiner wird, und da diese kleiner wird, wenn die Krümmung der Linsenfläche grösser wird, dass die Vergrösserung mit der Krümmung der Linsen zunimmt. Dadurch ist die Anwendung der Lupen beschränkt, bei grossem Gesichtsfelde auf kleine Vergrösserungen, und bei starken Vergrösserungen auf ein kleines Gesichtsfeld. Denn je stärker die Krümmung der Linsenflächen ist, um so grösser ist auch die Abweichung der Randstrahlen, wodurch die von den Linsen erzeugten Bilder undeutlich werden. Man kann daher nur bei schwach gekrümmten Linsen denselben einen grossen Durchmesser geben und damit ein grosses Gesichtsfeld erhalten, während man bei starker Krümmung durch Verkleinerung des Linsendurchmessers und somit des Gesichtsfeldes die Randstrahlen abhalten muss.

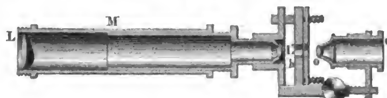
Zuweilen wendet man, um mittels eines einfachen Mikroskopes stärkere Vergrösserungen bei grösserem Gesichtsfelde zu erhalten, sogenannte Duplets oder Triplets an, Lupen, welche aus Linsen bestehen, welche in der §. 32 betrachteten Weise zusammen gesetzt sind; dadurch, dass mehrere Linsen von grosser Brennweite unmittelbar zusammen gelegt sind, erhalten wir die Wirkung einer Linse von kleiner Brennweite.

Bequemer jedoch wendet man in dem Falle ein sogenanntes zusammengesetztes Mikroskop an. Dieselben zerfallen in zwei Klassen, solche, welche zu objectiver Darstellung reelle vergrösserte Bilder liefern, und solche, welche virtuelle nur dem in sie hineinschauenden Beobachter sichtbare Bilder liefern.

In dem objectiven Mikroskop wirft eine Linse von kurzer Brennweite die vergrösserten reellen Bilder auf einen Schirm. Die durch einen Heliostaten horizontal in ein sonst dunkles Zimmer geleiteten Sonnenstrahlen fallen auf die, an dem Ende des horizontal vor den Heliostaten in den Fensterladen eingeschraubten Rohres M (Fig. 76) einge-

setzte Linse von grosser Brennweite *L*. Die dadurch bereits convergirenden Sonnenstrahlen treffen dann auf eine zweite am andern Ende

Fig. 76.



des Rohres *M* befestigte Linse von kleiner Brennweite *L'*, werden in dem Brennpunkte bei *b* vereinigt und treffen dort auf den zwischen zwei feinen Glasplatten befestigten Gegenstand. Von dem dadurch sehr stark beleuchteten Gegenstande aus gehen dann die Strahlen durch die in dem bei *c* offenen Rohr befestigte Linse *o*, welche eine nicht sehr grosse Brennweite hat, und die um etwas mehr als ihre Brennweite von *b* entfernt ist. Diese Linse entwirft daher auf einem entfernten Schirme ein vergrössertes umgekehrtes Bild des bei *b* vorhandenen Gegenstandes. Die Linse *o* kann dem Gegenstande etwas mehr oder weniger genähert werden, damit auf verschieden entfernten Schirmen deutliche Bilder erzeugt werden können.

Die Vergrösserungen, welche man mit einem solchen Mikroskop erzeugen kann, sind sehr bedeutend. Nehmen wir z. B. an, die Brennweite der Linse *o* sei gleich 1,5 Centimeter, ihr Abstand von *b* sei 1,507 Centimeter, so wird in einem Abstande von 3 Metern von *o* das reelle umgekehrte Bild entstehen, und zwar werden in demselben alle linearen Dimensionen fast 200mal grösser sein als in dem abgebildeten Gegenstande. Ist daher die Grösse des Gegenstandes ein Quadratmillimeter, so beträgt die Grösse des Bildes 40,000 Quadratmillimeter.

Die zusammengesetzten Mikroskope der zweiten Art, die gewöhnlich einfach Mikroskope genannt werden, sind eigentlich eine Zusammensetzung des objectiven Mikroskopes und der Lupe. Sie bestehen aus einer dem zu betrachtenden Objecte nahe gebrachten Sammellinse *o* (Fig. 78), die von demselben ein vergrössertes reelles Bild entwirft, und aus einer Lupe *p*, durch welche man dieses vergrösserte reelle Bild betrachtet. Erstere Linse wird das Objectiv, letztere das Ocular genannt. Beide sind zusammen in eine Röhre *R* (Fig. 77) gefasst, das Objectiv unten bei *o*, das Ocular oben bei *p*. Die Röhre ist an einer prismatischen Stange befestigt, welche in der passend hohlen Säule *P* mittels der Schraube *Q* auf und nieder gelassen werden kann. Unterhalb der Röhre bei *T* ist an der Säule eine durchbohrte Metallplatte, als Objectträger angebracht, auf welche das zu betrachtende Object zwischen zwei Glasplättchen eingeschlossen gelegt wird. Die Oeffnung in dem Objectträger ist in der Verlängerung der Mikroskopaxe, so dass das betreffende Object ge-

rade über derselben zu liegen kommt. Unterhalb derselben ist ein kleiner Hohlspiegel angebracht, der so gegen ein Fenster gestellt ist, dass er zerstreutes Tageslicht nach dem auf der Oeffnung liegenden

Fig. 77.

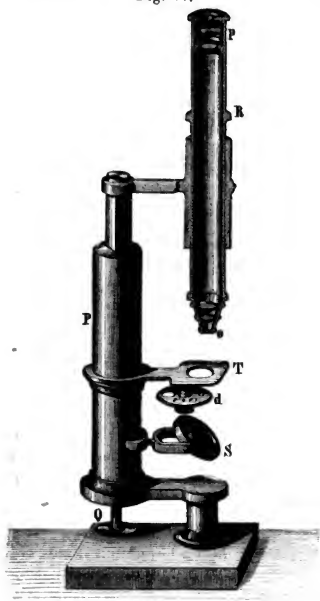
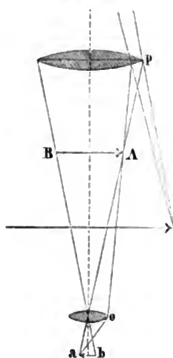


Fig. 78.



Objecte reflectirt. Häufig ist noch unterhalb *T* eine zweite drehbare mit Oeffnungen verschiedener Grösse versehene Metallplatte *d* angebracht, die dazu dient, von dem Spiegel *S* mehr oder weniger Licht zum Object zu lassen.

Als Objectiv-Linsen werden Linsen von sehr kleiner Brennweite, höchstens 5 Millimeter angewandt, um einmal eine starke Vergrösserung zu erzielen ohne das Rohr des Mikroskopes zu lang machen zu müssen, und zugleich um eben dadurch ein grosses Gesichtsfeld zu erhalten. Denn wenn auch das durch das Objectiv erzeugte reelle Bild sich in Bezug auf die Erzeugung neuer Bilder gerade so verhält, als befände sich an seiner Stelle ein wirklicher Gegenstand, so unterscheidet es sich von letzterm dadurch, dass es nicht nach allen Seiten Licht aussendet, sondern dass von dem reellen Bilde aus nur solche Strahlen das

Ocular treffen, welche rückwärts verlängert durch das Objectiv gehen. Die gesammten das Ocular treffenden Strahlen sind daher von einem Kegel umschlossen, dessen Basis das Ocular und dessen Spitze die Mitte des Objectivs ist, wie eine Betrachtung der Fig. 78 sofort erkennen lässt. Je weiter nun das Ocular *p* von *o* entfernt ist, um so spitzer wird der Kegel, um so kleiner daher auch das Gesichtsfeld *ab*, welches gleich der Basis des über *o* hinaus verlängerten Kegels an der Stelle des Objectes ist.

Andererseits ist, wie ebenfalls Fig. 78 zeigt, die Grösse des Gesichtsfeldes der Grösse des Oculares proportional, das Ocular ist daher von grösserm Durchmesser, und um die Abweichung der Randstrahlen zu vermeiden, von grösserer Brennweite.

In der Anordnung der Objective und Oculare findet sich in den Mikroskopen aus verschiedenen Fabriken manche Verschiedenheit. Statt der einfachen Objectivlinsen werden achromatische Combinationen angewandt und ausserdem mehrfach anstatt eines achromatischen Linsenpaares mehrere, um durch deren Zusammenwirken eine kleine Brennweite ohne sphärische Abweichung zu erhalten. Gleiches gilt vom Ocular, welches ebenfalls aus mehreren Linsen zusammengesetzt wird. Die Wirkung derselben wird man sich nach dem angegebenen in besondern Fällen leicht erklären können.[1])

Um die Deutlichkeit der Bilder zu erhöhen, ist ausserdem durch Anbringen passender Blendungen in den Mikroskopröhren an der Stelle, wo die reellen Bilder sich befinden, dafür Sorge getragen, dass ausser den vom reellen Bilde ausgesandten Lichtstrahlen kein Licht durch das Ocular ins Auge gelangt.

Die neuern vollkommnern Mikroskope sind so eingerichtet, dass man mit denselben verschiedene Vergrösserungen herstellen kann. Bei denjenigen, bei welchen Ocular und Objectiv in fester Entfernung von einander sind, geschieht das mittels verschiedener Objective und Oculare, bei andern dadurch, dass man das Objectiv dem Objecte mehr oder weniger nähern und dem entsprechend die Entfernung des Oculars vom Objectiv regeln kann. In allen Fällen wird aber das Ocular so gestellt, dass das reelle Bild, welches das Objectiv entwirft, sich in gleichem Abstande vom Ocular befindet. Um daher bestimmte Stellen des Bildes mit dem Auge fixiren zu können, ist in manchen Mikroskopen an dieser Stelle ein sogenanntes Fadenkreuz ausgespannt, zwei sehr feine Fäden, die sich unter einem rechten Winkel auf der Axe des Mikroskopes kreuzen. Bei andern sind, um sie als Messapparate benutzen

[1]) Genaueres über das Mikroskop siehe H. von Mohl, Mikrographie. Tübingen 1846. Harting, Theorie, Gebrauch und Geschichte des Mikroskops, aus dem Holländischen übersetzt von Theile. Braunschweig 1859.

zu können, an derselben Stelle planparallele Glasplatten angebracht, auf denen in bestimmten sehr kleinen Abständen eine Menge paralleler sehr feiner Linien eingeschnitten ist, sogenannte Glasmikrometer.

Die besten Mikroskope werden jetzt von der Plösslschen Werkstatt in Wien, Pistor und Schiek in Berlin, Oberhäuser und Nachet in Paris und Kellner, jetzt Belthle und Rexroth, in Wetzlar angefertigt.

Das Fernrohr. Die scheinbare Grösse eines Gegenstandes nimmt 49
nicht nur ab mit dessen wahrer Grösse, sondern auch in demselben Verhältniss, als die Entfernung desselben vom Auge zunimmt. Wie es nun der Zweck der Mikroskope ist, von Gegenständen, deren wahre Grösse zu gering ist, als dass sie in deutlicher Sehweite wahrgenommen werden können, dort ein vergrössertes Bild zu erzeugen, so ist es die Aufgabe der Fernrohre, von Gegenständen, deren scheinbare Grösse wegen eines zu grossen Abstandes derselben vom Auge zu klein ist, um noch deutlich wahrgenommen zu werden, in der Weite des deutlichen Sehens ein Bild zu entwerfen, und dieses zugleich so zu vergrössern, dass es deutlich wahrgenommen werden kann.

Jedes Fernrohr besteht daher aus zwei wesentlichen Theilen, dem Objectiv, welches von dem entfernten Gegenstande in der Nähe des Auges ein Bild entwirft, und dem Ocular, welches dieses Bild in die Entfernung des deutlichen Sehens bringt und zugleich vergrössert.

Die verschiedenen Arten der Fernrohre unterscheiden sich nach der Einrichtung des Objectivs in dioptrische und katoptrische; erstere erzeugen das reelle Bild durch eine Sammellinse, letztere durch einen Hohlspiegel; nach der Einrichtung des Oculars in astronomische und terrestrische; erstere liefern umgekehrte, letztere aufrechtstehende Bilder des Gegenstandes, auf welchen das Fernrohr gerichtet ist.

Das dioptrische Objectiv besteht aus einer achromatischen Sammellinse von ziemlich grosser Brennweite und grossem Durchmesser. Denn die Lichtstärke des Bildes und somit auch zum Theil seine Deutlichkeit ist um so grösser, je mehr Licht von den einzelnen Punkten des Objects das Objectiv trifft. Deshalb wählt man dasselbe möglichst gross, und um dann keine Undeutlichkeit in Folge der Abweichung der Randstrahlen zu erhalten, wählt man eine grosse Brennweite, die bei diesen Apparaten, wo das Bild immer in einem der Hauptbrennweite nahen Abstande erzeugt wird, von keiner Unbequemlichkeit begleitet ist.

Bei den astronomischen Fernrohren wird dann das von dem Objectiv erzeugte Bild durch ein einfaches Mikroskop, als Ocular, betrachtet. Das Ocular besteht demnach aus einer Sammellinse oder einer Combination von Sammellinsen, die als eine Sammellinse von grösserer Brennweite wirken. Da das Ocular als Lupe wirken soll, so befindet es sich in einem solchen Abstande vom Objectiv, dass das Bild von dem Ocular

etwas weniger, als die Brennweite des Oculars beträgt, entfernt ist; da nun das Bild von dem Objectiv nahezu um die Brennweite des Objectivs entfernt ist, so ist der Abstand von Ocular und Objectiv nahezu gleich der Summe der Brennweiten von Objectiv und Ocular.

Das Ocular soll das Bild stets in die Weite des deutlichen Sehens versetzen. Damit deshalb das Fernrohr für verschiedene Augen brauchbar ist, und mittels desselben verschieden entfernte Gegenstände gesehen werden können, ist es gegen das Objectiv verstellbar, es kann ihm genähert oder von ihm entfernt werden. Je näher die zu betrachtenden Gegenstände sind, um so weiter ist auch das Bild von dem Objectiv entfernt, um so weiter muss daher das Ocular von dem Objectiv entfernt werden.

Um die durch ein solches Fernrohr erhaltene Vergrösserung zu bestimmen, müssen wir das Verhältniss der scheinbaren Grösse des Gegenstandes und des durch das Ocular in die deutliche Sehweite versetzten Bildes aufsuchen.

Wegen der grossen Entfernung des Gegenstandes vom Auge dürfen wir annehmen, dass der Gesichtswinkel des Gegenstandes vom Auge aus gerechnet gleich ist dem, unter welchem der Gegenstand von der Mitte des Objectives aus erscheint. Da nun nach dem frühern zwischen der Grösse des reellen Bildes y und des Gegenstandes Y die Beziehung besteht

$$y = -\frac{f}{a} \cdot Y,$$

so folgt, dass der Gesichtswinkel, unter dem das reelle Bild vom Objectiv aus erscheint, gleich ist dem des Gegenstandes; oder vom Objectiv aus gesehen ist die scheinbare Grösse des Gegenstandes

$$g = \frac{Y}{a} = -\frac{y}{f}$$

gleich der des reellen Bildes. Dies reelle Bild befindet sich nun in einem Abstande f' vor dem Ocular, von der Mitte des Oculars aus gesehen ist demnach die scheinbare Grösse des Bildes

$$g' = \frac{y}{f'}$$

und dies ist auch von der Mitte des Oculares aus gesehen die scheinbare Grösse des von dem Oculare erzeugten vergrösserten Bildes, da auch hierfür die Relation besteht

$$\frac{y'}{d} = \frac{y}{f'},$$

wenn y' die Grösse des virtuellen Bildes und $-d$ sein Abstand vom Ocular ist.

Vernachlässigen wir nun den Abstand des Auges vom Ocular, so

sind g und g' die scheinbaren Grössen des Gegenstandes und des Bildes und wir erhalten

$$\frac{g}{g'} = - \frac{f}{f'} .$$

Der Abstand f ist nun immer nahezu gleich der Brennweite des Objectivs, f' der des Oculares, so dass wir ohne bedeutenden Fehler setzen können

$$\frac{g'}{g} = - \frac{F}{F'} .$$

Die durch das Fernrohr erzeugte Vergrösserung ist also direct proportional der Brennweite des Objectivs und umgekehrt derjenigen des Oculars. Das Bild ist, wie das Vorzeichen — beweist, ein umgekehrtes.

Die Grösse des Gesichtsfeldes ist gerade wie beim Mikroskop durch den Kegel bestimmt, dessen Spitze die Mitte des Objectivs, dessen Basis das Ocular ist.

Um das Fernrohr als Messinstrument zu benutzen, wird in demselben ein Fadenkreuz angebracht, in gleicher Weise, wie wir es beim Mikroskop erwähnten, also in dem Abstande vom Ocular, dass es an derselben Stelle sich befindet, wo das reelle Bild entsteht. Da das Fadenkreuz immer in demselben Abstande vom Ocular sich befinden muss, so ist es mit demselben verschiebbar.

Bei dem astronomischen Fernrohr ist das Bild umgekehrt; da dieses zu manchen Zwecken unbequem ist, hat man in dem terrestrischen oder Erdfernrohr mit dem Objectiv ein zusammengesetztes Ocular verbunden, welches als schwaches Mikroskop wirkt. Eine passende Linsencombination entwirft von dem reellen Bilde ein neues Bild, und dieses wird durch die Ocularlinse betrachtet.

Einfacher wird dieser Zweck bei dem Galilei'schen Fernrohre dadurch erreicht, dass als Ocular eine Concavlinse verwandt ist. Ist O Fig. 79 das Objectiv eines solchen Fernrohres, welches bei rs ein reelles

Fig. 79.

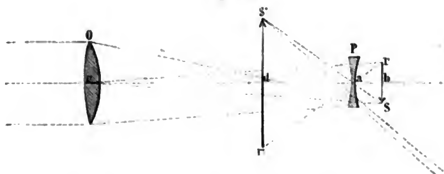


Bild des entfernten Gegenstandes entwerfen würde, so ist bei diesen Fernröhren bei P ein Concavglas angebracht, in welchem die Strahlen gebrochen werden, ehe sie sich im reellen Bilde vereinigt haben. Der

Abstand ab des Concavglases von dem Orte des Bildes rs ist etwas grösser als die Zerstreuungsweite des Glases; die nach den verschiedenen Punkten von rs convergirenden Strahlen werden daher durch das Glas P so abgelenkt, dass bei $r's'$ ein virtuelles Bild entsteht, in einem Abstande f, so dass (§. 30)

$$\frac{1}{f} = -\frac{1}{F'} + \frac{1}{a}.$$

Man nimmt nun ein Ocular von kleiner Zerstreuungsweite, so dass, wenn $ab = -a$ nur wenig von F' verschieden ist, f gleich der deutlichen Sehweite wird, und bekommt dann ein aufrecht stehendes vergrössertes Bild des Gegenstandes.

Die erhaltene Vergrösserung wird gerade wie beim astronomischen Fernrohr bestimmt. Die scheinbare Grösse des Gegenstandes ist auch hier wieder

$$g = \frac{rs}{cb}$$

gleich der scheinbaren Grösse des Bildes von der Mitte des Objectives an gerechnet. Die scheinbare Grösse des Bildes ist aber, wenn wir annehmen, das Auge befinde sich unmittelbar am Ocular

$$g' = \frac{r's'}{ad} = \frac{rs}{ab}.$$

Demnach ist die Vergrösserung

$$\frac{g'}{g} = \frac{cb}{ab} = \frac{F}{F'},$$

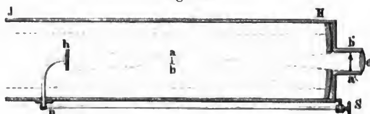
wenn F die Brennweite des Objectives, F' diejenige des Oculars bedeutet, da die Abstände cb und ab sich wenig von den beiden Brennweiten unterscheiden.

Da bei dem Galilei'schen Fernrohr die Strahlen von dem Oculare aus sofort divergiren, so ist das Gesichtsfeld immer nur sehr klein, es wird bei der Annahme, dass das Auge unmittelbar am Oculare ist, durch die Oeffnung eines Kegels gemessen, dessen Spitze die Mitte des Objectives und dessen Basis die Pupille des Auges ist. Man kann daher, wenn das Gesichtsfeld einigermassen gross sein soll, immer nur kleine Vergrösserungen damit erzielen. Daher werden diese Fernrohre auch fast nur zu Zwecken benutzt, wo kleine Vergrösserungen ausreichen, wie zu Theaterperspectiven etc.

Von den dioptrischen Fernrohren unterscheiden sich die katoptrischen dadurch, dass als Objectiv anstatt der Sammellinse ein Hohlspiegel verwandt wird, dessen reelles Bild dann durch ein Mikroskop betrachtet wird. Sie wurden construirt, so lange man noch nicht im Stande war, grosse, reine und achromatische Objective zu construiren. Jetzt sind die Spiegelteleskope auch auf den Sternwarten meist durch die Refractoren verdrängt.

Die Einrichtung dieser Apparate ergibt sich aus beistehendem Schema des Gregory'schen Teleskopes. Das Rohr ist mit seinem Ende *J* gegen den zu betrachtenden Gegenstand gerichtet. Die in dasselbe eintre-

Fig. 80.

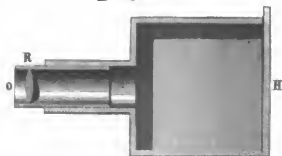


tenden Strahlen treffen den Hohlspiegel *H*, der bei *ab* ein kleines reelles Bild entwirft. Der Hohlspiegel ist in der Mitte, dort, wo das Ocularrohr eingesetzt ist, durchbohrt. Dem Oculare *o* gegenüber ist ein zweiter kleiner Hohlspiegel *h* angebracht, der von dem reellen Bilde *ab* ein zweites reelles Bild *a'b'* nahe vor das Ocular wirft. Dieses Bild wird dann durch das Ocular betrachtet. Die Stange *s* dient dazu, das Spiegelchen *h* etwas zu verstellen, damit das von verschieden entfernten Gegenständen entworfene Bild immer in gleichem Abstande von *h* sich befindet, und so das zu betrachtende immer dieselbe Stelle vor dem Oculare einnimmt.

In dem Newton'schen Spiegelteleskope ist das Ocular seitlich bei *n* angebracht, der Spiegel *h* ist ein Planspiegel, der gegen die Axe geneigt ist und das zuerst von dem Spiegel *H* entworfene Bild vor das Ocular bringt. Er befindet sich deshalb zwischen *H* und *ab* und zwar um die Distanz *hn* von dem reellen Bilde entfernt.

Von andern optischen Apparaten ist die in neuester Zeit durch Entdeckung der Photographie so wichtig gewordene Camera obscura zu erwähnen. Man kann sie als ein Fernrohr ohne Ocular betrachten. In der Vorderwand eines rings verschlossenen Kastens (Fig. 81) ist ein Rohr eingesetzt, und in diesem ein zweites Rohr verschiebbar. In dem zweiten Rohre *R* ist eine achromatische Sammellinse angebracht, welche auf der Hinterwand *H* ein reelles Bild der Gegenstände entwirft, die in einem passenden Abstande vor der Linse sich befinden. Bei Apparaten, die zu photographischen Zwecken dienen, ist die Hinterwand *H* eine matte Glastafel, welche fortgenommen werden und durch die in eine Cassette eingeschlossene empfindliche Platte ersetzt werden kann. Die nach dem Innern des Kastens gerichtete Wand der Cassette besteht aus einem Schieber; wird derselbe gehoben, so fällt das Bild auf die Platte.

Fig. 81.



Je nach dem Zwecke, wozu die Camera sonst dienen soll, sind an derselben zuweilen noch Spiegel und andere Vorrichtungen angebracht, die den Zweck haben, das von der Linse erzeugte Bild an einer bestimmten Stelle zu entwerfen. Dieselben bedürfen keiner besondern Erklärung.[1])

[1]) Ueber die Fernrohre und sonstige optische Instrumente sehe man die ausführlichern Werke über Dioptrik, z. B.:

Littrow. Dioptrik oder Anleitung zur Verfertigung der Fernrohre. Wien 1830.

Prechtl, praktische Dioptrik. Wien 1828.

Zweiter Abschnitt.

Theoretische Optik.

Erstes Kapitel.

Interferenz und Beugung des Lichtes.

Fresnels Spiegelversuch. Von den beiden Hypothesen, nach denen 50
sich die Erscheinungen der ungestörten Fortpflanzung des Lichtes als im Wesen des Lichtes begründet zu erkennen geben, wurde die Newton'sche Emissions-Hypothese durch den Foucault'schen Versuch über die Geschwindigkeit des Lichtes im Wasser als unhaltbar erkannt. Da dieser Versuch die Folgerungen der zweiten Hypothese, nach welcher das Licht eine Wellenbewegung des Aethers ist, vollkommen bestätigte, so hielten wir uns für berechtigt, dieselbe als wahrscheinlich anzunehmen. Wir benutzten sie demgemäss zur Erklärung der Erscheinungen, die sich bei der Wechselwirkung des Lichtes und der Körper, auf welche dasselbe bei der gestörten Ausbreitung trifft, zeigen, und sahen, dass in diesen nichts lag, was der Undulationstheorie widersprach, vielmehr, dass diese Erscheinungen durch dieselbe verstanden werden können.

Nach dieser Theorie ist das Licht eine schwingende Bewegung, die sich in dem überall vorhandenen Aether von den leuchtenden Punkten aus nach allen Richtungen verbreitet. Die Grenze, bis zu welcher sich die Bewegung in einem bestimmten Augenblicke bei der ungestörten Fortpflanzung ausgebreitet hat, ist eine Kugel, da wir annehmen, dass der freie Aether isotrop, das heisst überall gleich dicht und nach allen Richtungen gleich elastisch ist. Die Radien dieser Kugelwellen sind die Lichtstrahlen, sie sind die Punktreihen, welche die im dritten Abschnitte des ersten Theiles ausführlicher betrachtete Bewegung vollführen, und denen wir bei Betrachtung der Wellenbewegung in einem Punktsystem den Namen Wellenstrahlen beilegten. Dabei sind bisher keine Erscheinungen bekannt geworden, welche uns zu einer Annahme darüber nöthigten, nach welcher Richtung die einzelnen Aethermoleküle sich be-

wegen, ob in der Richtung, in welcher sich die Bewegung fortpflanzt, oder senkrecht dazu, ob also die Schwingungen longitudinale oder transversale sind. Wir machen desshalb auch noch keine bestimmte Annahme darüber, als nur die, dass die Bewegungsrichtung in allen Lichtstrahlen dieselbe ist, das heisst immer entweder longitudinal oder transversal und dann gleich gerichtet, eine Annahme die in der Natur der Sache begründet ist.

Wenn nun auch diese Theorie uns durch die bisher betrachteten Erscheinungen wahrscheinlich geworden ist, so müssen wir uns doch noch nach directern Beweisen für dieselbe umsehen, und zugleich suchen, nähern Aufschluss über die bisher unentschiedene Frage zu erhalten, welcher Art denn die Lichtschwingungen sind, ob longitudinal oder transversal. Dies ist die Aufgabe des zweiten Abschnittes der Optik.

Um directe Beweise für die Zulässigkeit unserer Hypothese zu erhalten, wenden wir uns an die in den Principien der Wellenbewegung abgeleiteten Sätze und sehen, ob die dort gefundenen Erscheinungen sich beim Lichte nachweisen lassen.

Das Wesen der Wellenbewegung besteht in der Periodicität; ein schwingendes Theilchen bewegt sich eine Zeit lang nach der einen Richtung und darauf eben so lange und mit eben solcher Geschwindigkeit nach der entgegengesetzten. Von dem erregenden Mittelpunkte pflanzt sich dann die Bewegung nach allen Richtungen fort, und der entstehende Wellenstrahl zeigt in einer Wellenlänge alle Phasen der Bewegung neben einander, die ein schwingendes Theilchen während einer Oscillationsdauer nach einander durchläuft. Die Wellenlänge zerfällt daher in zwei congruente Theile, in deren erstem die Bewegung in dem einen, in deren anderem sie in dem entgegengesetzten Sinne vor sich geht, in deren jedem die Geschwindigkeit von einem Minimum bis zu einem Maximum wächst und dann wieder zu einem Minimum abnimmt, um in der folgenden Wellenhälfte den entgegengesetzten Sinn anzunehmen.

In einem Mittel können sich nun mehrere Wellenbewegungen gleichzeitig fortpflanzen und demselben Theilchen Impulse ertheilen. Nach dem Princip der Coexistenz kleiner Bewegungen, ist dann die Geschwindigkeit des Theilchens die algebraische Summe der Geschwindigkeiten, welche ihm jede einzelne der Theilbewegungen geben würde. Die resultirende Geschwindigkeit oder die resultirende Amplitude der Schwingung muss daher von der Phase der Bewegung abhängig sein, in der die einzelnen Wellensysteme zusammentreffen.

Wir sahen früher, dass die schwingende Bewegung einer Punktreihe sich darstellen lässt durch die Gleichung

$$y = a \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$$

wenn y den Abstand eines um die Entfernung x von dem Mittelpunkt

entfernten Theilchens von der Gleichgewichtslage zur Zeit t bedeutet, und a die Amplitude, T die Schwingungsdauer, λ die Wellenlänge der Bewegung darstellt. Ist nun die Entfernung eben dieses Theilchens von einem andern erregenden Mittelpunkte, der auch zur Zeit $t = 0$ seine Bewegung beginnt, $x + \delta$, so wird der Abstand y' dieses Theilchens von der Gleichgewichtslage zur Zeit t in Folge des von dieser Bewegung herrührenden Impulses sein

$$y' = a' \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x + \delta}{\lambda}\right)$$

wenn a' die Amplitude dieser Bewegung bedeutet.

Erhält das Theilchen von beiden Bewegungen Impulse nach gleicher Richtung, so ist der resultirende Abstand

$$Y = y + y'$$

und derselbe lässt sich darstellen, da die resultirende Bewegung mit den componirenden von gleicher Periode sein muss, durch

$$Y = A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x + D}{\lambda}\right)$$

worin

$$A^2 = a^2 + a'^2 + 2a \,.\, a' \,.\, \cos 2\pi \frac{\delta}{\lambda}$$

und

$$\sin 2\pi \frac{D}{\lambda} = \frac{a'}{A} \,.\, \sin 2\pi \frac{\delta}{\lambda}$$

ist, wie man leicht erhält, wenn man die Summe $y + y'$ bildet und auf die für Y angegebene Form bringt[1]). Aus dem Ausdrucke für A folgt dass die Amplitude der resultirenden Bewegung abhängt von der Grösse δ, die uns die Phasendifferenz gibt, mit welcher die componirenden Bewegungen zusammentreffen. Ist $\delta = 0$, so ist

$$A^2 = a^2 + a'^2 + 2aa' = (a + a')^2.$$

Wächst δ bis auf $\frac{\lambda}{2}$, so nimmt A ab bis

$$A^2 = a^2 + a'^2 - 2aa' = (a - a')^2$$

Nimmt δ noch weiter zu, so wächst A wieder, bis es für $\delta = \lambda$ wieder seinen grössten Werth erhält. Bei weiterer Zunahme von δ nimmt A in gleichen Perioden ab und zu, so dass es allemal wenn $\delta = n\lambda$ ist seinen grössten, und wenn es gleich $(2n - 1)\,\frac{\lambda}{2}$ ist, seinen kleinsten Werth annimmt.

Noch deutlicher tritt dieses periodische Wachsen hervor, wenn wir annehmen, dass die Amplituden der Theilbewegung gleich sind, dann wird

---

[1]) Wir verweisen hier zugleich für alle folgenden Entwicklungen auf die im 3. Abschnitt des ersten Theiles ausführlich dargelegten Principien der Wellenbewegung.

$$A^2 = 2a^2 \left(1 + \cos 2\pi \frac{\delta}{\lambda}\right)$$

und da

$$1 + \cos 2\pi \frac{\delta}{\lambda} = 2 \cos^2 \pi \frac{\delta}{\lambda}$$

$$A^2 = 4a^2 . \cos^2 \pi \frac{\delta}{\lambda} \quad A = 2a . \cos \pi \frac{\delta}{\lambda}$$

und man sieht wie A einen zwischen 0 und $2a$ liegenden Werth annimmt, je nachdem die Phasendifferenz δ zwischen $(2n - 1) \frac{\lambda}{2}$ und $2n \frac{\lambda}{2}$ liegt.

Durch das Zusammenwirken der beiden Bewegungen kann also die resultirende stärker oder schwächer sein als jede der beiden, und kann selbst vernichtet werden.

Wenden wir diese Folgerungen auf das Licht an, so folgt daraus, dass, wenn ein Punkt zugleich von zwei Lichtquellen Licht erhält, die Beleuchtung des Punktes nicht einfach die Summe der von beiden Quellen erhaltenen Lichtintensitäten ist, sondern, dass die Beleuchtung abhängt von der Differenz der Abstände des beleuchteten Punktes von den leuchtenden. Durch das Zusammenwirken zweier von verschiedenen Quellen herkommenden Lichtstrahlen kann, vorausgesetzt, dass dieselben gleiche Wellenlänge haben, die Beleuchtung des Punktes stärker oder schwächer sein, als die von jedem einzelnen Lichtstrahle; und ist die Intensität beider Strahlen die gleiche, so kann durch ihr Zusammenwirken selbst Dunkelheit entstehen. Diese Einwirkung der Strahlen auf einander kann aber nur an der Stelle stattfinden, wo die Strahlen sich treffen, in ihrem weitern Verlauf werden sie nicht gestört, da nach dem zweiten Theile des Princips der Coexistenz der kleinsten Bewegungen, die Wellenstrahlen sich ungestört durchkreuzen, das heisst jenseits des Kreuzungspunktes sich ungestört fortsetzen.

Das ist auch zum Theil der Grund, dass es zur Auffindung der von der Theorie geforderten Interferenzerscheinungen besonderer Versuche bedarf. Denn in der That findet eine Durchkreuzung der Lichtstrahlen aller Orten und zu jeder Zeit statt, und es kommt kein Lichtstrahl zu unserer Wahrnehmung, der nicht mehrfach mit andern zusammengetroffen ist, ohne dass wir eine Störung in denselben sehen.

Der erste, welcher Interferenzerscheinungen beobachtete und auf diese hin den Satz aussprach, dass Licht zu Licht hinzugefügt Dunkelheit erzeugen könne, war Grimaldi[1]), und Thomas Young[2]) benutzte die von

---

[1]) Grimaldi. Physico-Mathesis de Lumine. Bologna 1665.

[2]) Thomas Young. On the theory of light and colours. Philosophical Transactions of. Roy. Society. 1802. London. Gilb. Ann. XXXIX.

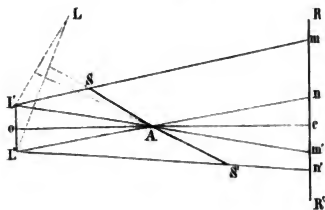
Grimaldi gemachte und von ihm vervollkommnete Beobachtung zum Erweise der Richtigkeit der Wellentheorie. Wir werden diese Erscheinungen, bei denen sich zugleich eine Beugung des Lichtes zeigt, in den nächsten Paragraphen besprechen. Fresnel[1]) erst erdachte einen Versuch, den nach ihm benannten Spiegelversuch, mit dem er den unzweideutigen Beweis lieferte, dass, wenn ein Punkt zugleich von zwei Lichtquellen beleuchtet wird, seine Helligkeit verschieden ist, je nach der Differenz der Abstände des Punktes von den beiden Lichtquellen.

Fresnel stellte zwei Spiegel von schwarzem oder hinten geschwärztem Glase so auf, dass ihre Ebenen vertical und nur sehr wenig gegeneinander geneigt waren, und dass sie überdies mit einer Kante genau zusammenstiessen ohne dass an der Berührungslinie ein Spiegel vor dem andern vorstand.

Wenn die von verschiedenen Mechanikern hergestellten Interferenzapparate nicht zu Gebote stehen, kann man sich diese Spiegel am besten dadurch herstellen, dass man eine viereckige Platte schwarzen Glases durch einen scharfen Schnitt in der Mitte durchschneidet, und nachdem man die Schnittränder abgeschliffen hat, die beiden Stücke auf ein viereckiges Holzstückchen mit weichem Wachs aufklebt, so dass die beiden abgeschliffenen Ränder zusammenstossen. Man darf dann, wenn die Vorrichtung zu dem Versuche brauchbar sein soll, mit der Fingerspitze an der Stelle, wo die Gläser zusammenstossen, keine vorspringende Kante mehr fühlen. Der Winkel, den die beiden vordern spiegelnden Flächen mit einander bilden, muss ferner nahezu 180° sein, nur einige wenige Grade kleiner.

Stellt man dann die beiden Spiegel einer Lichtquelle gegenüber, so erzeugt jeder von derselben ein Bild, und ein den Spiegeln gegenüber gestellter Schirm wird von dem von den Spiegeln reflectirten Lichte so beleuchtet, als wären die Spiegelbilder zwei selbständige Lichtquellen. Fig. 82 zeigt die Anordnung des Versuches als Horizontaldurchschnitt. L ist die Lichtquelle, AS, AS' sind die beiden Spiegel, L', L'' die beiden Spiegelbilder. Der Schirm RR', den wir parallel $L'L''$ aufgestellt denken, erhält dann zwischen mm' Licht von der Lichtquelle L', in dem Raume

Fig. 82.



[1]) Fresnel. Sur la lumière Supplément à la traduction française de la 5. edit. du traité de chimie de Thomson. Paris 1822. Poggend. Annal. Bd. 3.

nn' von der Lichtquelle *L''*; der Raum *nm'* wird also zugleich von beiden Lichtquellen beleuchtet; man sieht das deutlich an der in diesem Raume grössern Helligkeit des Schirmes.

Wendet man nun als Lichtquelle *L* eine sehr schmale intensive verticale Lichtlinie an, etwa ein sehr schmales Bündel Sonnenstrahlen, oder die Brennlinie, welche von den Sonnenstrahlen gebildet wird, welche eine Cylinderlinse durchsetzt haben, so erscheinen in dem Raume *nm'* an beiden Seiten der Mitte *C* eine Anzahl farbiger Streifen, welche den Lichtlinien *L'* und *L''* parallel sind. In der Mitte *c* befindet sich ein weisser Streifen, dort, wo die in der Mitte des Abstandes *LL'* auf *LL'* senkrechte *oc* den Schirm trifft. Von der Mitte aus nach einer Seite hin fortschreitend treffen wir folgende stetig in einander übergehende Farben, zunächst gelblich-roth, dann schwarz-violett, blau; weiter weiss, gelb-roth, violett, blau, ferner grün, gelb, roth, bläulich-grün, dann noch roth, bläulich-grün, wieder roth, bläulich-grün u. s. f. bis die Farben schliesslich undeutlich werden.

Wenn man auf die Cylinderlinse anstatt weissen Lichtes homogenes einfaches Licht fallen lässt, indem man entweder die Sonnenstrahlen durch ein homogenes Glas gehen lässt, oder vor die Linse ein Prisma anbringt, so dass nur eine Farbe auf die Linse fällt, dann wird die Erscheinung viel einfacher, es treten nur abwechselnde helle und dunkle Streifen auf. Die Mitte *c* ist hell, von ihr ausgehend sieht man nach beiden Seiten die Helligkeit abnehmen, und in einem bestimmten Abstande am geringsten werden, von da an wächst nach beiden Seiten die Helligkeit wieder und erreicht wieder in einem bestimmten Abstande ihren grössten Werth u. s. f. Wir bezeichnen die Maxima der Helligkeit als helle, die dunkelsten Stellen als dunkle Streifen.

Erzeugt man mit einem Prisma ein möglichst helles Spectrum und lässt von diesem immer andere Farben auf die Linse, und somit auf die Spiegel fallen, so findet man, dass die Abstände der hellen und dunklen Streifen immer andere werden; sie sind am grössten für rothes Licht, kleiner für gelbes, grünes, blaues, am kleinsten für violettes Licht. Die Breite der Streifen wird also um so geringer, je brechbarer das Licht ist. Hieraus folgt zunächst, weshalb wir bei Anwendung des weissen Lichtes anstatt heller und dunkler Streifen farbige Streifen sehen. In dem mittlern hellen Streifen sind alle Farben mit grösster Intensität vorhanden, derselbe muss daher weiss erscheinen; nach den Seiten hin verschwindet zuerst violett, dann blau, dann grün, und schliesslich überragt das Roth die übrigen Farben, der mittlere helle Streifen muss daher nach innen gelbliche, nach aussen rothe Ränder haben. Dann folgt nach beiden Seiten, da der helle Streifen für violett weiter von der Mitte entfernt ist als der dunkle für roth, zunächst ein schwarzer Streifen, auf diesen folgt dann zunächst das Maximum für violett und blau; diese

Farben werden daher den zweiten hellen Streifen nach innen begrenzen. Weiterhin treten zum violett und blau auch die andern Farben; auf das blau wird daher weiss folgen müssen, welches, da das violette und blaue Licht zuerst wieder verschwindet, durch Gelb in Roth übergeht u. s. f. Wir können die Farben sämmtlich nach den Gesetzen der Farbenmischung ableiten.

Wie bei den verschiedenen Farben, so ändern sich die Abstände der Streifen ebenso, wenn wir die Neigung der Spiegel ändern. Die Mitte c bleibt immer hell, der erste und die folgenden dunklen und hellen Streifen rücken aber um so weiter nach den Seiten, je näher der Winkel, welchen die beiden Spiegel bilden, gleich 180^0 ist, um so näher zusammen, je mehr die Spiegel gegeneinander geneigt sind. Wenn die Neigung der Spiegel gegen 170^0, oder wenn wir von dem spitzen Winkel der beiden Spiegelebenen ausgehen, 10^0 beträgt, fallen die Streifen so nahe zusammen, dass sie nicht mehr sichtbar sind.

Ebenso ändert sich der Abstand der Streifen, wenn die Entfernung des Schirmes von den Spiegeln eine andere wird, er wird grösser, wenn der Schirm weiter von den Spiegeln entfernt wird, kleiner, wenn man den Schirm den Spiegeln nähert.

Aus der Thatsache, dass in dem von beiden Lichtquellen beleuchteten Streifen des Schirmes bei Anwendung einfarbigen Lichtes dunkle Streifen auftreten, folgt nun unzweideutig, dass in der That Licht zu Licht hinzugefügt Dunkelheit hervorbringen kann, denn diese Streifen zeigen sich nicht dort wo nur Licht von dem einen Spiegel hinkommt. Sie verschwinden ebenfalls und machen einer gleichmässigen Beleuchtung Platz, wenn der eine Spiegel bedeckt wird, also nur der andere Licht auf den Schirm sendet.

Die Mitte c des von beiden Spiegeln beleuchteten Streifens ist immer hell, in welchem Abstande man auch den Schirm aufstellen mag und welche Neigung auch die Spiegel gegen einander haben, vorausgesetzt, dass der Schirm, wie wir annahmen, senkrecht ist zu der auf die Verbindungslinie der beiden Lichtquellen $L'L''$ in dem Mittelpunkte o senkrechten oc, dass also RR' parallel ist LL'. Da nun die Mitte c von jeder der beiden Lichtquellen L' und L'', welche zugleich in demselben Augenblicke Licht aussenden, in dem von L das Licht ausgeht, gleich weit entfernt ist, so folgt, dass zwei gleichbeschaffene Lichtstrahlen, die von zwei Lichtquellen ausgehen und einen von beiden gleichweit entfernten Punkt beleuchten, sich gegenseitig verstärken. Von der Mitte aus wird nach beiden Seiten hin die Lichtstärke anfangs kleiner, sie wird in den dunklen Streifen ganz Null, und nimmt dann wieder zu. Daraus folgt, dass, wenn der von zwei Lichtstrahlen bei ihrem Zusammentreffen durchlaufene Weg ein verschiedener ist, sie je nach der Verschiedenheit des Weges sich stärken oder schwächen können.

Die Helligkeit ist also abhängig von der Differenz der von den beiden Lichtstrahlen durchlaufenen Wege, und zwar ist sie eine periodische Funktion; mit der Zunahme der Wegedifferenz wird sie erst kleiner, dann grösser, wieder kleiner u. s. f. Um nun zu untersuchen, ob die Abhängigkeit von der Wegedifferenz genau die von der Theorie geforderte ist, müssen wir die Differenz der Entfernungen der einzelnen Punkte von den beiden Lichtquellen bestimmen.

Zu dem Ende müssen wir ausser dem Abstande der Lichtquelle und des Schirmes von den Spiegeln, so wie die Neigung der letzteren gegeneinander, die leicht ein für allemal gemessen werden können, die Entfernungen der einzelnen hellen und dunklen Streifen von der Mitte *c* kennen. Um diese zu erhalten, ist das beschriebene Beobachtungsverfahren, die Erscheinung auf einem Schirme zu betrachten, nicht sehr geeignet, da die Streifen sehr nahe zusammenliegen.

Fresnel[1]) fing daher die Erscheinung direct mit einer Lupe von kurzer Brennweite auf. Man denke sich eine Lupe so hinter dem Schirme aufgestellt, dass man durch sie hindurchsehend ein deutliches virtuelles Bild der den Spiegeln zugewandten Seite des Schirmes erhält, so sieht man nach Fortnahme des Schirmes die vorhin auf dem Schirme dargestellten Streifen vergrössert, und kann nun leicht den Abstand derselben messen. Zu dem Zwecke spannte Fresnel in der gleichen Entfernung vor der Lupe einen feinen Faden parallel den Streifen aus, der unveränderlich fest mit der Lupe verbunden war, und befestigte den Apparat auf einer Mikrometerschraube, welche der Lupe eine seitliche Bewegung in der Richtung *mn* Fig. 82 zu ertheilen vermochte. Da die angesehenen Streifen und der Faden sich in derselben Entfernung von der Linse befinden, so sieht man sie zugleich und Faden wie Streifen deutlich. Man stellt nun die Lupe zunächst so, dass der Faden den mittlern hellen Streifen deckt, und verschiebt sie dann mit der Mikrometerschraube nach der einen oder andern Seite, bis der Faden den ersten, zweiten etc. Streifen deckt.

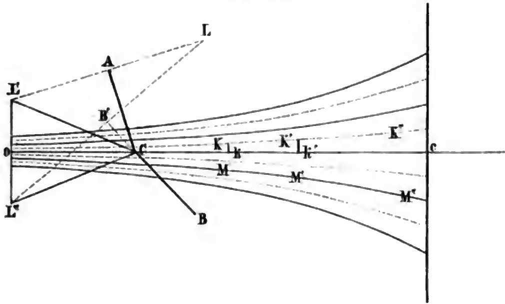
Führt man nun diese Messungen aus, indem man zugleich den Abstand der Lupe von den Spiegeln verändert, so findet man, dass die hellsten und dunkelsten Streifen in verschiedenen Entfernungen vom Spiegel sich so der Mitte *oc* Fig. 83 der Erscheinung nähern oder von ihr entfernen, dass in einem Horizontaldurchschnitt, der durch die Ebene $L'L''oc$ Fig. 82 gelegt ist, die einem bestimmten Streifen angehörigen Punkte auf einer Hyperbel liegen, deren Brennpunkte die beiden Lichtquellen L' und L'' sind. Fig. 83 stellt einen solchen Horizontaldurchschnitt dar. *AC* und *BC* sind die beiden Spiegel, L' und L'' die beiden

---

[1]) Fresnel a. a. O. Poggend. Ann. Bd. 3. pag. 99 ff.

Bilder der Lichtquelle, und oc die auf dem Mittelpunkt o von $L'L''$ errichtete Senkrechte. Diese Linie ist der Ort der hellen Mitte, nach

Fig. 83.



beiden Seiten liegt daneben ein dunkler Streifen, dessen Entfernungen von oc in verschiedenen Abständen von o durch die Hyperbel $KK'K''$ gegeben ist. Auf diesen dunklen folgt der zweite helle Streifen, dessen Abstände von oc durch das zweite Hyperbelpaar $MM'M''$ gegeben ist u. s. f.

Die Hyperbel ist bekanntlich dadurch charakterisirt, dass die Differenz zweier von den beiden Brennpunkten nach einem und demselben Punkte derselben gezogenen Leitstrahlen eine constante Grösse, und zwar gleich der sogenannten grossen oder reellen Axe ist.

Daraus, dass diese Curven Hyperbeln sind, folgt also

$$KL'' - KL' = K'L'' - K'L' = K''L'' - K''L' = d,$$

wenn wir die grosse Axe dieser Hyperbel mit d bezeichnen.

Diese Leitstrahlen sind nun die von den Lichtstrahlen, welche in den Punkten K, K' . . zusammentreffen, zurückgelegten Wege; es folgt also, wenn zwei gleichbeschaffene Lichtstrahlen, die zugleich von einem Punkte ausgehen, auf verschiedenen Wegen, von denen der eine um eine gewisse Grösse d kürzer als der andere ist, zu einem Punkte sich fortpflanzen, so vernichten sich dieselben bei ihrem Zusammentreffen.

Die analytische Geometrie lehrt nun, dass, wenn wir den Abstand Kk oder $K'k'$ . . eines Punktes der Hyperbel von der Mittellinie oc mit x und den zugehörigen Abstand ko mit y bezeichnen, wenn wir ferner den halben Abstand $L'L''$ der beiden Brennpunkte e, die halbe grosse Axe der Hyperbel a nennen, dass dann x und y durch folgende Gleichung mit einander verknüpft sind:

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{e^2 - a^2} = 1 \quad . \; . \; . \; . \; \text{I.}$$

Messen wir demnach für irgend einen Punkt der Hyperbel die Werthe x und y, und bestimmen den Abstand c der Brennpunkte, so können wir aus dieser Gleichung a und da

$$KL'' - KL' = d = 2a,$$

auch die Wegedifferenz der Lichtstrahlen bestimmen, bei welcher sie sich vernichten.

Die Grösse x ist der gemessene Abstand des ersten dunklen Streifens von der hellen Mitte, oder der halbe Abstand der beiden ersten dunklen Streifen von einander. Nennen wir den Abstand letzterer δ, so ist demnach

$$x = \frac{\delta}{2}$$

Ferner ist

$$y = ko = kC + Co.$$

kC ist der Abstand des Punktes k von dem Punkte, in welchem der Horizontalschnitt die Kante schneidet, in welcher die Spiegel zusammenstossen. Derselbe lässt sich direct messen, er sei gleich w.

Co, der Abstand des Punktes C von der Ebene der Spiegelbilder, bestimmt sich aus dem Abstande LC und der Neigung $ACB' = \alpha$ des Spiegels folgendermassen. Es ist

$$Co = CL' . \cos oCL'.$$

Nun liegen L, L', L'' auf einer Kreislinie, deren Mittelpunkt C ist, demnach ist

$$CL' = CL = f \text{ und } \sphericalangle\, L'CL'' = 2L'LL'',$$

da der Winkel an L als Peripheriewinkel auf demselben Bogen steht wie der an C als Centriwinkel. Da nun weiter

$$LL' \perp CA, \quad LL'' \perp BC,$$

so folgt

$$\sphericalangle\, L'LL'' = \alpha,$$

gleich dem Neigungswinkel der beiden Spiegel. Da nun weiter

$$CL' = CL'' \text{ und } Co \perp L'L''$$

so folgt auch

$$\sphericalangle\, oCL' = \frac{1}{2}\, L'CL'' = \alpha$$

und

$$y = w + f . \cos \alpha.$$

Der halbe Abstand der beiden Brennpunkte $c = oL'$ ist dann

$$c = CL' . \sin \alpha = f . \sin \alpha.$$

Setzen wir nun die Werthe für x, y, c in unsere Gleichung I., so wird dieselbe

$$\frac{\left(\frac{\delta}{2}\right)^2}{a^2} - \frac{(w + f . \cos \alpha)^2}{(f . \sin \alpha)^2 - a^2} = 1 \; . \; . \; . \; . \text{ II.}$$

und diese Gleichung nach a aufgelöst gibt uns einen bestimmten Werth für a oder auch den Wegeunterschied d.

Bestimmt man nun aus entsprechenden Messungen für die andern hellen und dunklen Hyperbeln die grossen Axen, also die Wegedifferenz der in ihnen zusammentreffenden Lichtstrahlen, so ergibt sich, dass die grossen Axen der dunklen Hyperbeln, wenn die der ersten KK' .... den Werth d hat, die Werthe

$$d, 3d, 5d, 7d \ldots.$$

haben, dass sie sich also verhalten wie die Reihe der ungeraden Zahlen.

Die Axen der hellen Hyperbeln haben dagegen die Werthe

$$2d, 4d, 6d, 8d \ldots.$$

sie verhalten sich also wie die Reihe der geraden Zahlen.

Wir schliessen daraus, dass zwei gleichbeschaffene Lichtstrahlen bei ihrem Zusammentreffen sich vernichten, wenn sie von derselben Lichtquelle ausgehend Wege durchlaufen haben, die um eine bestimmte Grösse d, oder ein ungerades Vielfaches derselben verschieden sind, dass sie sich aber verstärken, wenn ihre Wege nicht oder um ein gerades Vielfaches derselben Grösse d verschieden sind.

Gehen wir von einem hellen Streifen zu dem nächstliegenden dunkeln über, so nimmt die Lichtstärke stetig ab, gehen wir von einem dunkeln zum nächstliegenden hellen über, so nimmt dieselbe stetig zu. Beim Uebergange zum nächstliegenden Streifen nimmt nun aber die Differenz der von den beiden Lichtstrahlen durchlaufenen Wege stetig zu. Wir schliessen daher, dass die aus dem Zusammenwirken zweier Lichtstrahlen resultirende Lichtintensität stetig abnimmt, wenn die Differenz der von ihnen zurückgelegten Wege von 0 oder $2nd$ auf d oder $(2n + 1)\,d$ wächst, dass sie dagegen ebenso zunimmt, wenn sie von $(2n - 1)\,d$ auf $2nd$ wächst.

Vergleichen wir nun diese Resultate mit der aus den Principien der Wellentheorie gezogenen Folgerung, so finden wir sie damit in vollstem Einklang. Die aus dem Zusammenwirken zweier Wellenbewegungen resultirende Amplitude war

$$A = 2a \,.\, \cos \pi \frac{\delta}{\lambda}$$

wenn die Amplituden beider gleich a und die Phasendifferenz, das heisst der Wegeunterschied der Strahlen gleich δ ist, und man sieht, wie die auf Seite 862 aus dieser Form von A in Bezug auf den Werth von A gezogenen Schlüsse in dem Fresnel'schen Versuche experimentell dargestellt sind. Daraus folgt, dass sich auf jedem Lichtstrahle seiner Länge nach periodische Zustände finden, von der Länge d, die einander stetig folgen, und von denen zwei unmittelbar auf einander folgende sich gerade entgegengesetzt verhalten. Wir werden daher berechtigt sein, das Licht als eine Wellenbewegung und die gefundene Wegedifferenz d, von welcher

die resultirende Helligkeit abhängig ist, als die halbe Länge einer Welle anzusehen. Denn der Werth von A hängt genau so von $\frac{1}{2}\lambda$ ab, wie die resultirende Helligkeit von d.

Der Spiegelversuch von Fresnel ist somit ein Fundamentalversuch für die Wellentheorie, indem er durch diese seine einfachste und ungezwungenste Erklärung findet, und indem er die erste und auffallendste Folgerung der Theorie, dass Licht zu Licht hinzugefügt Dunkelheit geben kann, bestätigt.

51 **Wellenlängen der verschiedenen Farben.** Der Fresnel'sche Spiegelversuch setzt uns nach den Auseinandersetzungen des vorigen Paragraphen in den Stand, die Längen der Lichtwellen durch Messung zu erhalten. Die Wegedifferenz der Lichtstrahlen, welche den ersten dunklen Streifen bilden, ist gleich der halben Wellenlänge. Da die dunklen Streifen bei Anwendung verschieden gefärbten Lichtes einen verschiedenen Abstand haben, den grössten bei Anwendung des rothen, den kleinsten bei Anwendung des violetten Lichtes, so folgt, dass das Licht verschiedener Farben sich durch die verschiedene Länge der Wellen unterscheidet.

Die von uns zur Erklärung der Dispersion und überhaupt der verschiedenen Farben gemachte Hypothese wird also ebenfalls durch diesen Versuch bestätigt.

Um nun die Länge der Wellen zu erhalten, haben wir nur den Abstand δ der beiden ersten dunklen Streifen zu messen, und dann die Gleichung II. des vorigen Paragraphen nach a aufzulösen. Der doppelte Werth von a gibt uns dann die halbe Wellenlänge der betreffenden Farbe.

Fresnel[1]) hat für Roth, welches der Grenze des Spectrums ziemlich nahe liegt, solche Messungen und Rechnungen durchgeführt und für die Wellenlänge dieses Lichtes den Werth

$$\lambda = 0{,}000638 \text{ Millimeter}$$

erhalten. Für die andern Farben hat er die Wellenlängen aus einer andern Interferenzerscheinung, den Newton'schen Ringen berechnet. Die von ihm erhaltenen Zahlen gibt folgende Tabelle.

Farben.	Wellenlängen in der Luft.	Farben.	Wellenlänge in der Luft.
	Millimeter.		Millimeter.
Aeusserstes Roth	0,000645	Blau-Grün	0,000492
Roth	0,000620	Blau	0,000475
Orange-Roth	0,000596	Indigo-Blau	0,000459
Orange	0,000583	Indigo	0,000449
Gelb-Orange	0,000571	Violett-Indigo	0,000439
Gelb	0,000551	Violett	0,000423
Grün-Gelb	0,000532	Aeusserstes Violett	0,000406
Grün	0,000512		

[1]) Fresnel. Poggend. Annal. Bd. III. p. 124. Bd. XXX. p. 187.

Genauere Messungen stellte später Fraunhofer[1]) für die durch die dunklen Linien bestimmten Stellen des Sonnenspectrums an, er erhielt

						Millimeter.
für die dunkle Linie	*B*	(roth)	λ	=		0,0006878
„ „ „ „	*C*	(roth)	λ	=		0,0006564
„ „ „ „	*D*	(goldgelb)	λ	=		0,0005888
„ „ „ „	*E*	(grün)	λ	=		0,0005260
„ „ „ „	*F*	(blaugrün)	λ	=		0,0004843
„ „ „ „	*G*	(violett)	λ	=		0,0004291
„ „ „ „	*H*	(violett)	λ	=		0,0003928

Diese Zahlen geben uns die Wellenlänge des Lichtes in der Luft. Nach der Undulationstheorie ist nun die Verlangsamung des Lichtes bei dem Uebergange in ein stärker brechendes Mittel Folge einer Verkürzung der Wellenlänge, da die Oscillationsdauer dieselbe bleibt. Ist λ die Wellenlänge in der Luft, λ' in einem brechenden Mittel, v die Geschwindigkeit des Lichtes in der Luft, v' in dem zweiten Mittel, so ist

$$\lambda : \lambda' = v : v'$$

und daher

$$\lambda' = \frac{v'}{v} \cdot \lambda$$

Nun ist aber $\frac{v}{v'}$ der Brechungsexponent beim Uebergange des Lichtes aus der Luft in das betreffende Mittel, so dass wir die Wellenlänge in irgend einem Mittel erhalten, wenn wir die obigen Zahlen mit dem reciproken Werthe des Brechungsexponenten beim Uebergange aus der Luft in dieses Mittel multipliciren.

Der Brechungsexponent des Lichtes aus Luft in den leeren Raum ist nach den Versuchen von Arago für alle Farben derselbe und gleich $\frac{1}{1{,}000294}$. Wir erhalten daher die Wellenlängen im leeren Raume, wenn wir die obigen Zahlen mit 1,000294 multipliciren.

Die daraus hervorgehenden Werthe unterscheiden sich von obigen Zahlen nur durch höchstens 2 Einheiten in der siebenten Decimale; da diese aber überhaupt nicht mehr zuverlässig ist, müssen wir die von Fraunhofer gefundenen Werthe auch als die Wellenlängen im leeren Raume annehmen.

Wir können nun mit den Fraunhofer'schen Zahlen für die Länge der Wellen, die Cauchy'sche Theorie der Dispersion (§. 19), einer experimentellen Prüfung unterwerfen. Wir erhalten nach Cauchy für den Brechungsexponenten des Lichtes den Ausdruck

$$n = \alpha_0 + \alpha_1 \frac{1}{\lambda^2}$$

[1]) Fraunhofer. Denkschriften der Münchner Akademie aus dem Jahre 1823. Gilberts Annalen. Bd. LXXIV.

worin α_0 und α_1 constante Coefficienten sind, welche von der Natur des brechenden Mittels und der Geschwindigkeit des Lichtes im ersten Mittel abhängen, und λ die Wellenlänge des Lichtes im ersten Mittel ist. In der Luft ist nun die Geschwindigkeit des Lichtes aller Farben dieselbe; für die Brechungsexponenten der den dunklen Linien B, C . . . . entsprechenden Strahlen beim Uebergange aus Luft in irgend ein Mittel werden wir daher folgende Ausdrücke erhalten, wenn λ_b, λ_c . . . die Wellenlängen und n_b, n_c . . die betreffenden Brechungsexponenten bedeuten.

$$1)\ n_b = \alpha_0 + \alpha_1 \frac{1}{\lambda^2_b}\quad 2)\ n_c = \alpha_0 + \alpha_1 \frac{1}{\lambda^2_c} \ldots\ldots 7)\ n_h = \alpha_0 + \alpha_1 \frac{1}{\lambda^2_h}$$

Aus diesen Gleichungen folgt dann

$$n_h - n_g = \alpha_1 \left(\frac{1}{\lambda^2_h} - \frac{1}{\lambda^2_g}\right),\ n_g - n_f = \alpha_1 \left(\frac{1}{\lambda^2_g} - \frac{1}{\lambda^2_f}\right)$$

und daraus

$$n_h - n_g : n_g - n_f = \frac{1}{\lambda^2_h} - \frac{1}{\lambda^2_g} : \frac{1}{\lambda^2_g} - \frac{1}{\lambda^2_f}$$

und führen wir diese Zusammenstellung für alle Strahlen aus, erhalten wir die zusammengesetzte Proportion

$$n_h - n_g : n_g - n_f : n_f - n_e \ldots\ldots : n_c - n_b =$$
$$\frac{1}{\lambda^2_h} - \frac{1}{\lambda^2_g} : \frac{1}{\lambda^2_g} - \frac{1}{\lambda^2_f} : \frac{1}{\lambda^2_f} - \frac{1}{\lambda^2_e} \ldots\ldots : \frac{1}{\lambda^2_c} - \frac{1}{\lambda^2_b}.$$

Die Theorie von Cauchy führt also auf dieses Verhältniss zwischen den Differenzen der einzelnen Brechungsexponenten und der Quadrate der reciproken Werthe der Wellenlängen. Wenn demnach dieses Verhältniss besteht, so sind wir umgekehrt berechtigt, die Formel von Cauchy als richtig anzunehmen.

Für Flintglas Nr. 13 sind nun nach Fraunhofers Messungen die Brechungsexponenten (§. 23) von n_h angefangen

1,671062; 1,660285; 1,648260; 1,642024; 1,635036; 1,629681; 1,627749.

Hiernach ist also für Flintglas Nr. 13

$$n_h - n_g : n_g - n_f : \ldots\ldots : n_c - n_b = 10777 : 12025 : 6236 : 6988 : 5355 : 1932$$

oder nahezu, wenn wir alle Zahlen durch 1000 dividiren

$$1)\ n_h - n_g : \ldots\ldots : n_c - n_b = 10{,}7 : 12{,}0 : 6{,}2 : 6{,}9 : 5{,}3 : 1{,}9.$$

Bilden wir nun die Quadrate der reciproken Werthe der einzelnen Wellenlängen nach Fraunhofer und subtrahiren dieselben in der angegebenen Weise, so ist

$$\frac{1}{\lambda^2_h} - \frac{1}{\lambda^2_g} : \ldots\ldots : \frac{1}{\lambda^2_c} - \frac{1}{\lambda^2_b} = 10491 : 11680 : 6492 : 7289 : 5644 : 2071$$

oder

$$2)\ \frac{1}{\lambda^2_h} - \frac{1}{\lambda^2_g} : \ldots\ldots : \frac{1}{\lambda^2_c} - \frac{1}{\lambda^2_b} = 10{,}4 : 11{,}6 : 6{,}4 : 7{,}2 : 5{,}6 : 2{,}0.$$

Die Uebereinstimmung der beiden Proportionen 1 und 2 ist unter Berücksichtigung, dass von den Brechungsexponenten nur die ersten 4 Decimalen vollkommen zuverlässig und bei den Wellenlängen schon die

6 Decimale nicht ganz sicher ist, so befriedigend, dass dieselbe als eine experimentelle Bestätigung der Theorie von Cauchy angesehen werden kann[1])

Cauchy hat die Vergleichung seiner Theorie mit der Erfahrung auch auf die übrigen von Fraunhofer gemessenen Brechungsexponenten ausgedehnt[2]) und hat gezeigt, dass auch für diese dieselbe Uebereinstimmung besteht.

Die Wellenlänge ist die Strecke, um welche sich das Licht während einer Oscillation der Aethermoleküle fortpflanzt; ist demnach T die Oscillationsdauer und c die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes, so ist

$$\lambda = c \, . \, T$$

somit

$$T = \frac{\lambda}{c}.$$

Dividiren wir daher die Länge einer Welle im leeren Raume durch die astronomisch gefundene Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes, so erhalten wir die Dauer einer Oscillation, oder in dem reciproken Werthe dieser Zahl, die Anzahl der Oscillationen, welche die Aethermoleküle in einem Lichtstrahl während einer Sekunde vollführen. Die Geschwindigkeit des Lichtes ist wie wir sahen 41600 Meilen, oder da eine geographische Meile gleich 7420 Meter ist, nahezu 310000000000^{mm}. Dividiren wir diese Zahl durch die von Fraunhofer gefundenen Wellenlängen, so erhalten wir als Oscillationszahlen der betreffenden Wellen ausgedrückt in Billionen, d. i. Millionen mal Millionen

für	den	der	dunklen	Linie	B	entsprechenden	Strahl	450
„	„	„	„	„	C	„	„	472
„	„	„	„	„	D	„	„	526
„	„	„	„	„	E	„	„	589
„	„	„	„	„	F	„	„	640
„	„	„	„	„	G	„	„	722
„	„	„	„	„	H	„	„	790

Die Kürze der Lichtwellen und die ungemein kurze Dauer der Oscillationen erklärt nun auch vollständig, wesshalb es zur Wahrnehmung von Interferenzen besonderer Versuche bedarf. Zunächst wissen wir, wie bereits erwähnt, dass die Interferenzen nur an den Durchkreuzungsstellen selbst stattfinden, dass der weitere Verlauf der Lichtstrahlen nicht

---

[1]) Beer. Einleitung in die höhere Optik. p. 211.

[2]) Cauchy. Mémoire sur la dispersion de la lumière. Auch Baden Powell. Versuch einer Theorie der Dispersion des Lichtes. Poggend. Annal. Bd. XXXVII. Die von letzterm angewandte Formel kann auf die von Cauchy zurückgeführt werden. Siehe Beer a. a. O.

gestört wird. Damit die Auslöschung zweier Lichtstrahlen beobachtet werden kann, ist deshalb nothwendig, dass eine längere Zeit hindurch zwei Lichtstrahlen an derselben Stelle mit der Phasendifferenz von $^1/_2$ Wellenlänge zusammentreffen, da ein einmaliges Aufheben der schwingenden Bewegung bei der kurzen Dauer derselben nicht wahrgenommen werden kann.

Diese Bedingung kann aber nur dann erfüllt sein, wenn zwei genau derselben Lichtquelle entstammende und derselben zugleich entströmende Strahlen in passender Weise getheilt und dann wieder zusammengebracht werden. Die im Raume vielfach sich kreuzenden Strahlen, als verschiedenen Lichtquellen entstammend, werden daher wahrnehmbare Interferenzen nicht erzeugen können, sie werden vielmehr an jeder Stelle zu einer mittlern Helligkeit sich zusammensetzen.

52 **Farben dünner Blättchen.** Wohl die verbreitetste und zuerst aus der Wellentheorie erklärte Interferenzerscheinung sind die Farben, welche dünne Schichten farbloser durchsichtiger Körper zeigen. Alle durchsichtigen Körper, wenn sie in hinreichend dünnen Schichten hergestellt werden, zeigen Farben ähnlich denen der Seifenblasen, wenn man sie im reflectirten Lichte beobachtet. Der erste, dem diese Thatsache auffiel, war Boyle (1663), und Hooke der Zeitgenosse und Rivale Newtons machte sie zum Gegenstande einer genauern Untersuchung. In seiner Micrographia (1665) gibt er an, dass die Farbe der Glimmerblättchen von ihrer Dicke abhänge und nur zum Vorschein komme, wenn die Dicke innerhalb gewisser Grenzen liege. Ferner behauptet er, dass für eine gleichmässige Färbung nothwendig sei, dass die Dicke überall dieselbe sei. Er war es auch, dem es zuerst gelang, regelmässige Farbenringe zu erzeugen durch Aufeinanderlegen zweier Objectivgläser.

Nach Hooke beschäftigte sich Newton[1]) mit dieser Erscheinung und stellte in einer musterhaften Experimentaluntersuchung die Gesetze derselben auf.

Legt man auf eine ebene Glasplatte eine Convexlinse von sehr schwacher Krümmung, und betrachtet diese Combination im reflectirten Lichte, indem man also auf sie hinsieht, so sieht man um einen dunklen Mittelpunkt eine Reihe von concentrischen farbigen Ringen. Zunächst um die dunkle Mitte legt sich ein nach innen bläulich, nach aussen gelbroth gesäumter weisser Kreis. Als zweites Ringsystem folgt dann ein schmaler violetter Ring, um den sich ein intensiv blauer, dann schwach grüner, deutlich gelber und schliesslich rother Rand herumlegt. Das dritte Ringsystem ist von innen nach aussen blau, grün, gelb, roth; das vierte grün, gelbroth, roth und in den noch weiter erkennbaren Ringen zeigt sich nur

[1]) Newton im 2. Buche seiner Optik.

grün und roth, bläulich-grün, roth und röthlich-weiss. Man hat die Farbenringe, um mit ihnen andere Interferenzfarben bequem vergleichen zu können, genau classificirt, und als Farben verschiedener Ordnung neben einander gestellt. Jedes der erwähnten Ringsysteme wird dann als ein ganzes gefasst, und die in dem ersten auftretenden Farben als Farben erster Ordnung, die im zweiten als zweiter Ordnung bezeichnet u. s. f.

Hiernach sind von der dunklen Mitte an gerechnet die Farben

I. Ordnung: schwarz, blassblau, weiss, gelb, orange, roth.
II. Ordnung: violett, blau, gelblich-grün, gelbroth.
III. Ordnung: purpur, indigblau, glänzend grün, lebhaft gelb, rosa, carmoisin.
IV. Ordnung: bläulich-grün, gelblich-roth, schwach-roth.
V. Ordnung: schwach-grün, weiss, schwach-roth.

Einfacher aber schärfer und deshalb zu genauen Messungen mehr geeignet, wird die Erscheinung, wenn man die Platten durch homogenes Licht beleuchtet oder durch ein möglichst homogenes Glas auf sie hinsieht; man sieht dann eine grosse Anzahl heller und dunkler Ringe, die sich um den dunklen centralen Fleck herumlegen.

Der Uebergang von hell zu dunkel und von dunkel zu hell ist wie bei den Interferenzstreifen ein allmählicher.

Eine Messung der Ringdurchmesser ergab, dass, wenn man die Durchmesser des ersten hellen Ringes gleich 1 setzt, diejenigen der folgenden hellen Ringe sind:

$$\varrho h = \sqrt{1},\ \sqrt{3},\ \sqrt{5},\ \sqrt{7}\ \ldots .$$

sie verhalten sich wie die Quadratwurzeln der ungeraden Zahlen. Diejenigen der dunklen Ringe sind dann

$$\varrho d = \sqrt{0},\ \sqrt{2},\ \sqrt{4},\ \sqrt{6}\ \ldots .$$

sie verhalten sich also wie die Quadratwurzeln aus den geraden Zahlen. Der Durchmesser des centralen dunklen Fleckes ist dabei gleich 0 gesetzt.

Die Durchmesser der Ringe überhaupt verhalten sich also wie die Quadratwurzeln der natürlichen Zahlen.

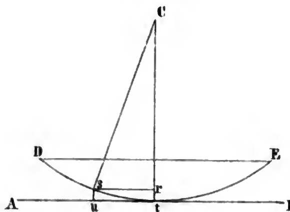
Wendet man nach einander verschiedenes homogenes Licht an, so werden die Durchmesser der Ringe andere, sie sind am grössten bei Anwendung rothen, am kleinsten bei Anwendung violetten Lichtes. Die Ringe im weissen Lichte sind nichts anderes als die theils über- theils nebeneinander gelagerten Ringe der einzelnen Farben; die Färbungen lassen sich daraus nach den Gesetzen der Farbenmischung berechnen, in ganz gleicher Weise wie bei den Interferenzstreifen des weissen Lichtes im Fresnel'schen Spiegelversuch.

Schon Hooke erklärte, dass die zwischen zwei schwach convexen Linsen entstehenden Farbenringe nur ein specieller Fall der Farben dünner Blättchen seien, dass sie in der dünnen zwischen den beiden innern

Flächen der aufeinander gelegten Gläser eingeschlossenen Luftschicht entstehen. Dünne Blättchen zeigten, wie Hooke fand, Farben, die von ihrer Dicke abhängen, und da bei dieser Vorrichtung die Dicke der Luftschicht in einem um den Berührungspunkt als Mittelpunkt gelegten Kreis überall gleich ist, so ist ein solcher Kreis überall gleich gefärbt, da aber die verschiedenen Kreise eine verschiedene Dicke haben, so sind die verschiedenen Ringe auch immer anders gefärbt. Einen directen Beweis für die Richtigkeit der Annahme, dass die Ringbildung in dieser Schicht veranlasst werde, erhielten Hooke und Newton durch die Erfahrung, dass die Durchmesser der Ringe wesentlich abhängen von der Substanz der innerhalb der beiden Gläser eingeschlossenen Schicht. Wurden dieselben unter die Glocke einer Luftpumpe gebracht, und zwischen ihnen ein luftverdünnter Raum hergestellt, so wurden die Ringdurchmesser grösser; wurde die Luft durch Wasser ersetzt, so wurden sie kleiner, mehr noch wenn anstatt des Wassers eine stärker brechende Flüssigkeit genommen wurde. Vergleichende Messungen der Durchmesser bei verschiedenen Substanzen ergaben, dass dieselben sich verhielten umgekehrt wie die Quadratwurzeln aus den Brechungsexponenten der eingeschlossenen Flüssigkeiten. Die Brechungsexponenten von Luft und Wasser verhalten sich wie $1 : {}^4/_3$, die Ringdurchmesser, wenn einmal Luft, dann Wasser zwischen den Gläsern eingeschlossen ist, wie $\sqrt{1} : \sqrt{{}^3/_4}$.

Bei der von Newton angewandten Combination, einer Convexlinse und einer ebenen Glasplatte, ergibt sich aus den beobachteten Ringdurchmessern und dem gemessenen Krümmungsradius der untern Linsenfläche die Dicke der Schicht, bei welcher die hellen und dunklen Ringe enstehen. Sei zu dem Ende AB (Fig. 84) die ebene Glasplatte, DE die untere Fläche der Linse, deren Mittelpunkt in C, und sei sr der Radius irgend eines hellen oder dunklen Ringes, der in der obern Grenze der zwischen DE und AB eingeschlossenen Schicht liegt. Die Dicke der Schicht an der Stelle, wo der Ring entsteht, ist dann gleich su. Ist nun Ct senkrecht zu AB, so haben wir

Fig. 84.



$$sr^2 = Cs^2 - Cr^2$$

$$Cr = Ct - rt$$

und weiter

$$Ct = R; \quad rt = su = d,$$

wenn wir den Krümmungsradius der Fläche DE mit R und die Dicke der Schicht mit d bezeichnen. Daraus folgt

$$\varrho^2 = R^2 - (R - d)^2 = 2Rd - d^2$$

und daraus

$$d = \frac{\varrho^2}{2R} + \frac{d^2}{2R},$$

d ist gegen R sehr klein, so dass wir $\frac{d^2}{2R}$, welches gegen d selbst wieder sehr klein ist, vernachlässigen dürfen. Dann ist

$$d = \frac{\varrho^2}{2R}.$$

Es folgt daraus, dass die Dicken der Schicht, wo die Ringe sich bilden, proportional sind den Quadraten der Ringdurchmesser. Da nun die Durchmesser der hellen Ringe sich verhalten wie die Quadratwurzeln aus den ungeraden Zahlen, so folgt, dass die entsprechenden Dicken der Schicht sich einfach verhalten wie die ungeraden Zahlen.

Ist also die Dicke für den ersten hellen Ring gleich 1, so sind die Dicken für die übrigen hellen Ringe

$$d_h = 1, 3, 5, 7 \ldots\ldots$$

und die Dicken an Stelle der dunklen Ringe

$$d_d = 0, 2, 4, 6 \ldots\ldots$$

Schliesslich fand Newton, dass die Durchmesser der hellen und dunklen Ringe und somit die Dicken der Schicht, denen die Ringe entsprechen, verschieden sind je nach der Richtung, in welcher man auf die Combination hinsieht. Die Ringdurchmesser sind am kleinsten, wenn man senkrecht auf die Gläser hinabsieht und sie werden grösser, wenn man unter einem kleinern Winkel auf die Platte sieht. Das Gesetz, nach welchem sich die Dicken der Schicht für einen bestimmten Ring bei schiefem Daraufsehen ändern, lässt sich am besten folgendermassen darstellen. Ist d die Dicke der Schicht, wenn wir senkrecht auf die Platte hinabsehen und Δ diejenige, wenn wir so darauf hinsehen, dass die in unser Auge kommenden Lichtstrahlen den Winkel r mit dem Einfallslothe im Innern der Schicht bilden, so ist

$$\Delta = \frac{d}{\cos r}.$$

Die Dicken der Schicht für den ersten hellen Ring bei senkrechtem Hinabsehen auf den Apparat sind nach den Messungen von Newton:

für das äusserste Roth	0^{mm},000161
„ die Grenze Roth-Orange	0 ,000149
„ „ „ Orange-Gelb	0 ,000142
„ „ „ Gelb-Grün	0 ,000133
„ „ „ Grün-Blau	0 ,000123

für die Grenze	Blau-Indigo	0^{mm},00011475
„ „ „	Indigo-Violett	0 ,00010975
„ das äusserste	Violett	0 ,0001015

Wie eine Vergleichung dieser mit den Fresnel'schen Zahlen für die Wellenlängen der entsprechenden Farben ergibt, betragen diese gerade ein Viertel jener.

Auch wenn man durch eine solche Combination einer Linse und einer ebenen Glasplatte hindurchsieht, erscheinen farbige Ringe, welche denen im reflectirten Lichte ganz gleich, nur weniger intensiv und brillant sind, und welche bis auf einen Punkt ganz denselben Gesetzen folgen. Der Unterschied ist der, dass bei den Ringen im durchgehenden Lichte jene dunkel sind, welche im reflectirten Lichte hell sind und umgekehrt. So legt sich zunächst um die helle Mitte ein dunkler Ring, um diesen ein heller u. s. f. Die farbigen Ringe im weissen Lichte sind daher sämmtlich complementär zu denen im reflectirten Lichte gefärbt.

Alle diese Thatsachen sind schon von Newton beobachtet worden, wesentlich neues in Betreff der Erscheinung ist seitdem nicht hinzugefügt. Anders jedoch mit der Erklärung derselben. Die Newton'sche Erklärung gründete sich auf die Emissionstheorie und erst im Anfange dieses Jahrhunderts fiel dieselbe vor den Einwürfen Th. Youngs[1]) und Fresnels[2]). Diese Forscher in Verbindung mit Poisson[3]) und Airy[4]) leiteten dann die Erscheinung mit allen ihren Einzelnheiten aus den Principien der Undulationstheorie her und wiesen nach, dass die Erscheinung auf Interferenz der nach gleicher Richtung sich fortpflanzenden an der vordern und hintern Fläche der Schicht reflectirten Strahlen beruhe.

Nehmen wir an, ein Bündel paralleler gleichgefärbter Strahlen A, A', A'', . . falle auf eine dünne Schicht SS, einer von parallelen Wänden begrenzten durchsichtigen Substanz (Fig. 85). Der Winkel, den dieselben mit dem Einfallslothe bilden, sei gleich i. Die Schicht SS sei an den beiden Seiten von dem gleichen Mittel begrenzt, also wenn die Schicht, wie bei den Newton'schen Ringen, Luft ist, sei oberhalb und unterhalb derselben die gleiche Glassorte.

An der obern Grenze der Schicht angekommen, erleiden nun sämmt-

[1]) Th. Young. On the theory of light and colours. Philos. Trans. 1802.

[2]) Fresnel. Mémoire sur la diffraction de la lumière. Mémoires de l'Acad. Tome V. Poggend. Annal. Bd. XXX.

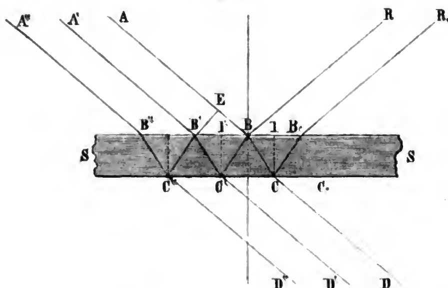
Note sur le phénomène des anneaux colorés Annal. de chim. et phys. XXIII.

[3]) Poisson. Sur le phénomène des anneaux colorés. Annal. de chim. et phys. XXII.

[4]) Airy. On the undulatory theory of optics. Mathematical Tracts. Poggend. Annal. Bd. XLI.

liche Strahlen eine Theilung. Der Strahl *AB* wird zum Theil bei *B* reflectirt nach *R* hin, zum Theil aber tritt er in die Schicht *SS'* ein und pflanzt sich im Innern der Schicht in der Richtung *BC* fort, so dass er

Fig. 85.



mit dem Einfallslothe den Winkel *r* bildet. Bei *C* tritt eine zweite Theilung des Strahles ein, er wird zum Theil nach *B*, reflectirt, zum Theil tritt er in der Richtung *CD* parallel zu *AB* aus der Schicht aus. Der in der Richtung *CB*, reflectirte Strahl tritt dort wiederum zum Theil aus der Schicht aus und pflanzt sich in der Richtung *B,R*, parallel zu *BR* fort, zum Theil wird er nochmals nach *C*, reflectirt. Bei *C*, tritt wiederum eine Theilung ein; theilweise wird der Strahl reflectirt, theilweise wird er gebrochen. Gleiches gilt von den übrigen Strahlen *A'B'*, *A''B''* .... Der Erfolg dieser vielfachen Theilungen ist der, dass an jedem Punkte *B* nicht nur ein reflectirter Strahl *BR* sich fortpflanzt und in jedem Punkte *C* nicht nur ein gebrochener Strahl *CD* austritt, sondern eine ganze Reihe von Strahlen. In der Richtung *BR* (Fig. 85) z. B. pflanzen sich fort zunächst der an *B* reflectirte Theil des Strahles *AB*, ferner der bei *B'* in die Schicht eintretende, dann bei *C'* reflectirte und schliesslich bei *B* nach *R* wieder austretende Theil des Strahles *A'B'*, dann der bei *B''* in die Schicht eintretende, bei *C''*, *B'*, *C'* reflectirte Theil des Strahles *A''B''* u. s. f.

In der Richtung *CD* treten aus erstens der bei *B* in die Schicht eintretende, bei *C* sie wieder verlassende Antheil des Strahles *AB*, zweitens der bei *B'* in das zweite Mittel eintretende, bei *C'* und *B* reflectirte und schliesslich bei *C* austretende Theil des Strahles *A'B'*, ferner ein Theil des Strahles *A''B''*, welcher bei *B''* in die Schicht eintrat, bei *C''*, *B'*, *C'*, *B* reflectirt wurde und bei *C* in der Richtung *CD* austritt u. s. f.

Die Lichtintensität des nach *BR* oder *CD* austretenden Strahlencomplexes hängt nun nach den Gesetzen der Wellenbewegung ab von

der Phasendifferenz der einzelnen ihn componirenden Strahlen. Es wird zur Bestimmung derselben hinreichend sein, die Resultirende der beiden ersten Strahlen, welche von AB und $A'B'$ herrühren, zu berechnen, da die folgenden wegen der vielfachen Reflexionen und zweimaligen Brechung zu sehr geschwächt sind, um einen wesentlich bestimmenden Einfluss auf das Resultat auszuüben. In dem wichtigsten Falle werden wir dann den Einfluss der ganzen Strahlengruppe betrachten.

Beginnen wir mit der Bestimmung der reflectirten Lichtintensität und suchen die Resultirende der beiden nach BR sich fortpflanzenden Antheile der Strahlen AB und $A'B'$ auf.

Nennen wir den Abstand des Punktes B, von der Lichtquelle x, so wird zur Zeit t das in B befindliche Aethertheilchen im einfallenden Lichtstrahle einen Abstand y von der Gleichgewichtslage haben, der gegeben ist durch

$$y = a \, . \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right),$$

worin a die Amplitude, λ die Wellenlänge und T die Oscillationsdauer der Lichtschwingungen bedeutet.

Bei B wird das Licht zum Theil reflectirt, die Amplitude des reflectirten Strahles ist daher kleiner als die des einfallenden Lichtes, während Oscillationsdauer und Wellenlänge ungeändert bleiben. Ist daher r ein echter Bruch, so wird die Amplitude des reflectirten Strahles gleich ra sein. Um nun in dem reflectirten Strahle die Verschiebung y' eines von B um x' entfernten Aethertheilchens zur Zeit t zu erhalten, haben wir zu beachten, dass durch die Reflexion selbst eine Phasenänderung eintreten kann. Wie wir in den Principien der Wellenbewegung nachwiesen, geht bei der Reflexion einer Wellenbewegung eine halbe Wellenlänge verloren, das heisst in der reflectirten Welle ist die Bewegung der schwingenden Punkte derjenigen der in der einfallenden Welle schwingenden entgegengesetzt, wenn das zweite Mittel dichter ist als das erste; die Phase der reflectirten Welle ist aber derjenigen der einfallenden Welle gleich, das heisst die Bewegung geschieht im Abstande x' von B nach derselben Richtung, als wenn sich das einfallende Licht um die Strecke x' fortgepflanzt hätte, wenn das zweite Mittel optisch dünner ist als das erste. Ist demnach, wie bei den Newton'schen Ringen die Schicht SS Luft, welche an beiden Seiten von Glas begrenzt ist, so ist die Phase der reflectirten Welle gleich der der einfallenden Welle, da Luft weniger dicht ist als Glas, und wir erhalten

$$y' = ra \, . \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x + x'}{\lambda}\right).$$

Der Strahl $A'B'$ ist bei B' von der Lichtquelle, wenn B um x entfernt war, um $x - BE$ entfernt, wenn $B'E$ senkrecht zu AB ist, also die

Wellenebene des einfallenden Lichtes darstellt. Für den Punkt B' erhalten wir daher

$$y = a \,.\, \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x - BE}{\lambda}\right).$$

Bei B' tritt der Lichtstrahl zum Theil in die Schicht ein, erfährt also eine Schwächung seiner Amplitude von a zu da, wo d ein echter Bruch ist. Mit dieser Amplitude durchläuft er zunächst im Innern der Schicht die Strecke $B'C'$ und besitzt in dieser eine andere Wellenlänge λ' als diejenige des einfallenden Lichtes, da, wie wir sahen, bei der Brechung die Wellenlänge geändert wird. Eine Aenderung der Phase findet bei der Brechung nicht statt. Bei C' wird der Strahl reflectirt und erfährt dadurch neuerdings eine Schwächung seiner Amplitude von da auf ϱda, zugleich aber tritt hier auch der Verlust einer halben Wellenlänge ein, da die untere Grenze der Schicht SS die obere eines dichtern Mittels ist. Nach der Reflexion bei C' wird daher zur Zeit t der Abstand eines unmittelbar über C' liegenden Aethertheilchens von der Gleichgewichtslage sein

$$y_{,} = \varrho da \,.\, \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x - BE}{\lambda} - \frac{B'C'}{\lambda'} - {}^1\!/_2\right)$$

und da

$$\cos \pi = -1\,; \quad \sin \pi = 0$$

$$y_{,} = -\varrho da \,.\, \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x - BE}{\lambda} - \frac{B'C'}{\lambda'}\right).$$

Der reflectirte Strahl durchläuft dann die Strecke $C'B$ gleich $B'C'$ und tritt bei B wieder in das erste Mittel in der Richtung BR aus. Auf der Strecke $C'B$ hat der Strahl die Amplitude ϱda und die Wellenlänge λ', durch die Brechung bei B wird dann die Amplitude nochmals geschwächt auf $\delta\varrho da$, und die Wellenlänge wird wieder die frühere λ. Im Abstande x' von B wird daher die Verschiebung y'' eines Aethertheilchens zur Zeit t sein

$$y'' = -\delta\varrho da \,.\, \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x - BE + x'}{\lambda} - \frac{2B'C'}{\lambda'}\right).$$

Die Verschiebung Y des an diesem Orte vorhandenen Aethertheilchens zur Zeit t ist nun die algebraische Summe dieser einzelnen Verschiebungen in Folge des reflectirten Antheils von AB und $A'B'$ oder

$$Y = y' + y''$$

oder

$$Y = ra \,.\, \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x + x'}{\lambda}\right) - \delta\varrho da \,.\, \sin 2\pi \left\{\frac{t}{T} - \frac{x + x'}{\lambda} - \left(\frac{2B'C'}{\lambda'} - \frac{BE}{\lambda}\right)\right\}$$

Wir können nun Y auf die Form bringen

$$Y = A \,.\, \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x + x'}{\lambda} - \frac{D}{\lambda}\right),$$

wenn wir setzen

$$ra - \varrho d\delta a \,.\, \cos 2\pi \left(\frac{2B'C'}{\lambda'} - \frac{BE}{\lambda}\right) = A \,.\, \cos 2\pi \frac{D}{\lambda},$$

$$\varrho d\delta a \,.\, \sin 2\pi \left(\frac{2B'C'}{\lambda'} - \frac{BE}{\lambda}\right) = A \,.\, \sin 2\pi \frac{D}{\lambda}.$$

Für die Amplitude des resultirenden Strahles, welche die Lichtintensität bestimmt, erhalten wir somit

$$A^2 = (ra)^2 + (\varrho d\delta a)^2 - 2a^2 r\varrho d\delta \,.\, \cos 2\pi \left(\frac{2B'C'}{\lambda'} - \frac{BE}{\lambda}\right)$$

oder wenn wir den gemeinschaftlichen Factor a^2 herausschreiben und setzen

$$\cos 2\pi \left(\frac{2B'C'}{\lambda'} - \frac{BE}{\lambda}\right) = 1 - 2 \sin^2 \pi \left(\frac{2B'C'}{\lambda'} - \frac{BE}{\lambda}\right),$$

$$A^2 = a^2 \left\{(r - \varrho d\delta)^2 + 4r\varrho d\delta \,.\, \sin^2 \pi \left(\frac{2B'C'}{\lambda'} - \frac{BE}{\lambda}\right)\right\}.$$

Der Ausdruck für A^2 zeigt, dass der Werth der Amplitude abhängig ist von der Dicke der Schicht und der Neigung des einfallenden Lichts; denn damit ändern sich $B'C'$ und BE, und je nach dem Werthe dieser Grössen kann der Sinus zwischen 0 und 1 liegen. Ist der Sinus gleich 0, so ist die Amplitude ein Minimum

$$A^2 = a^2(r - \varrho d\delta)^2,$$

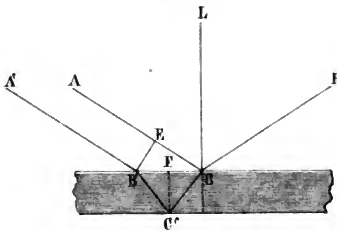
ist er gleich 1, so wird

$$A^2 = a^2(r + \varrho d\delta)^2.$$

Um die Abhängigkeit des Werthes dieses Sinus von der Dicke der Schicht besser zu übersehen, sei die Dicke derselben bei C' (Fig. 86) $C'F$ gleich Δ. Die Strecke $B'C' = BC'$ ist dann

$$B'C' = \frac{C'F}{\cos B'C'F}.$$

Fig. 86.



Der Winkel $B'C'F$ ist nun aber, da $C'F$ dem Einfallslothe bei B' parallel ist, gleich dem Brechungswinkel r, demnach ist

$$B'C' = \frac{\Delta}{\cos r}.$$

Die Strecke BE, um welche der Strahl AB hinter $A'B'$ zurück ist, ist

$$BE = BB' \,.\, \sin BB'E.$$

Der Winkel $BB'E$, welchen die ankommende Wellenebene mit der brechenden Fläche bildet, ist gleich dem Winkel, den die ankommenden Lichtstrahlen mit dem Einfallslothe bilden, somit

$$BE = BB' \,.\, \sin i.$$

Weiter ist, da $B'C' = C'B$,

$$BF = FB'; \quad BB' = 2B'F$$

und da

$$B'F = C'F \,.\, \text{tang}\, B'C'F = \Delta \,.\, \text{tang}\, r$$
$$BE = 2\Delta \,.\, \text{tang}\, r \,.\, \sin i.$$

Nach dem Brechungsgesetz verhalten sich nun die Sinus des Einfalls- und Brechungswinkel zu einander wie die Wellenlängen im ersten und zweiten Mittel, demnach

$$\sin i : \sin r = \lambda : \lambda',$$
$$\sin i = \frac{\sin r \,.\, \lambda}{\lambda'}.$$

Demnach ist

$$\frac{BE}{\lambda} = \frac{2\Delta \,.\, \text{tang}\, r \,.\, \sin r}{\lambda'}$$

und somit

$$\frac{2B'C'}{\lambda'} - \frac{BE}{\lambda} = \frac{2\Delta}{\cos r}\left(\frac{1}{\lambda'} - \frac{\sin^2 r}{\lambda'}\right) = \frac{2\Delta \cos r}{\lambda'}.$$

Setzen wir diesen Ausdruck in unsere Gleichung für A^2, so wird

$$A^2 = a^2 \left\{(r - \varrho d\delta)^2 + 4r\varrho d\delta \,.\, \sin^2 \frac{\Delta \cos r}{\lambda'} \,.\, 2\pi\right\}.$$

Es ergibt sich daraus unmittelbar, dass die resultirende Amplitude A eine periodische Function ist, welche bei gegebenem Einfallswinkel i und gegebener Wellenlänge λ nur abhängt von der Dicke der Schicht. Nehmen wir zunächst an, der Einfallswinkel sei gleich 0, das Licht falle senkrecht auf die Schicht, so ist auch der Winkel r gleich 0, und A erhält immer dann seinen grössten Werth

$$A = a(r + \varrho d\delta), \text{ wenn } \sin \frac{\Delta}{\lambda'} \,.\, 2\pi = \pm 1,$$

wenn also

$$\sin \frac{\Delta}{\lambda'} \,.\, 2\pi = \sin(2n - 1)\frac{\pi}{2}$$

oder

$$\frac{\Delta}{\lambda'} = (2n - 1)\,{}^1/_4; \quad \Delta = (2n - 1)\frac{\lambda'}{4}.$$

Wenn also die Dicke der Schicht gleich einem ungeraden Vielfachen einer viertel Wellenlänge ist, der von dem Strahl $A'B'$ also durchlaufene Weg um eine halbe Wellenlänge oder ein ungerades Vielfaches derselben grösser ist als der Weg des Strahles AB, gibt das Zusammenwirken der beiden Strahlen die grösste Helligkeit.

Der Werth von A wird dagegen am kleinsten

$$A = a(r - \varrho d\delta), \text{ wenn } \sin \frac{\Delta}{\lambda'}\, 2\pi = 0,$$

wenn also

$$\sin \frac{\Delta}{\lambda'} . 2\pi = \sin 2n \frac{\pi}{2}$$

oder

$$\frac{\Delta}{\lambda'} = 2n . {}^1/_4; \quad \Delta = 2n \frac{\lambda}{4},$$

wenn also die Dicke der Schicht ein gerades Vielfaches einer viertel Wellenlänge, der von $A'B'$ mehr zurückgelegte Weg ein gerades Vielfaches einer halben Wellenlänge ist.

Man übersieht dieses Resultat sofort, wenn man bedenkt, dass allein durch die verschiedenen Reflexionen an der obern und untern Grenze der Schicht zwischen den beiden Strahlen die Phasendifferenz von einer halben Wellenlänge eintritt. Kommt nun durch die Wegedifferenz der Strahlen

$$A'B' + B'C' + C'B + BR - AB - BR$$

die Phasendifferenz einer halben Wellenlänge hinzu, so ist bei der Interferenz in dem reflectirten Strahlencomplexe die Phasendifferenz eine ganze Wellenlänge oder was dasselbe ist Null, die Strahlen müssen sich also verstärken; ist dagegen die Wegedifferenz Null oder eine Anzahl von ganzen Wellenlängen, so ist die schliessliche Phasendifferenz eine halbe Wellenlänge, die Strahlen müssen sich also gegenseitig schwächen.

Hat nun die Schicht wie bei den Newton'schen Ringen an verschiedenen Stellen eine verschiedene Dicke, so wird überall dort, wo

$$\Delta = 0,\ 2\frac{\lambda}{4},\ 4\frac{\lambda}{4},\ 6\frac{\lambda}{4} \cdot \cdot \cdot \cdot$$

ist, sich das Minimum der Helligkeit finden, da überall dort die reflectirten Strahlen mit der durch die Reflexion entstandenen Phasendifferenz zusammentreffen. Dort aber, wo

$$\Delta = \frac{\lambda}{4},\ 3\frac{\lambda}{4},\ 5\frac{\lambda}{4},\ 7\frac{\lambda}{4} \cdot \cdot \cdot$$

findet sich das Maximum der Helligkeit.

Wie wir sahen, treten bei den Newton'schen Ringen unter Anwendung homogenen Lichtes die dunklen Ringe hervor, wo die Dicke der Schicht 0, 2, 4, 6 . . . war, die hellen jedoch bei den Dicken 1, 3, 5, 7 . ., also gerade an den Stellen, wo sie die Undulationstheorie erwartet.

Die Dicken der Schichten für die Maxima und Minima der verschiedenen Farben müssen nach der Undulationstheorie verschieden und zwar den Wellenlängen proportional sein, der erste helle Ring im Rothen muss dort auftreten, wo

$$\Delta = {}^1/_4\, \lambda_r$$

und bei den übrigen Farben dort, wo die Dicke der Schicht gleich einer viertel Wellenlänge dieser Farben ist. Wir sahen, Newtons Messungen haben diese Forderung experimentell nachgewiesen, die von Fresnel hiernach berechneten Wellenlängen stimmen, soweit es bei der Unbestimmt-

heit der Bezeichnung Roth etc. möglich ist, vollkommen mit Fraunhofers Messungen für die dunklen Linien überein.

Fällt das Licht nicht senkrecht auf unsere Vorrichtung zur Erzeugung der Newton'schen Ringe, das heisst sehen wir schräg auf dieselbe, so werden die Durchmesser der Ringe, also die Dicken der Schicht, wo sie erscheinen, andere, und zwar soll $\varDelta$, die Dicke, wo ein Ring, welcher bei senkrechtem Hinabsehen bei der Dicke d erscheint, sich bildet, gleich sein

$$\varDelta = \frac{d}{\cos r},$$

worin r der Winkel ist, den der im Innern der Schicht reflectirte Strahl mit dem Einfallslothe bildet.

Auch diese Thatsache folgt aus der Undulationstheorie, denn nach unserem Ausdrucke für A

$$A^2 = a^2 \left\{ (r - \varrho d\delta)^2 + 4 r \varrho d\delta \, . \sin^2 \frac{\varDelta \, . \cos r}{\lambda'} \, . \, 2\pi \right\},$$

worin r die eben angegebene Bedeutung hat, erhält A seinen grössten Werth, wenn

$$\sin \frac{\varDelta \cos r}{\lambda'} \, . \, 2\pi = \sin (2n - 1) \frac{\pi}{2} = \pm 1$$

$$\varDelta = \frac{2n - 1}{\cos r} \, . \, \frac{\lambda'}{4}.$$

Dagegen erhält A seinen kleinsten Werth, wenn jener Sinus gleich 0 ist, also

$$\varDelta = \frac{2n}{\cos r} \, . \, \frac{\lambda'}{4}.$$

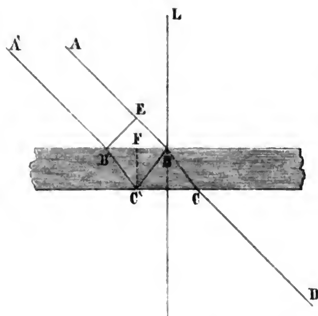
Diese Werthe für $\varDelta$ verhalten sich daher zu den bei senkrechter Incidenz erhaltenen, wie 1 zu $\cos r$, wie es nach den Newton'schen Versuchen in der That der Fall ist.

Schliesslich ist der Durchmesser der Ringe ein anderer, wenn zwischen den Gläsern anstatt Luft eine andere Substanz ist, und zwar verhalten sich die Dicken der Schichten in zwei Fällen, dort wo ein bestimmter Ring auftritt, umgekehrt wie die Brechungsexponenten der Substanzen; als anstatt Luft Wasser zwischen die Gläser gebracht wurde, war die Dicke der Schicht $^3/_4$ von derjenigen, welche sie war, als sich Luft zwischen den Gläsern befand.

Nach der Undulationstheorie ist der Brechungsexponent gleich dem Verhältniss der Wellenlängen in beiden Mitteln, die Wellenlänge für mittlere Strahlen im Wasser ist also $^3/_4$ von derjenigen in Luft. Ist nun zwischen den Gläsern Wasser anstatt Luft, so tritt in die Gleichungen für $\varDelta$ anstatt der Wellenlänge in Luft diejenige in Wasser. Da nun aber $\varDelta$ der Wellenlänge λ' direct proportional ist, so muss die Dicke der Schicht bei Anwendung von Wasser in demselben Verhältnisse kleiner werden, wie die Wellenlänge im Wasser kleiner ist als in Luft.

Sowie sich die Ringe im reflectirten Lichte nach allen ihren Einzelnheiten aus der Undulationstheorie herleiten lassen, so auch diejenigen im durchgelassenen Licht. In der Richtung *CD* (Fig. 87) treten aus ein Theil des Strahles *AB*, der in *B* und *C* gebrochen ist, und der Theil des Strahles *A'B'* der in *B'* gebrochen, bei *C'* und *B* reflectirt und schliesslich in *C* gebrochen ist.

Fig. 87.



Behalten wir ganz die vorhin angewandte Bezeichnung bei, so wird die Verschiebung eines um x' von C in der Richtung CD entfernten Aethertheilchens in Folge der nach AB ankommenden Lichtbewegung ausgedrückt sein durch

$$y' = d\delta a \,.\, \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} - \frac{BC}{\lambda'} - \frac{x'}{\lambda}\right)$$

und in Folge des von $A'B'$ dorthin gelangenden Theiles der Lichtbewegung

$$y'' = d\varrho^2\delta a . \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x - BE}{\lambda} - \frac{B'C'}{\lambda'} - {}^1/_2 - \frac{C'B}{\lambda'} - {}^1/_2 - \frac{BC}{\lambda'} - \frac{x'}{\lambda}\right),$$

wie man unmittelbar erhält, wenn man die einzelnen Schwächungen der Amplitude, die durchlaufenen Wege und Phasenverluste des Strahles bei den Reflexionen, wie sie in der Gleichung in der Reihenfolge, in welcher sie eintreten, dargestellt sind, in Betracht zieht.

Indem wir die Glieder in den Klammern passend ordnen, wird

$$y' = d\delta a \,.\, \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x + x'}{\lambda} - \frac{BC}{\lambda'}\right)$$

$$y'' = d\varrho^2\delta a \,.\, \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x + x'}{\lambda} - \left(\frac{3BC}{\lambda'} - \frac{BE}{\lambda}\right) - 1\right),$$

oder da

$$\sin 2\pi = 0 \quad \cos 2\pi = 1,$$

$$y'' = d\varrho^2\delta a \,.\, \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x + x'}{\lambda} - \frac{BC}{\lambda'} - \left(\frac{2BC}{\lambda'} - \frac{BE}{\lambda}\right)\right).$$

Die resultirende Verschiebung ist nun wieder zur Zeit t

$$Y = y' + y''$$

und deren Amplitude gerade wie vorhin berechnet

$$A^2 = (d\delta a)^2 + (d\varrho^2\delta a)^2 + 2\varrho^2 d^2\delta^2 a^2 \,.\, \cos 2\pi \left(\frac{2BC}{\lambda'} - \frac{BE}{\lambda}\right)$$

oder wenn wir setzen

$$\cos 2\pi \left(\frac{2BC}{\lambda'} - \frac{BE}{\lambda}\right) = 1 - 2\sin^2 \pi \left(\frac{2BC}{\lambda'} - \frac{BE}{\lambda}\right)$$

und weiter nach den vorigen Entwicklungen

$$\frac{2BC}{\lambda'} - \frac{BE}{\lambda} = \frac{2\varDelta \,.\, \cos r}{\lambda'}$$

$$A^2 = a^2 \left\{(d\delta + \varrho^2 d\delta)^2 - 4\varrho^2 d^2\delta^2 \sin^2 \frac{\varDelta \,.\, \cos r}{\lambda'} \,.\, 2\pi\right\}.$$

In diesem Ausdrucke erhält A seinen grössten Werth

$$A^2 = a^2 \;(d\delta + \varrho^2 d\delta)^2, \text{ wenn } \sin \frac{\varDelta \,.\, \cos r}{\lambda'} \,.\, 2\pi = 0$$

seinen kleinsten

$$A^2 = a^2 \;(d\delta - \varrho^2 d\delta)^2, \text{ wenn } \sin \frac{\varDelta \,.\, \cos r}{\lambda'} 2\pi = \pm 1.$$

Man sieht im durchgelassenen Lichte treten an den Stellen die dunklen Ringe auf, wo im reflectirten die hellen auftreten und umgekehrt; um die helle Mitte legt sich zunächst ein dunkler, um diesen ein heller Ring u. s. f.

Im weissen Lichte müssen daher alle Ringe complementär zu denjenigen gefärbt sein, welche man beim Hinabsehen auf die Vorrichtung wahrnimmt. Die sonstigen Sätze über Lage und Ausdehnung der Ringe bleiben genau dieselben.

Auch dieses Resultat übersieht man sofort, da hier durch die Reflexion zweimal der Verlust einer halben Wellenlänge, oder wenn man die Antheile der folgenden Strahlen mit beachtet, 4, 6 . . überhaupt $2n$ mal ein solcher Verlust eintritt; die durch die verschiedenen Reflexionen eintretenden Phasendifferenzen betragen also immer eine Anzahl ganzer Wellenlängen oder sind gleich Null.

Die Interferenzen hängen also lediglich von den Wegeunterschieden der Strahlen ab; die Strahlen müssen sich demnach vernichten, wenn diese ein ungerades Vielfaches einer halben Wellenlänge sind oder wenn

$$\varDelta \,.\, \cos r = (2n + 1)\frac{\lambda}{4},$$

sie müssen sich dagegen verstärken, wenn

$$\varDelta \,.\, \cos r = 2n\frac{\lambda}{4}.$$

Wir bemerkten vorhin, dass sich die Farben im durchgelassenen Licht von denen im reflectirten Lichte dadurch unterscheiden, dass sie weniger intensiv und brillant sind. Gleiches zeigt sich bei der Anwendung homogenen Lichtes, die reflectirten dunklen Ringe sind ganz dunkel, die durchgelassenen nicht. Auch dieses lässt sich aus der Undulationstheorie ableiten. Es lässt sich nämlich über die Werthe der Schwächungscoefficienten r, ϱ, d, δ nachweisen (man sehe das folgende Kapitel §. 62 und 63), dass

$$r = \varrho, \quad d = \delta$$

und ferner, dass

$$1 - r^2 = d^2.$$

Setzen wir diese Werthe für ϱ und d in die Gleichungen für die Amplituden ein, so erhalten wir für die Intensität der Ringe im reflectirten Lichte

$$A^2 = a^2 \left\{ \left(r - r\,(1 - r^2) \right)^2 + 4r^2\,(1 - r^2)\,\sin^2 \frac{\varDelta \,.\, \cos r}{\lambda'} \,.\, 2\pi \right\}$$

$$A^2 = a^2 \left\{ r^6 + 4r^2 \,.\, \sin^2 \frac{\varDelta \,.\, \cos r}{\lambda'} \,.\, 2\pi - 4r^4 \,.\, \sin^2 \frac{\varDelta \,.\, \cos r}{\lambda'} \,.\, 2\pi \right\}$$

und wenn wir die sechste und vierte Potenz von r als zu klein vernachlässigen

$$A^2 = 4a^2r^2 \,.\, \sin^2 \frac{\varDelta \cos r}{\lambda'} \,.\, 2\pi.$$

Das Minimum dieses Ausdruckes ist 0, das Maximum $4a^2r^2$.

Für die Intensität der im durchgehenden Licht erzeugten Ringe erhalten wir

$$A^2 = a^2 \left\{ \left(1 - r^2 + r^2\,(1 - r^2) \right)^2 - 4r^2\,(1 - r^2)^2 \,.\, \sin^2 \frac{\varDelta \,.\, \cos r}{\lambda'} \,.\, 2\pi \right\}.$$

Mit Vernachlässigung der vierten und höhern Potenzen von r wird dieser Ausdruck

$$A^2 = a^2 \left(1 - 4r^2 \sin^2 \frac{\varDelta \,.\, \cos r}{\lambda'}\, 2\pi \right).$$

Das Minimum dieses Ausdruckes ist $a^2\,(1 - 4r^2)$, die Lichtintensität kann also niemals Null sein. Es zeigen sich also hier nicht helle und dunkle, sondern helle und weniger helle Ringe.

Gegen diese letztere Ableitung, dass die dunklen Ringe im reflectirten Lichte ganz dunkel seien, machte Poisson[1]) den Einwand, dass dieselbe nur die beiden ersten Strahlen berücksichtige, dass aber in der That sämmtliche Strahlen, welche auf die obere Fläche der Schicht fallen, einen Theil an der Stelle der dunklen Ringe reflectiren. Diesen Einwurf hat Fresnel[2]) widerlegt und auf folgende sehr einfache Weise nachgewiesen, dass an der Stelle der dunklen Ringe durch das Zusammenwirken aller Strahlen die Lichtbewegung vollständig Null wird.

Die dunklen Ringe entstehen dort, wo die Wegedifferenz der Strahlen ein gerades Vielfaches einer halben Wellenlänge ist, für die beiden ersten und somit auch für alle folgenden Strahlen, da jeder folgende hinter seinen vorhergehenden gerade soviel zurück ist, als der zweite Strahl hinter dem ersten. Durch die Verschiedenheit der durchlaufenen Wege tritt also keine Phasendifferenz ein. Durch die verschiedenen

[1]) Poisson a. a. O.

[2]) Fresnel a. a. O. Annal. de chim. et de phys. 23.

Reflexionen sind aber alle Strahlen gegen den ersten um eine ungerade Anzahl halber Wellenlängen verschoben.

Der zweite Strahl ist durch einmalige innere Reflexion gegen den ersten um $^1/_2\lambda'$, der dritte durch dreimalige um $^3/_2\lambda'$, der vierte durch fünfmalige um $^5/_2\lambda'$ verschoben u. s. f. Wenn aber zwei oder mehrere Strahlen mit entgegengesetzter Phase zusammentreffen, ist die resultirende Amplitude einfach die algebraische Summe der Theilamplituden, in der wir die entgegengesetzten Phasen mit verschiedenem Vorzeichen einführen. Die Theilamplituden sind nun in diesem Falle

$$ra, \ \varrho d\delta a, \ \varrho\varrho\varrho d\delta a, \ \varrho\varrho\varrho\varrho\varrho d\delta a, \ldots$$

jede folgende ist von der vorhergehenden dadurch verschieden, dass ϱ^2 hinzutritt, da jeder folgende Strahl zweimal mehr im Innern reflectirt ist als der vorhergehende.

Die resultirende Amplitude ist demnach

$$A = ra - \varrho d\delta a - \varrho^3 d\delta a - \varrho^5 d\delta a - \ldots$$

oder da

$$\varrho = r, \quad d = \delta$$

$$A = ra \left\{1 - d^2\,(1 + r^2 + r^4 + \ldots)\right\}.$$

Die Reihe in der Klammer ist eine unendliche Reihe, die sehr rasch convergirt, da r ein nicht grosser echter Bruch ist. Die Reihe lässt sich demnach summiren, und wir wissen, dass ihre Summe Σ gleich ist

$$\Sigma = \frac{1}{1 - r^2}.$$

Demnach ist

$$A = ra\left(1 - d^2\,\frac{1}{1 - r^2}\right) = ra\,\frac{1 - r^2 - d^2}{1 - r^2}.$$

Nun ist aber

$$d^2 = 1 - r^2; \quad 1 - r^2 - d^2 = 1 - r^2 - 1 + r^2 = 0,$$

also

$$A = 0.$$

Die Resultirende sämmtlicher Strahlen ist also in der That vollständig Null, oder die dunklen Ringe sind vollständig dunkel.

Noch einen Umstand müssen wir bei der Betrachtung der Farben dünnner Blättchen erwähnen, den nämlich, dass sie eben nur bei dünnen Blättchen auftreten, dass die Newton'schen Ringe nur in begrenzter Anzahl sich zeigen, und dass in einiger Entfernung von der dunklen Mitte im reflectirten Lichte, auch bei Anwendung homogenen Lichtes, die Ringe verschwinden und einer gleichmässigen Beleuchtung Platz machen. Unser Ausdruck für die Lichtstärke

$$A^2 = 4ar\,.\,\sin^2\frac{\Delta\,.\cos r}{\lambda'}\,2\pi,$$

dagegen fordert die Periodicität der Erscheinung bei homogenem Lichte, welche Grösse auch Δ haben mag.

Der Grund dieser scheinbaren Abweichung der Erscheinung von den Forderungen der Undulationstheorie liegt darin, dass auch das homogenste Licht, welches wir zu derartigen Versuchen benutzen können, niemals aus Licht von nur einer Wellenlänge besteht; es besteht vielmehr aus Strahlen, deren Wellenlängen zwischen λ und $\lambda + d\lambda$ liegen, worin zwar der Werth von $d\lambda$ sehr klein aber niemals gleich 0 werden kann. Ist nun Δ gleich einem nur kleinen Vielfachen von $^1/_4\lambda$, so ist es auch zugleich noch ein Vielfaches von $^1/_4\,(\lambda + d\lambda)$. Die Strahlen gleicher Farbe werden sich also noch alle zugleich stärken und schwächen, wird aber $\Delta = m\,\frac{\lambda}{4}$, worin m einen grossen Werth hat, so erhält $m\,.\,\frac{d\lambda}{4}$ auch einen merklichen Werth und es wird die Dicke ein anderes Vielfaches von $\frac{\lambda + d\lambda}{4}$ sein oder

$$\Delta = m\,.\,\frac{\lambda}{4} = n\,\frac{(\lambda + d\lambda)}{4},$$

worin m eine andere Zahl ist als n. Dabei wird dann auch der Fall eintreten, dass, wenn m eine gerade Zahl ist, n eine ungerade Zahl wird, so dass die Strahlen von der Wellenlänge λ an der Stelle sich schwächen, die von der Wellenlänge $\lambda + d\lambda$ sich stärken; an neben liegenden Stellen wird das umgekehrte der Fall sein, es werden also an allen Stellen Strahlen das Maximum der Intensität haben, welche auf das Auge den gleichen Eindruck machen, deshalb müssen die hellen und dunklen Ringe aufhören. Dass bei Anwendung weissen Lichtes diese gleichmässige Beleuchtung noch früher eintreten muss, folgt daraus unmittelbar.

53 **Wredes Theorie der Absorption des Lichtes.** Eine interessante Anwendung der im vorigen Paragraphen entwickelten Sätze über die Interferenz der Strahlen in den durchgelassenen Ringen, ist die Theorie der Absorption des Lichtes, welche Baron Wrede aufgestellt hat[1]), besonders um die eigenthümlichen Absorptionserscheinungen aus der Undulationstheorie abzuleiten, welche Brewster beim untersalpetersauren Gase und beim Joddampfe beobachtet hat, und welche dieser für unvereinbar mit der Undulationstheorie hielt. Wrede geht dabei von der Hypothese aus, das Licht werde beim Durchgange durch die Körper in deren Innerm an den Atomen theilweise reflectirt, ehe es aus dem Körper austritt, in ganz ähnlicher Weise, wie an den beiden Grenzen der Schicht bei den Farben dünner Blättchen. Es entsteht somit im Innern eine unendliche Menge von Wellensystemen, und an jeder Stelle der zweiten Grenzfläche treten in der Richtung des austretenden Lichtes, eine unendliche Anzahl von Strahlen hervor. Die austretenden Strahlen sind aber verschiedener Phase. Denken wir uns z. B. um die Sache leicht zu übersehen, ein

[1]) Wrede. Poggend. Annal. Bd. XXXIII.

solcher Körper bestehe aus einer Anzahl von *n* Schichten parallel gelagerter Atome, und der Abstand dieser Schichten sei gleich *d*. Ein Lichtstrahl, welcher an der vordern Fläche unserer durchsichtigen Platte ankommt, wird dort zum Theil reflectirt, zum Theil dringt er in das Innere ein und pflanzt sich zur zweiten Schicht fort. Dort tritt eine zweite Theilung ein, ein Theil pflanzt sich zur dritten Schicht fort, ein Theil wird reflectirt, und kehrt zur ersten Schicht zurück, dort wieder zum Theil reflectirt pflanzt sich auch ein Theil dieses Strahles zur dritten Schicht fort. An dieser wird dann ein Theil des ersten Strahles reflectirt, ein Theil geht zur vierten Schicht; der reflectirte Antheil wird an der zweiten Schicht nochmals reflectirt und geht dann durch die dritte Schicht theilweise zur vierten Schicht. Man sieht, wenn wir so fortfahren, dass aus der untern Grenze des durchsichtigen Körpers zunächst ein Theil des einfallenden Lichtes austritt, der keine innere Reflexion erfahren hat. Ferner aber wird eine Gruppe von Strahlen austreten, welche im Innern zweimal reflectirt ist, da von dem an der zweiten und ersten Schicht, an der dritten und zweiten, an der vierten und dritten Schicht etc., zurück und dann wieder in der Richtung des durchgehenden Lichtes reflectirten Antheile wieder ein Theil die folgenden Schichten durchsetzt, ohne reflectirt zu werden. Die Strahlen dieses Antheiles haben einen Weg $2d$ mehr zurückgelegt als das direct durchgehende Licht. Zu diesen beiden Lichtmengen kommen dann noch eine unendliche Zahl anderer, welche noch mehr Reflexionen erfahren haben. Das zwischen den beiden ersten Schichten hin- und hergesandte Licht erfährt an der zweiten Schicht eine neue Theilung; ein Theil wird nochmals hin- und hergeworfen und dringt dann theilweise ohne weitere Reflexion durch die Platte hindurch, der andere Theil erfährt an der dritten Schicht eine neue Theilung, indem er partiell zur zweiten Schicht und dann wieder theilweise von dieser zurückgeworfen wird, und dann nach vielfachen weitern Theilungen zum Theil ohne neue Reflexion austritt. Aehnliche Strahlen entstehen in allen folgenden Schichten, dieselben sind viermal reflectirt und haben einen um $4d$ weitern Weg als das direct durchgehende Licht zurückgelegt.

Weiter entstehen Strahlen die nach

6facher	Reflexion	mit	einer	Wegedifferenz		$6d$
8 „	„	„	„	„		$8d$
$2n$ „	„	„	„	„		$2nd$

austreten.

Die Intensität dieser Wellensysteme nimmt mit den vielfachen Reflexionen ab, so dass die beiden ersten die hellsten sind. Die Reflexionen geschehen alle an den Atomschichten, sie sind somit alle gleichartig, es kann also durch diese keine Phasendifferenz oder nur eine Phasendifferenz von ganzen Wellenlängen entstehen, da nur solche Wellensysteme

austreten, welche 2, 4 . . $2n$ mal reflectirt sind, also, wenn durch die Reflexionen Verluste an Wellenlängen eintreten, immer eine gerade Anzahl von halben Wellenlängen verloren haben.

Die Phasendifferenzen, mit welchen die Lichtstrahlen austreten, sind daher gleich den Wegedifferenzen.

Betrachten wir nun zunächst die beiden ersten Wellensysteme, deren Wegedifferenz $2d$ ist, so sieht man, dass für alle Lichtstrahlen, deren Wellenlänge derart ist, dass

$$d = \frac{\lambda}{4};\ 3\frac{\lambda}{4};\ 5\frac{\lambda}{4} \dots .$$

die Phasendifferenz eine halbe Wellenlänge ist, da für diese

$$2d = \frac{\lambda}{2};\ 3\frac{\lambda}{2};\ 5\frac{\lambda}{2} \dots .$$

ist. Gleiches gilt für alle folgenden Systeme, denn das dritte und vierte, ebenso das fünfte und sechste haben eine Wegedifferenz $2d$. Für Lichtstrahlen von den angegebenen Wellenlängen schwächen sich also je zwei dieser Systeme am meisten, die resultirende Lichtstärke aller Systeme muss daher ein Minimum sein, das Licht dieser Wellenlängen wird absorbirt.

Ist dagegen für Lichtstrahlen anderer Art

$$d = 2\frac{\lambda}{4};\ 4\frac{\lambda}{4};\ 6\frac{\lambda}{4} \dots .$$

so ist die Phasendifferenz der beiden ersten Systeme

$$2d = 2\frac{\lambda}{2};\ 4\frac{\lambda}{2};\ 6\frac{\lambda}{2}$$

und ebenso aller Systeme eine gerade Anzahl von halben Wellenlängen. Alle Systeme von Lichtwellen dieser Arten verstärken sich somit, sie treten im Maximum der Intensität aus, sie werden nicht absorbirt.

Untersucht man nun die durch die Platte hindurchgegangenen Lichtmengen mittels des Prisma, so müssen in dem Spectrum derselben die Strahlen der ersten Arten fehlen.

Für das diffus zurückgeworfene Licht gelten natürlich ganz ähnliche Schlüsse, und man sieht, wie in demselben eben das Licht absorbirt sein muss, als im durchgegangenen, da hier nur solches Licht interferirt, welches 1, 3, 5, . . . $2n - 1$. mal an den Atomschichten reflectirt ist, und den Abstand d der Schichten entweder gar nicht oder zweimal oder viermal etc. durchlaufen hat.

Wrede hat nun in der That den Nachweis geliefert, dass bei passender Annahme der Entfernungen d sich die verschiedenen Absorptionserscheinungen, die natürlichen Farben der Körper, sowie die verschiedenen Grade der Durchsichtigkeit ableiten lassen. Er hat ferner gezeigt, dass die eigenthümlichsten Absorptionserscheinungen sich herleiten lassen, wenn man annimmt, dass zugleich Schichten in verschiedenen Abständen in den absorbirenden Mitteln vorhanden sind; so die dunklen Linien im

Jodgas durch die Annahme, dass in demselben Schichten vorhanden sind, deren Entfernungen d gleich der halben und andere, deren Abstände d' gleich der 75fachen Wellenlänge des rothen Lichtes sind. Das Spectrum des durch oxalsaures Chromoxyd-Kali hindurchgegangenen Lichtes wird ebenfalls durch 2 Gruppen von Schichten erklärt, deren Abstände sind $d = {}^1/_2\lambda_r$ und $d' = 5\lambda_r$.

Es gelang Wrede selbst auf künstlichem Wege seiner Theorie gemäss die eigenthümlichsten Absorptionserscheinungen herzustellen. Er bog ein dünnes Glimmerblatt so, dass es einen aufrecht stehenden Cylinder bildete, und liess das Licht einer Kerzenflamme von demselben reflectiren. Die feine im reflectirten Licht entstehende Lichtlinie untersuchte er mit dem Prisma. Ist die Dicke des Glimmerblättchens nicht kleiner als $0^{mm},025$, so erscheint das reflectirte Licht, welches die Summe des an der vordern und hintern Fläche reflectirten ist, weiss; mit dem Prisma untersucht zeigt es aber eine Reihe von schwarzen Streifen, die um so zahlreicher sind, je grösser d ist. Mit zwei Glimmerblättchen verschiedener Dicke, und indem er auf das zweite das vom ersten reflectirte Licht fallen liess, erzeugte er Spectra die den Brewster'schen des Jodgases ganz ähnlich waren.

So vollständig indess die Theorie des Baron Wrede die Erscheinungen der Absorption auch zu erklären scheint, eine Thatsache widerspricht ihr, wie Stokes[1]) und schon Rudberg[2]) bemerkte, auf das entschiedenste und gibt der Theorie von Stokes den Vorzug. Bei dem Durchgange des Lichtes durch einen durchsichtigen Körper wird alles Licht geschwächt, es geht in der That Licht verloren, es wird eine gewisse Quantität von Bewegung zurückgehalten. Das dürfte nach der Theorie von Wrede nicht der Fall sein. Denn durch Interferenz geht in der That niemals ein Antheil der Lichtbewegung verloren, durch diese tritt nur eine andere Vertheilung der Lichtintensitäten ein. Wird durch Interferenz die Bewegung des Aethers an einer Stelle geschwächt, so wird sie dafür an einer andern verstärkt, die lebendige Kraft der resultirenden Bewegung ist immer gleich derjenigen der Theilbewegungen. Es scheint daher berechtigt zu sein, die Theorie von Wrede gegenüber der Stokes'schen fallen zu lassen, besonders da diese, wie wir sahen, Stokes in den Stand setzte, die wichtigste neuere Entdeckung in der Optik, die Kirchhoff'schen Beobachtungen, vorauszusagen.

Es bleibt indess Wredes unleugbares Verdienst, zuerst die Möglichkeit gezeigt zu haben, jene räthselhaften Erscheinungen der Absorption in Gasen aus der Undulationstheorie zu erklären, in denen Brewster den unüberwindlichsten Einwurf gegen dieselbe erblickte.

---

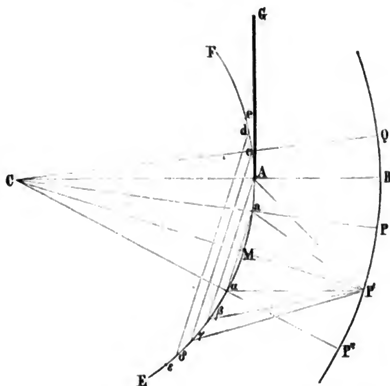
[1]) Stokes. Poggend. Annal. Ergänzungsband IV.

[2]) Ebendort Anmerkung v. Poggendorff zu Stokes Einwürfen gegen Wrede.

54 **Beugung des Lichtes**[1]). Bei der Darstellung der Principien der Wellenbewegung haben wir den Nachweis geliefert, dass bei ungestörter Ausbreitung eine Wellenbewegung in einem isotropen Punktsystem sich auf den Radien einer Kugel fortpflanzen muss, deren Mittelpunkt der Ursprung der Wellenbewegung ist. Die geradlinige Ausbreitung hat ihren Grund darin, dass die von den verschiedensten Punkten einer Welle nach dem Huyghen'schen Princip zu einem ausserhalb derselben liegenden Punkte sich fortpflanzenden Wellenbewegungen durch Interferenz sich so aufheben, dass nur die Bewegung übrig bleibt, welche von dem Elemente der ursprünglichen Welle ausgeht, das auf dem Radius liegt, der den Mittelpunkt der Welle mit dem ausserhalb liegenden Punkte verbindet.

Ist C (Fig. 88) der Mittelpunkt einer Welle FAE, so ist die Bewegung in den Punkten P, P', P'', einer abgeleiteten Welle überall gleichmässig so, als hätte sich die Bewegung in der Richtung CAB, CaP, CMP' .. von FAE aus zur abgeleiteten Welle fortgepflanzt, als wäre nur von dem

Fig. 88.



unmittelbar um A liegenden Elemente der primären Welle Bewegung nach B, P . . übertragen.

Denn denken wir uns die primäre Welle z. B. von einem Punkte M aus in einzelne Zonen zerlegt, so dass die von dem Zonenrande aa

[1]) Fresnel. Mémoire sur la Diffraction de la lumière. Mémoires de l'Acad. franç. Tome V. Poggend. Annal. Bd. XXX.

nach P' gezogenen Geraden um eine halbe Wellenlänge grösser sind als MP', und ebenso dass

$$\beta P' \text{ oder } AP' = \alpha P + \frac{1}{2}\lambda$$

und weiter $\gamma P'$ oder cP' gleich $\beta P' + \frac{1}{2}\lambda$ ist u. s. f., so haben alle Elementarwellen, welche von einer Zone $\alpha\beta$ nach P' gelangen, eine Phasendifferenz von einer halben Wellenlänge gegen die Wellen der vorhergehenden Zone aa und der nachfolgenden Zone $\beta\gamma Ac$. Da nun die Grösse der Zone $\alpha\beta aA$ gleich ist der halben Summe der Zone aa und $\beta\gamma Ac$, somit von ihr halb soviel Wellen nach P' gelangen als von jenen beiden zusammen, so wird die von dieser Zone nach P gelangende Wellenbewegung zerstört durch die halbe Summe der von aa und von $\beta\gamma Ac$ nach P' gelangenden Wellen. Gleiches gilt von allen übrigen weiter von M entfernten Zonen; so werden vernichtet die Bewegungen, welche ausgehen:

von $\alpha\beta aA$ durch die halbe Summe derjenigen von aa und $\beta\gamma Ac$
$\gamma\delta cd$ „ „ „ „ „ „ $\beta\gamma Ac$ und $\delta\varepsilon de$

und so, wenn die Welle unbegrenzt ist bis ins Unendliche fort, so dass nur die von der halben um M liegenden Zone aa nach P' gelangende Bewegung in der That übrig bleibt.

Damit also die Bewegung sich geradlinig fortpflanze, ist nöthig, dass dieselbe sich ungestört fortpflanze, denn nur dann treten diese Interferenzen auf. Wird aber die Fortpflanzung der Welle gestört, wird ein Theil durch einen vorgestellten, für die Wellenbewegung undurchdringlichen Schirm AG aufgehalten, so muss auch in der Bewegung der abgeleiteten Welle eine Störung eintreten, die Bewegung der Punkte B, P, P', . . zu denen sich der eine Theil der Welle ungestört ausbreiten kann, muss eine andere werden, als wenn die ganze Welle sich ungehindert ausbreiten kann.

Betrachten wir z. B. die Bewegung des Punktes P'. Dadurch, dass der Schirm AG ungefähr die Hälften aller Zonen von der dritten $\beta\gamma Ac$ an gerechnet auffängt, wird bewirkt, dass die Bewegung, welche von der Zone $\alpha\beta aA$ ausgeht, nicht zur Hälfte von der folgenden Zone geschwächt wird, während die Bewegung der folgenden, alle nahe zur Hälfte fortgenommenen Zonen gerade so sich aufhebt wie früher. Der übrigbleibende Theil der zweiten Zone wird daher mehr als die halbe Zone aa compensiren, oder die Bewegung P' muss schwächer sein wie vorhin. Beschränken wir zur deutlichern Uebersicht unsere Deduction auf den in der Abbildung gezeichneten Durchschnitt durch die Wellen, so sieht man die Bewegung, welche ausgeht von den Bögen

$\alpha\beta$ wird vernichtet durch die halbe Summe $M\alpha + \beta\gamma$
$\gamma\delta$ „ „ „ „ „ „ $\beta\gamma + \delta\varepsilon$

und so nach dieser Seite ins Unendliche fort. Dagegen wird von dem Bogen aA kein Theil durch einen folgenden compensirt, da von A an

die Welle an der Fortpflanzung gehindert wird. Jede von aA nach P' gelangende Wellenbewegung hat aber gegen die von Ma dorthin kommenden Bewegungen die Phasendifferenz einer halben Wellenlänge. Da nun die Bögen Ma und aA merklich gleiche Grösse haben, so hebt sich die Wirkung der Bögen Ma und aA auf P' ganz auf. Während also bei ungehinderter Verbreitung der Wellen die Bewegung in P' durch die Hälfte der von $a\alpha$ ausgehenden Bewegung bestimmt ist, wird sie jetzt nur durch die Hälfte von $M\alpha$ oder $\frac{1}{4}a\alpha$ erregt, sie muss also schwächer sein als bei ungestörter Ausbreitung. Anders verhält es sich bei P, welches auf dem Radius Ca liegt.

Haben jetzt die Punkte A, c, d; M, α, β die Lage, dass

$$AP - aP = cP - AP = MP - aP = \alpha P - MP \ldots\ldots = \frac{1}{2}\lambda$$

ist, so sind jetzt nach der einen Seite von a alle Zonen ausser der ersten fortgenommen. An der untern Seite von a interferiren die von den verschiedenen Bögen ausgehenden Bewegungen gerade wie bei ungestörter Verbreitung der Wellen, es bleibt also in P die Hälfte der von aM ausgehenden Bewegung. Die von dem Bogen aA ausgehende Bewegung wird, da von A an die ganze Welle aufgefangen ist, gar nicht gestört, dieselbe erregt den Punkt P vollständig. In diesem Falle wird also die Bewegung des Punktes P durch $aA + \frac{1}{2}aM$ oder $\frac{3}{4}MA$ veranlasst, sie ist stärker als bei P' und auch stärker als wenn die Welle sich ungestört verbreitet hätte.

Nach P'' gelangt, wie man auf ähnliche Weise findet, bei ungehinderter Ausbreitung der Welle nur Bewegung von $\frac{1}{2}M\beta$, nach Vorsetzung des Schirmes AG aber von

$$\frac{1}{2}M\beta + \frac{1}{2}\alpha A$$

und da die von αA ausgehenden Wellen mit den von $M\beta$ ausgehenden eine Phasendifferenz von einer ganzen Wellenlänge haben, so wird die Bewegung in P'' wieder stärker sein, als wenn der Schirm nicht da wäre.

Bei weiterer Ausführung findet man allgemein, dass von B an die Bewegungen auf der abgeleiteten Welle bald stärker bald schwächer werden, dass sie von B an gerechnet erst wachsen bis zu einem Maximum, dann abnehmen bis zu einem Minimum bei P', wieder wachsen bis zu einem Maximum u. s. f. Die Maxima werden aber schwächer, je weiter man sich von B entfernt, weil die Neigungen der verstärkenden gegen die directen Strahlen immer stärker werden. In einem gewissen Abstande von B hören sie daher auf, bemerkbar zu sein.

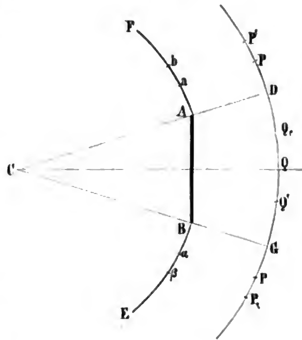
Auch auf der andern Seite von B, z. B. bei Q, wohin nach Vorsetzung des Schirmes direct keine Bewegung sich fortpflanzt, gelangt von dem unterhalb A liegenden Theile der Welle Bewegung, welche jetzt nicht durch Interferenz vernichtet wird, wie es der Fall sein würde, wenn der Schirm AG nicht vorgestellt wäre. Diese Bewegung zeigt

jedoch keine Maxima und Minima, sondern von *B* an eine stetige Abnahme.

Man sieht leicht, dass von dem halben Bogen *Aa*, der jedoch für die verschiedenen Punkte *Q* verschiedene Werthe hat, Bewegung dorthin gelangt, welche immer schwächer wird, weil die Neigung der Strahlen immer stärker wird.

Anders verhält sich jedoch die Bewegung hinter dem Schirme, wenn derselbe nur schmal ist und so nur einen schmalen Theil aus der primären Welle ausschneidet, also an beiden Seiten Bewegung fortgepflanzt wird. Ist *AB* ein solcher Schirm, der aus der Welle *FABE* ein Stück fortnimmt, so wird die Bewegung in *G*, *P*, $P_{,}$, ferner in *D*, *P*, *P'*, also ausserhalb des Raumes für welchen der Schirm *AB* die direct fortgepflanzte Bewegung fortnimmt, dieselbe sein wie in dem vorigen Falle. In den Raum *DG* gelangen aber jetzt Bewegungen von der halben Zone *Aa*, welche eine von *D* nach *G* abnehmende Bewegung hervorbringt, und von der halben Zone *Bα*, welche eine von *G* nach *D* abnehmende Bewegung erzeugt. Die Bewegung irgend eines Punktes *Q'* hinter dem Schirme muss daher die Resultirende aus diesen beiden dorthingelangenden Bewegungen sein. Da nun die Phase der von den beiden Bogen ausgehenden Bewegung dieselbe und zwar nahezu eines von ihrer Mitte ausgehenden Strahles sein wird, so hängt die Resultirende aus beiden nur ab von der Wegedifferenz, mit welcher die Bewegungen zusammentreffen. In der Mitte des Raumes *Q* haben beide gleiche Strecken zurückgelegt, dort werden sich daher die Bewegungen stets summiren. Von der Mitte an nach beiden Seiten nehmen die Wege verschiedene Werthe an, und in einem gewissen Abstande bei *Q'* oder $Q_{,}$ wird die Differenz derselben gerade eine halbe Wellenlänge sein, die Bewegung wird ein Minimum sein.

Fig. 89.

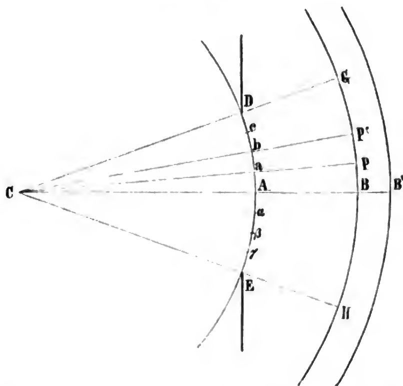


Bei andern Punkten wird die Wegedifferenz gleich λ, $^3/_2\lambda$, 2λ etc. sein; dort muss sich also die Bewegung abwechselnd stärken oder schwächen. Im Innern des Raumes, für welchen der Schirm *AB* die directe Bewegung aufhält, muss demnach die Bewegung von der Mitte *Q* an abwechselnd ein Minimum und ein Maximum werden.

Noch ein dritter Fall der Störung ist möglich, der nämlich, dass wir nicht nur vor die eine Hälfte der primären Welle einen Schirm *AG* setzen, sondern auch vor die andere und zwischen den Schirmen nur einem kleinen Theile der Welle den Durchgang gestatten. In diesem Falle müssen ebenfalls in dem Raume, welcher direct Bewegung erhält und in denen, für welche die directe Bewegung durch die Schirme fortgenommen wird, Maxima und Minima auftreten, die Gruppirung derselben ist aber verwickelter als in dem vorigen Falle.

Die Mitte *B* Fig. 90 des Raumes, welcher directe Bewegung erhält, kann je nach ihrem Abstande von *DE* ein Maximum oder Minimum der Bewegung zeigen, und dem entsprechend können daneben erst Mi-

Fig. 90.



nima dann Maxima, oder umgekehrt erst Maxima dann Minima auftreten. Ist die durch *DE* dringende Welle in Bezug auf *B* wie früher getheilt, und sind bei dieser Theilung $2n$ Zonen (in der Zeichnung 4) entstanden, so wird die zweite von der halben ersten und halben dritten, die 4. aber von dem Reste der dritten nur ungefähr zur Hälfte aufgehoben. Nun ist die Phasendifferenz der ersten und vierten Zone in *B* $^3/_2\,\lambda$, die Bewegung in *B* also die Differenz der von der ersten und der vierten Zone nach *B* gelangenden Bewegung; dieselbe ist also ein Minimum. Für *P* findet man dann nach beiden Seiten, dass die Bewegung ein Maximum wird, bei *P'* wieder ein Minimum und so über *G* und *H* hinaus mit allmählicher Abnahme der Lichtstärke und der Unterschiede zwischen Minimis und Maximis.

Für weiter von *A* entfernte Punkte *B'* stellt sich die Sache anders.

Je weiter B' rückt, um so weiter rücken auf DE die Punkte α, a; β, b; . . auseinander, für welche die Wegedifferenz $aB' - AB' = bB' - aB'$ gleich einer halben Wellenlänge wird. Es werden daher bei einer Theilung der Welle DE in der vorhin angewandten Weise für B' weniger Zonen entstehen. Es seien für B' gerade $2n - 1$, in unserer Zeichnung also 3 Zonen. Dann würde die Wirkung der 2, 4, 6 durch die halbe Summe der ersten und dritten, dritten und fünften, fünften und siebenten vernichtet, also die halbe erste und halbe $(2n - 1)$ übrig bleiben. Die Phasendifferenz beider ist in B' eine gerade Anzahl halber Wellenlängen, die resultirende Bewegung also die Summe der von beiden Zonen ausgehenden Bewegungen. In B' entsteht also ein Maximum der Bewegung, daneben dann ein Minimum, weiter ein Maximum u. s. f.

In der Entfernung AB' haben also gegen AB die Maxima und Minima ihre Stellen vertauscht; die Lage der Maxima und Minima hängt also wesentlich ab von der Entfernung AB des betrachteten Punktes von der Oeffnung. Sie hängt aber noch in einer andern Weise davon ab, denn überdies werden auch die Entfernungen der Maxima und Minima von einander andere. Letzteres findet auch in den frühern beiden Fällen statt, und eine genauere mathematische Betrachtung, welche die Lage der einzelnen Maxima und Minima kennen lehrt, zeigt, dass dieselben in verschiedenen Entfernungen von dem aufhaltenden Schirme auf Hyperbeln liegen müssen.

Fresnel'sche Beugungserscheinungen. Wenden wir die vorigen 55
Betrachtungen auf das Licht an, so fordert die Undulationstheorie, dass an den Rändern des Schattens eines in einen Lichtkegel gestellten Schirmes Aenderungen der Beleuchtung sich zeigen müssen und zwar abwechselnde Maxima und Minima der Helligkeit, es müssen bei Anwendung homogenen Lichtes helle und dunkle Streifen parallel dem Rande des geometrischen Schattens auftreten. Denn unsere Deduction, welche wir nur auf einen Horizontaldurchschnitt durch die Welle beschränkten, gilt ebenso für alle ähnlichen Durchschnitte, und die in dem betrachteten Falle auftretenden hellen und dunklen Stellen müssen sich zu hellen und dunklen Streifen zusammenfügen, welche der Begrenzung des schattengebenden Körpers parallel sind.

Diese Erscheinungen lassen sich leicht beobachten; zuerst wurden sie beobachtet von dem Pater Grimaldi[1]) zu Bologna, er fand, dass, wenn ein schmaler undurchsichtiger Körper in den Lichtkegel gestellt wurde, welchen man durch eine sehr kleine Oeffnung in ein finsteres Zimmer treten liess, sein Schatten bedeutend grösser war als seine geometrische Projection, so dass das Licht eine Abweichung von seinem

[1]) Grimaldi. Physico Mathesis de Lumine. Bologna 1665.

geradlinigen Laufe erlitt, wenn es am Rande des Körpers vorbeiging. Bei genauerer Untersuchung fand er, dass der Schatten von drei regenbogenfarbigen Fransen eingefasst war, welche dem Rande des Schattens parallel und von denen die dem Schatten zunächst liegenden am hellsten und breitesten waren.

Die ausführlichsten Untersuchungen verdanken wir dem französischen Physiker Fresnel[1]), der in einer musterhaften theoretischen Untersuchung die Lage der einzelnen Maxima und Minima der Lichtstärke für Licht verschiedener Wellenlänge berechnete und durch genaue Messungen die vollkommene Uebereinstimmung der Theorie und Erfahrung nachwies.

Um die Erscheinungen zu erhalten, leitet man mittels des Heliostaten in ein dunkles Zimmer ein Bündel Sonnenstrahlen und stellt in dieses eine Linse kurzer Brennweite, um in dem kleinen im Brennpunkte der Linse gebildeten Sonnenbildchen einen leuchtenden Punkt zu erhalten. In den von diesem ausgehenden Lichtkegel stellt man dann in einiger Entfernung, etwa 2 Meter, einen weissen Schirm, auf dem dann eine runde beleuchtete Fläche entsteht. Bringt man dann zwischen den Lichtpunkt und den Schirm, etwa in die Mitte, einen undurchsichtigen Körper, der vielleicht die Hälfte der beleuchteten Fläche verdunkelt, so sieht man der Grenze des Schattens parallel, also wenn diese Grenze eine verticale Linie ist, eine Anzahl verticaler farbiger Streifen, deren Färbung derjenigen der Newton'schen Ringe analog ist. Wenn man durch ein vorgehaltenes möglichst homogenes Glas das Licht färbt, so werden die Streifen einfach hell und dunkel; der Abstand der hellen und dunklen Streifen ändert sich aber je nach der Farbe des vorgehaltenen Glases, er ist am grössten, wenn das Glas roth, am kleinsten, wenn es violett ist. Die Farben im weissen Licht rühren also daher, dass die Maxima und Minima der verschiedenen Farben an verschiedenen Stellen auftreten. Das dem Schatten am nächsten liegende Maximum ist das des violetten Lichtes, das am weitesten entfernte das des rothen; die Streifen sind daher an dem dem Schatten zugewandten Rande violett oder blau, an dem abgewandten roth gesäumt.

Innerhalb des Schattens nimmt man keine Streifen wahr, man erkennt jedoch, dass er nicht lichtlos ist, sondern dass auch in den Schatten Licht hineingebeugt ist, welches sehr rasch an Intensität abnimmt, wenn man sich von dem Rande des Schattens nach dem Innern entfernt.

Um eine genauere Einsicht in die Erscheinung zu geben, folgt hier eine Reihe von Fresnels Messungen der dunklen Streifen, bei Anwen-

---

[1]) Fresnel. Mémoire sur la diffraction de la lumière. Mémoires de l'Académ. franç. Tome V. Poggend. Ann. Bd. XXX.

dung eines rothen Lichtes, dessen Wellenlänge nach dem Versuche mit zwei geneigten Spiegeln gleich $0^{mm},000638$ war, zugleich mit den Werthen, welche die Rechnung nach einer weitern Ausführung der im vorigen angedeuteten Theorie ergab.

Die Messungsmethode war der im §. 50 beschriebenen gleich. Es fand sich:

Abstand des schattenwerfenden Körpers vom		Ordnung des dunklen Streifens.	Abstand des dunklen Streifens vom Rande des geometr. Schattens.		Unterschied zwischen Beobachtung und Rechnung.
leuchtenden Punkte.	Schirme.		Beobachtet.	Berechnet.	
Meter.	Meter.		Millimeter.	Millimeter.	
		1	0,92	0,92	0,00
		2	1,35	1,34	— 0,01
	0,502	3	1,68	1,66	— 0,02
		4	1,93	1,93	0,00
		5	2,15	2,16	+ 0,01
		1	1,49	1,49	0,00
		2	2,18	2,18	0,00
1,011	0,996	3	2,70	2,69	— 0,01
		4	3,12	3,13	+ 0,01
		5	3,51	3,51	0,00
		1	2,59	2,59	0,00
		2	3,79	3,79	0,00
	2,010	3	4,68	4,69	+ 0,01
		4	5,45	5,45	0,00
		5	6,10	6,11	+ 0,01

Der erste dunkle Streifen entspricht dem Punkte *P'* Fig. 88. Man sieht, mit welcher Genauigkeit Rechnung und Beobachtung einander entsprechen.

Ebenso genaue Uebereinstimmung zwischen Theorie und Erfahrung zeigt sich bei den Fresnel'schen Messungen der Beugungserscheinungen der zweiten Art. Wendet man anstatt des Schirmes in dem vorigen Versuche einen dünnen geraden Draht an, den man vertical und der Schirmebene parallel hält, so sieht man auf dem Schirme ausser den Streifen am Rande des Schattens auch deren im Innern desselben. In der Mitte des Schattens erscheint immer ein scharfbegrenzter heller Streifen, an seinen beiden Seiten zwei dunkle, dann wieder helle; und es gelingt leicht, an jeder Seite des mittlern hellen Streifens mit homogenem Lichte noch zwei helle Streifen zu erhalten. Der schattenwer-

fende Körper muss recht dünn genommen werden, wegen der grossen Kleinheit der Lichtwellen.

Ein eigenthümlicher Fall dieser Beugungserscheinungen ist der, dass man als schattengebenden Körper einen kleinen kreisrunden Schirm anwendet. Die Helligkeit in der Mitte des Schattens muss dann genau dieselbe sein, als wenn das Licht ganz ohne Schirm dorthin gelangt sei. Man übersieht das leicht mit Hülfe der Entwicklungen des vorigen Paragraphen. Wir sahen, dass die an den Schirm grenzende letzte halbe Zone Licht in den Schatten sendet; bei einem kreisrunden Schirme, der aus der kugelförmigen Lichtwelle ein Stück herausschneidet, sendet nun in der That diese halbe Zone ihr Licht vollständig in den Schatten. Die Grösse der Zonen bei der von uns angenommenen Theilung der Welle ist nun merklich gleich, also die Grösse dieser halben gleich derjenigen der halben Centralzone, welche ohne Schirm die Mitte des Schattens beleuchten würde. Ist nun der Schirm klein genug, so dass die Neigung der Strahlen nicht zu gross ist, dann muss die Mitte des Schattens ebensoviel Licht erhalten, als wenn der Schirm nicht da wäre. Um den Versuch anzustellen, klebt man ein konisch zugedrehtes Metallscheibchen mit ein wenig Wachs auf eine von genau parallelen Wänden begrenzte ebene Platte ganz reinen streifenlosen Glases und stellt dasselbe anstatt des Drahtes in den erwähnten Lichtkegel.

Um die Beugungserscheinungen durch eine enge Oeffnung zu erhalten, ersetzt man den Draht bei den vorigen Versuchen durch eine enge Spalte. Man kann sich dieselbe, um den Einfluss der Weite der Oeffnung zugleich kennen zu lernen, leicht aus zwei Metallstreifen herstellen, die man auf einem Stativ verschiebbar so neben einander befestigt, dass zwischen ihnen nur eine schmale Spalte bleibt. Um überhaupt nur die Erscheinungen wahrzunehmen, genügt es, auf eine Glasplatte ein Staniolblättchen zu kleben und in dieses mit einem Messer oder einer Nadel einen Spalt zu ritzen. Man sieht dann bei Anwendung homogenen Lichtes eine Anzahl heller und dunkler, bei Anwendung weissen dagegen eine Anzahl farbiger Streifen in dem Raume, welcher durch den Spalt Licht erhält, und an beiden Seiten in dem Schatten der Schirme. Bei einer vorsichtigen Aenderung des Abstandes von Schirm und Spalte kann man sich von der Umkehr der Maxima und Minima überzeugen. So fand Fresnel bei einer Breite der Spaltöffnung von $1^{mm},5$ und einem Abstande derselben von der Lichtquelle von $2^{m},010$ die Mitte hell, wenn der Schirm $0^{m},492$ von der Spaltöffnung entfernt war und das erste Minimum in einem Abstande von $0^{mm},42$ von der Mitte. Dagegen war die Mitte dunkel als der Schirm $0^{m},276$ von der Spaltöffnung entfernt war. Die Wellenlänge des zu diesen Versuchen angewandten Lichtes war wie bei den frühern $0^{mm},000638$.

Bei diesen Versuchen ist die Benutzung einer kleinen kreisförmigen

Oeffnung ebenso interessant als die eines kreisförmigen Schirmes in dem vorigen.

Ein Punkt B (Fig. 90), der so vor der Mitte der Oeffnung liegt, dass die in Bezug auf ihn vorgenommene Theilung der durch die kreisförmige Oeffnung dringenden Welle in Zonen, deren Randstrahlen in B die Phasendifferenz einer halben Wellenlänge haben, eine ungerade Anzahl von Zonen ergibt, erhält Licht von der halben Centralzone und der halben Randzone. Die Strahlen haben eine Phasendifferenz einer geraden Anzahl halber Wellenlängen; die resultirende Amplitude in B ist daher, wenn die Neigung der Randstrahlen nicht zu gross ist, die doppelte, die Lichtstärke also die vierfache, als wenn das Licht durch eine unbegrenzte Oeffnung zu B gedrungen wäre. Ein näherer oder entfernterer Punkt B' ist aber ganz dunkel, denn eine in Bezug auf ihn vorgenommene Theilung der Welle ergibt dann eine gerade Anzahl von Zonen, die von der halben centralen und halben Randzone nach B' gelangenden Strahlen haben eine Phasendifferenz von einer ungeraden Anzahl halber Wellenlängen, sie vernichten sich.

Bei Anwendung des mehrerwähnten rothen Lichtes fand nun Fresnel in der That in den letztern Abständen den Mittelpunkt der kreisrunden Oeffnung wie einen Tintenfleck aussehend in erstern dagegen sehr hell. Bei Anwendung nicht homogenen Lichtes dagegen war die Mitte anstatt hell und dunkel nach und nach verschieden gefärbt, wie es auch der Fall sein muss, da die Maxima und Minima der verschiedenen Farben in verschiedenen Entfernungen liegen.

Fraunhofers Beugungserscheinungen. Eine andere Methode zur 56
Beobachtung der Beugungserscheinungen wurde von Fraunhofer angewandt, welche scheinbar complicirter ist, deren Resultate aber viel einfacher theoretisch bestimmt werden können als die der Fresnel'schen Beugungserscheinungen, und welche überdies, da bei ihnen fast nur Winkelmessungen vorkommen, viel leichter genau messend verfolgt werden können. Fraunhofer[1]) untersuchte hauptsächlich die Beugungserscheinungen durch enge Oeffnungen, indem er dieselben vor das Objectiv eines Fernrohrs befestigte, welches auf einen entfernten leuchtenden Punkt eingestellt war.

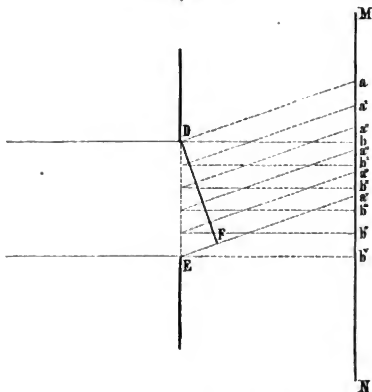
Der Unterschied dieser beiden Methoden wird leicht aus folgendem klar sein. Ist DE der Durchschnitt durch eine enge Oeffnung z. B. einen schmalen Spalt und kommt zu demselben eine Lichtwelle, die wir der Einfachheit wegen als eben voraussetzen wollen, so erhält man nach der Fresnel'schen Methode auf einem der Oeffnung gegenüber gestellten

---

[1]) Fraunhofer. Neue Modificationen des Lichtes in den Denkschriften der Münchner Academie Bd. VIII.

Schirme in jedem Punkte die Resultirende aller Lichtwellen, welche von allen Punkten der die Oeffnung treffenden Lichtwelle nach dem betrachteten Punkte hin convergiren. Gehen wir daher von dem vor der

Fig. 91.



Mitte der Oeffnung liegenden Punkte nach den beiden Seiten, so wird die Beleuchtung eines bestimmten Punktes nicht allein von seinem Abstande von der Mitte abhängen, sondern auch von der Entfernung des Schirmes von der Oeffnung. Rückt der Schirm nun immer weiter von der Oeffnung weg, so werden die an einer bestimmten Stelle des Schirmes sich schneidenden Strahlen immer weniger convergent sein müssen, und ist schliesslich der Schirm in unendliche Entfernung gerückt, so werden die an einer Stelle zusammentreffenden Strahlen alle parallel sein, da die convergirenden Strahlen sich alle in endlicher Entfernung vor dem Schirme schneiden. In unendlicher Entfernung von der Oeffnung würde daher die Beleuchtung einer Stelle des Schirmes die resultirende der parallel nach dieser Richtung hin gebeugten Strahlen Da, Ea^{v} oder Db, Eb^{v} sein.

Was nun eine Entfernung des Schirmes ins Unendliche bewirken würde, das leistet bei der Fraunhofer'schen Methode die Vorsetzung der Spaltöffnung vor das Objectiv eines Fernrohrs. Wie wir sahen, werden alle unter einander parallel auf eine Linse auftreffenden Strahlen gleicher Brechbarkeit hinter der Linse genau in einem Punkte vereinigt, welcher auf der mit der Richtung des einfallenden Lichtes parallelen Haupt- oder Nebenaxe der Linse liegt. Es werden daher in den einzelnen hinter

der Linse liegenden Vereinigungspunkten nur die einander parallelen Strahlen zusammenwirken; es wird in der Brennweite des Objectivs ein reelles Beugungsbild entstehen, dessen auf der Hauptaxe liegender Punkt durch die der Hauptaxe, dessen auf den verschiedenen Nebenaxen liegenden Punkte durch das Zusammenwirken der den einzelnen Nebenaxen parallel gebeugten Strahlen erzeugt werden. Dieses im Focus des Objectives erzeugte Beugungsbild ist daher auch unabhängig von dem Abstande der beugenden Oeffnung von dem Objectiv des Fernrohrs, da der Ort, wo die von dem Objectiv aufgenommenen Strahlen vereinigt werden, nur von dem Winkel abhängt, den diese Strahlen mit der Axe des Objectives bilden, welches auch der Abstand der beugenden Oeffnung sei. Auf einer bestimmten Nebenaxe des Objectivs tritt nur die resultirende Beleuchtung sämmtlicher parallel dieser Axe gebeugter Strahlen auf.

Um die Beugungserscheinungen nach der Fraunhofer'schen Methode zu beobachten, stellt man das Fernrohr auf den von der convexen Seite eines innen geschwärzten Uhrglases oder eines glänzenden metallischen Knopfes im Sonnenlicht erzeugten Lichtpunkt, wenn man die Beugungserscheinungen kleiner rechteckiger oder parallelogrammatischer Oeffnungen beobachten will, oder auf die von einer innen geschwärzten Röhre im Sonnenlichte erzeugte Lichtlinie ein, wenn man die Beugungserscheinungen durch einen Spalt beobachten will. Die beugende Oeffnung, die man in den meisten Fällen leicht aus Staniol herstellen kann, wird dann in einen passenden Holzring gefasst, und so vor dem Objectiv des Fernrohrs befestigt. Will man messende Versuche machen, so wendet man das Fernrohr eines Theodolithen an, da wie erwähnt bei dieser Beobachtungsmethode nur Winkel zu messen sind.

Die nach dieser Methode beobachteten Beugungserscheinungen zeichnen sich durch besondere Schönheit und Regelmässigkeit vor den Fresnel'schen aus; je nach der Gestalt der Oeffnung zeigen sie die mannigfachsten Gestalten. Eine vollständige Beschreibung und Entwicklung derselben ist hier nicht möglich; wir verweisen deshalb auf das klassische Werk von Schwerd[1]), in welchem die durch eine grosse Zahl von Oeffnungen bewirkten Beugungserscheinungen beschrieben und abgebildet und aus der Undulationstheorie entwickelt sind. Wir müssen uns hier darauf beschränken, einen einfachen Fall etwas vollständiger abzuleiten, die Erscheinungen durch einen engen Spalt.

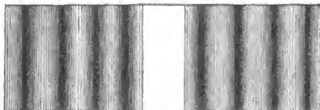
Befestigt man vor dem Objective des Fernrohrs einen engen Spalt, und färbt das Licht, ehe es den Spalt trifft, homogen, so erhält man als Beugungsbild eine Anzahl heller und dunkler Streifen (Fig. 92).

---

[1]) Schwerd. Die Beugungserscheinungen. Mannheim 1835.

Sind die einfallenden Lichtstrahlen senkrecht zur beugenden Ebene, und ist die Fernrohraxe denselben parallel, so sieht man zunächst in der Mitte ein breites helles Feld, welches nach beiden Seiten hin allmählich dunkler wird und in einem gewissen, an beiden Seiten ganz gleichen Abstande einem ganz dunklen Streifen Platz macht. Auf den dunklen Streifen folgen an beiden Seiten wieder helle Felder, welche jedoch nur halb so breit und viel weniger hell sind als das mittlere Feld. Auf die hellen Felder folgen wieder dunkle Streifen und auf diese wieder helle Felder, welche den vorigen an Breite gleich, an Helligkeit aber viel geringer sind. Dann folgen wieder dunkle Streifen, helle Felder u. s. f.

Fig. 92.

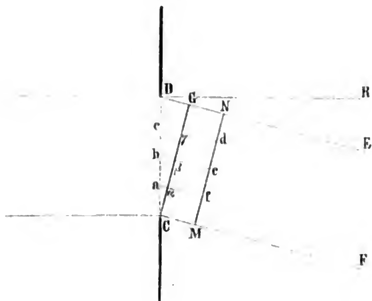


Die Breite der hellen Felder und ihre Abstände ändern sich mit der Wellenlänge des einfallenden Lichtes, und zwar sind die Breiten sowohl wie die Abstände der Felder von einander den Wellenlängen des angewandten Lichtes proportional. Für rothes Licht sind dieselben am grössten, für violettes Licht am kleinsten. Wendet man daher bei dem Versuche anstatt einfarbigen Lichtes weisses Licht an, so erscheinen anstatt der hellen und dunklen Streifen farbige Spectralstreifen, deren violettes Ende der Mitte zugekehrt ist, deren Farbenfolge denen der Newtonschen Ringe im reflectirten Lichte gleich ist.

Aendern wir die Breite der Spaltöffnung, so ändert sich ebenfalls die Breite des Beugungsbildes; die Felder werden breiter und ihre Abstände grösser in demselben Verhältnisse als die Spaltöffnung schmaler wird, zugleich aber wird die ganze Erscheinung lichtschwächer.

Um diese Erscheinungen aus der Undulationstheorie abzuleiten, bedarf es nur einer Bestimmung der Phasendifferenz, mit welcher die nach einer Richtung *DE* (Fig. 93) gebeugten Strahlen in eine zur Richtung der gebeugten Strahlen senkrechte Ebene *MN* eintreten. Denn von da an pflanzen sich die gebeugten Lichtstrahlen als ein paralleles Strahlenbündel mit constanter Phasendifferenz fort. Und da alle Strahlen bei dem

Fig. 93.



Durchgange durch das Objectiv dieselben Einflüsse erfahren, so interferiren sie mit der Phasendifferenz, welche sie in dieser Wellenebene besitzen. Wir werden daher die resultirende Intensität der nach der Richtung *DE* gebeugten Strahlen erhalten, wenn wir die Resultirende sämmtlicher zugleich in die Ebene *MN* eintretenden Strahlen bestimmen, wenn sie alle zugleich dieselbe Stelle beleuchten würden.

Theilen wir nun, um diese Resultirende zu erhalten, die einfallende Wellenebene in eine Anzahl Streifen parallel der Längsausdehnung der Spaltöffnung, deren Durchschnitte durch die Ebene der Zeichnung *Ca*, *ab*, *bc*, *cD* sind, so dass die Wegeunterschiede der von den Rändern dieser Streifen in die Wellenebene des gebeugten Lichtes gezogenen Strahlen *CM*, *af*, *bc*, *cd*, *DN* jedesmal eine halbe Wellenlänge betragen, so werden diese Streifen eine ganz gleiche Breite haben, jeder also dieselbe Anzahl von Lichtstrahlen in die Wellenebene *MN* senden. Denn legen wir durch *C* die Ebene *CG* parallel zu *MN*, so wird wegen Aehnlichkeit der Dreiecke

$$bC : aC = b\beta : a\alpha.$$

Nun ist aber nach unserer Theilung

$$b\beta = 2a\alpha,$$

demnach auch

$$bC = 2aC; \quad ba = aC$$

und ebenso für alle übrigen Streifen.

Jeder Strahl des ersten Streifens hat daher in dem zunächst folgenden einen ihm entsprechenden, und zwar da der erste Strahl des zweiten Streifens gegen den entsprechenden des ersten eine Phasendifferenz von einer halben Wellenlänge hat, ist jeder Strahl des zweiten Streifens gegen den entsprechenden des ersten um eine halbe Wellenlänge verschoben. Bei dem Zusammenwirken werden sich daher diese beiden Streifen, und ebenso der dritte und vierte u. s. f. aufheben, je zwei solcher Streifen werden daher immer zusammen Dunkelheit geben. Wenn demnach die Spaltöffnung in eine gerade Anzahl von Streifen getheilt wird, muss die Wirkung aller durch die Oeffnung dringenden Strahlen Dunkelheit geben. Wenn aber bei einer solchen Theilung der Spaltöffnung eine ungerade Anzahl von Streifen entsteht, wird schliesslich die Wirkung eines solchen Streifens nicht durch einen andern aufgehoben; die Resultirende dieses Streifens bleibt übrig, und die resultirende Intensität aller nach dieser Richtung gebeugten Strahlen ist gleich der resultirenden Intensität dieses Streifens.

Die Anzahl Theile, in welche die Spaltöffnung auf diese Weise zerlegt werden kann, hängt nun ab von der Neigung der gebeugten Strahlen, der Länge der Wellen und der Breite der Oeffnung.

Für die in der Richtung des einfallenden Lichtes sich fortpflan-

zenden Strahlen zunächst ist eine solche Theilung gar nicht möglich, denn für diese ist die Wellenebene *MN* der einfallenden Lichtwelle parallel, alle Strahlen treten demnach mit gleicher Phase in die Ebene *MN* ein. Dort also ist die resultirende Amplitude einfach die Summe der Amplituden der einzelnen Strahlen. Anders bei den geneigten Strahlen, dort bildet die Wellenebene der gebeugten Strahlen einen Winkel mit der Wellenebene der einfallenden Strahlen, der gleich ist dem Winkel α, den die gebeugten Strahlen mit der Richtung der nicht gebeugten Strahlen bilden. Bei einem gewissen Winkel α wird bei gegebener Breite b der Oeffnung und bei gegebener Wellenlänge λ der Wegeunterschied der Randstrahlen $DG = \frac{1}{2}\lambda$ werden; wächst α, so wächst auch DG, und bei einem andern grössern Werthe von α wird DG gleich λ werden. Dann wird die Spaltöffnung in zwei Streifen der angegebenen Art zerfallen, denn die von der Mitte b der Spaltöffnung auf CG gezogene Senkrechte ist dann $\frac{1}{2}\lambda$.

Ist bei einem andern Winkel α DG gleich $\frac{3}{2}\lambda$, so zerfällt die Spaltöffnung in 3 Streifen u. s. f., kurz so viel halbe Wellenlängen DG gross ist, in so viele Streifen zerfällt die Spaltöffnung.

Da nun, wie wir sahen, die resultirende Intensität in *MN* von der Anzahl der Streifen abhängt, so zwar, dass eine ungerade Anzahl Streifen Helligkeit, eine gerade Anzahl Dunkelheit bewirkt, so gelangen wir zu dem Satze; so oft die Differenz der von den Rändern der Oeffnung in die Wellenebene *MN* gezogenen Strahlen eine ungerade Anzahl von Wellenlängen beträgt, tritt durch Interferenz der gebeugten Strahlen Helligkeit ein, sobald jedoch die Differenz eine gerade Anzahl von Wellenlängen beträgt, tritt Dunkelheit ein. Der Uebergang von hell und dunkel ist ein allmählicher, da zwischen den betrachteten Extremen Bruchtheile von Streifen entweder verdunkelnd oder lichtbringend einwirken.

Um die Lage der hellen und dunklen Streifen zu erhalten, müssen wir jene Werthe des Winkels α, welchen die gebeugten Strahlen mit den direct eintretenden bilden, bestimmen, für welche die Wegedifferenz der Strahlen eine gerade oder ungerade Anzahl halber Wellenlängen wird. Denn dieser Winkel gibt uns zugleich die Winkeldistanz der betreffenden Streifen in der Brennebene des Objectives von der hellen Mitte, da die Axen sämmtlicher Strahlenbündel sich in dem Mittelpunkte des Objectives unter eben diesem Winkel α schneiden. Wie man unmittelbar sieht, erhalten wir für die Wegedifferenz der Randstrahlen DG

$$DG = CD \,.\, \sin GCD.$$

Der Winkel GCD, welchen die gebeugte mit der ankommenden Wellenebene bildet, ist nun gleich dem Winkel α, welchen die gebeugten

mit den direct fortgepflanzten Strahlen bilden; bezeichnen wir nun die Breite CD der Oeffnung mit b, so wird

$$DG = b \, . \sin \alpha.$$

Die dunklen Streifen im Beugungsbilde finden sich an den Stellen, für welche DG gleich ist

$$\lambda, \; 2\lambda, \; 3\lambda \; . \; . \; . \; . \; n\lambda,$$

für welche also $\sin \alpha$ einen solchen Werth hat, dass

$$\frac{b \, . \sin \alpha}{\lambda} = 1, \; 2, \; 3 \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; n$$

ist. Die hellen Stellen ausserhalb der Mitte, für welche DG gleich ist

$$^3/_2\lambda, \; ^5/_2\lambda, \; ^7/_2\lambda \; . \; . \; . \; . \; . \; \frac{2n-1}{2}\lambda$$

finden sich demnach dort, wo

$$\frac{b \, . \sin \alpha}{\lambda} = {^3/_2}, \; {^5/_2} \; . \; . \; . \; . \; . \; \frac{2n-1}{2}$$

ist.

Die vorhin gemachten Angaben über die Beschaffenheit des Beugungsbildes sind in diesem aus der Undulationstheorie entwickelten Ausdrucke vollständig enthalten. Wir sahen, dass die Breite und der Abstand der einzelnen Felder um so grösser ist, je grösser die Wellenlänge λ des zu den Versuchen angewandten Lichtes ist. Der Abstand eines Streifens, z. B. des ersten dunklen Streifens von der Mitte wird gemessen durch den Winkel α, welchen die gebeugten Strahlen mit den direct einfallenden bilden; für den ersten dunklen Streifen muss nun

$$\sin \alpha = \frac{\lambda}{b},$$

der Winkel α also um so grösser sein, je grösser die Wellenlänge λ des Lichtes ist. Bei gegebener Wellenlänge λ muss aber $\sin \alpha$ um so kleiner sein, je grösser die Breite b der Oeffnung ist, so dass also die Abstände der einzelnen Streifen um so grösser werden, je kleiner b, die Breite der Oeffnung, ist.

Es lässt sich aus den Ausdrücken für die den hellsten und dunkelsten Stellen des Beugungsbildes entsprechenden Werthe von α eine einzige Gleichung ableiten, welche das periodische Heller- und Dunklerwerden mit wachsendem α darstellt und zugleich die Intensität des Lichtes an jeder Stelle des Beugungsbildes liefert.

Bezeichnen wir die Intensität, welche durch die Interferenz der unter einem bestimmten Winkel α gebeugten Strahlen resultirt mit J, während wir die Intensität der hellen Mitte als Einheit setzen, so muss die Gleichung für J so beschaffen sein, dass sie Null wird für alle Werthe von α, für welche die Differenz der Randstrahlen eine Anzahl ganzer Wellenlängen ist, dagegen ein Maximum für die Werthe von α, denen

eine Wegedifferenz der Randstrahlen von einer ungeraden Anzahl halber Wellenlängen entspricht. Dieser Bedingung wird genügt, wenn wir setzen

$$J = \left(\sin \frac{b \, . \sin \alpha}{\lambda} \, . \, \pi\right)^2$$

denn der Ausdruck wird gleich Null, wenn

$$\frac{b \, . \sin \alpha}{\lambda} = 1, \, 2, \, 3 \, . \, . \, .$$

also α die den dunklen Stellen entsprechenden Werthe erhält; derselbe erhält zugleich seinen grössten Werth, er wird gleich 1, wenn

$$\frac{b \, . \sin \alpha}{\lambda} = {}^1/_2, \, {}^3/_2, \, {}^5/_2 \, . \, . \, . \, .$$

Indess reicht dieser Ausdruck noch nicht hin, die Intensitätsverhältnisse des Beugungsbildes wieder zu geben, da er zunächst $J = 0$ liefert für α gleich 0, also für die helle Mitte des Bildes, und da nach ihm die Intensität an allen hellen Stellen desselben gleich sein würde. Letzteres kann aber nicht der Fall sein, da dort wo $DG = 3\frac{\lambda}{2}$ ist, nur $^1/_3$ der gesammten ankommenden Lichtbewegung eine Bewegung des Aethers erzeugt, wo $DG = 5\frac{\lambda}{2}$ ist, nur $^1/_5$, wo $DG = 7\frac{\lambda}{2}$ ist, nur $^1/_7$ und so fort; denn an allen diesen Stellen wird nur ein Streifen der ankommenden Lichtwelle durch Interferenz nicht vernichtet.

Es ist nun unmittelbar klar, dass an den Stellen der Maxima die durch die Interferenz der übrigbleibenden Strahlen resultirende Amplitude der Aetherbewegung proportional ist der Anzahl von Strahlen, welche dort mit der gleichen Phasendifferenz zusammentreffen. Die Anzahl der zusammenwirkenden Strahlen ist nun weiter proportional der Grösse des übrigbleibenden Streifens; und da von dem jedesmal übrigbleibenden Streifen die Strahlen zu den betreffenden Punkten immer unter den gleichen Verhältnissen hinkommen, nämlich so, dass die Differenz der Randstrahlen des übrigbleibenden Streifens eine halbe Wellenlänge ist, so wird die Amplitude der Aetherbewegung an den Stellen der Maxima ausser der Mitte sich einfach verhalten wie die Grösse des dort wirksamen Streifens.

Die Anzahl Streifen, in welche bei gegebener Neigung die eintretende Welle zerfällt, ist nun gleich der Anzahl halber Wellenlängen, welcher der Wegedifferenz der Randstrahlen gleich ist; sie verhält sich also bei verschiedenen Neigungen α wie die Werthe des Ausdrucks

$$\frac{2 \, . \, b \, . \sin \alpha}{\lambda}.$$

Die Grösse der Streifen ist somit dem reciproken Werthe dieses Ausdruckes proportional; die resultirende Amplitude an den Stellen der verschiedenen Maxima ist daher ebenfalls diesem reciproken Werthe und die resultirende Intensität dem Quadrate desselben proportional. Mul-

tipliciren wir daher den erhaltenen Ausdruck für J mit dem Quadrate des reciproken Werthes jenes Ausdruckes, so wird

$$J = \left(\frac{\sin \frac{b \cdot \sin \alpha}{\lambda} \cdot \pi}{\frac{2 \cdot b \cdot \sin \alpha}{\lambda}} \right)^2$$

die Intensitäten der verschiedenen Maxima wiedergeben, wobei dann jetzt aber diejenige gleich 1 ist, welche wir dort beobachten, wo

$$\frac{b \cdot \sin \alpha}{\lambda} = {}^1/_2$$

ist, denn für diesen Werth ist $J = 1$.

Für $\alpha = 0$ erhält der Ausdruck für J den Werth $\frac{0}{0}$, indess hat dieser unbestimmte Ausdruck dann einen folgendermassen zu bestimmenden Werth.

Für sehr kleine Werthe von α können wir, was auch der Werth $\frac{b}{\lambda}$ sein mag, setzen

$$\sin \frac{b \cdot \sin \alpha}{\lambda} \pi = \frac{b \cdot \sin \alpha}{\lambda} \pi$$

und zwar mit einem um so geringern Fehler, je mehr sich α der Null nähert. Für einen solchen Werth von α wird dann

$$J = \left(\frac{\frac{b \cdot \sin \alpha}{\lambda} \cdot \pi}{\frac{2\, b \cdot \sin \alpha}{\lambda}} \right)^2 = \left(\frac{\pi}{2}\right)^2.$$

Die Intensität in der Mitte des Beugungsbildes verhält sich also zu derjenigen an der Stelle, wo die Phasendifferenz der Randstrahlen ${}^1/_2\lambda$ ist, wie $\left(\frac{\pi}{2}\right)^2 : 1$. Wenn wir daher von der Intensität in der Mitte des Beugungsbildes als Einheit ausgehen wollen, müssen wir den Ausdruck für J noch durch $\left(\frac{\pi}{2}\right)^2$ dividiren, und erhalten schliesslich

$$J = \left(\frac{\sin \frac{b \cdot \sin \alpha}{\lambda} \cdot \pi}{\frac{b \cdot \sin \alpha}{\lambda} \cdot \pi} \right)^2$$

für die resultirende Intensität der unter dem Winkel α gebeugten Strahlen.

Dieser Ausdruck, den man auf mathematischem Wege aus den aufgestellten Principien der Undulationstheorie mit aller Strenge ableiten kann, stellt in der That das Beugungsbild durch eine schmale spaltförmige Oeffnung vollständig dar, er bestimmt die Intensität des nach einer beliebigen Richtung gebeugten Lichtes. Die Intensität nimmt mit wachsendem Winkel α sehr rasch ab; in der Mitte gleich 1 gesetzt, ist sie dort, wo $DG = {}^1/_2\lambda$ ist, nur mehr $\frac{1}{2{,}5}$, wo $DG = {}^3/_2\lambda$ ist, nur mehr $\frac{1}{9 \cdot 2{,}5}$

und von da ab nimmt sie ab, wie die Quadrate der ungeraden Zahlen wachsen.

Hat die Oeffnung eine andere Form, so wird auch das Beugungsbild ein anderes, und eine mathematische Entwicklung gibt einen andern Ausdruck für J, der dasselbe auf das vollständigste darstellt. Wendet man eine kleine quadratische Oeffnung an, so erscheint ein helles Kreuz, dessen Arme senkrecht sind auf den vier Seiten des Quadrates, und welche im homogenen Lichte aus hellen und dunklen, im weissen Lichte aus farbigen, den Quadratseiten parallelen Streifen bestehen. In den von den Armen gebildeten Winkeln zeigen sich helle Felder. Durch eine dreieckige Oeffnung betrachtet erscheint ein Lichtpunkt als sechsstrahliger Stern, in dessen Winkeln eine Anzahl heller Felder sich finden; durch einen kleinen Kreis angesehen erscheint derselbe Punkt als leuchtender Kreis von einer Anzahl heller und dunkler Streifen umgeben. Alle diese Formen lassen sich durch einen Ausdruck für J aus der Undulationstheorie ableiten, wenn auch die Form der Gleichung zum Theil ziemlich verwickelt wird.

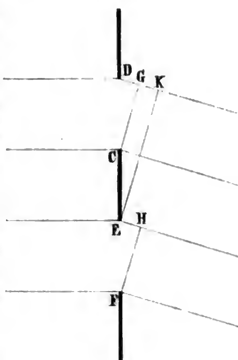
57 **Beugungserscheinungen durch mehrere Oeffnungen.** Wenn man vor das Objectiv des Fernrohrs bei der Fraunhofer'schen Methode der Beobachtung einen Schirm bringt, in welchem anstatt einer Oeffnung mehrere sich befinden, so ist der Charakter des Beugungsbildes nicht geändert; dasselbe unterscheidet sich jedoch von dem durch eine einfache Oeffnung erzeugten Bilde dadurch, dass ausser den dunklen Feldern bei einfacher Oeffnung noch neue hinzutreten, an Stellen, welche vorher hell waren, und dadurch, dass die Intensität an den hellen Stellen jetzt eine viel grössere ist. Dass beides der Fall sein muss, lässt sich nach denselben Principien ableiten, aus welchen wir die Beugungserscheinungen einer Oeffnung herleiteten. Nehmen wir an, dass vor dem Objectiv ein Schirm mit zwei parallelen Spalten angebracht sei, und dass Licht von der Wellenlänge λ parallel der Axe des Fernrohrs, also senkrecht zur Ebene des Schirmes, durch die Spaltöffnungen eindringe.

Zunächst ist nun klar, dass an den Stellen des Beugungsbildes, wo die Strahlen, welche durch jede einzelne Oeffnung hindurchdringen, sich vernichten, ebenso Dunkelheit sein muss, als wenn vor dem Objectiv nur eine beugende Oeffnung wäre. Die Minima, welche bei einer Oeffnung auftreten, bleiben also auch bei zweien oder mehreren Oeffnungen ganz ungeändert. Sind demnach CD und EF zwei gleich breite Oeffnungen, (Fig. 94) so werden auch jetzt dort Minima auftreten, wo DG oder EH irgend eine Anzahl ganzer, oder eine gerade Anzahl halber Wellenlängen beträgt, wo also, mit Beibehaltung unserer vorigen Bezeichnung

$$\frac{b \cdot \sin \alpha}{\lambda} = 1, 2, 3, 4 \ldots .$$

An den Stellen aber, wo durch das Zusammenwirken der Strahlen einer Oeffnung Helligkeit ist, kann durch das Zusammenwirken der Strahlen beider Oeffnungen Dunkelheit eintreten. Es wird das dort der Fall sein, wo die Resultirenden beider Oeffnungen eine Phasendifferenz von einer halben Wellenlänge haben. Dies wird nun überall dort eintreten, wo die Phasendifferenz der an entsprechenden Stellen durch jede der Oeffnungen tretenden Strahlen eine halbe Wellenlänge beträgt, wo also die Differenz der von D und von E, der von der Mitte der Oeffnungen und der von C und F ausgehenden Strahlen gleich $\frac{1}{2}\lambda$ oder ein ungerades Vielfaches von $\frac{1}{2}\lambda$ ist. Denn die Resultirende der durch jede der Oeffnungen dringenden Strahlen mag sein welche sie will, da die Oeffnungen gleiche Breite haben, wird jeder durch die Oeffnung CD dringende Strahl durch den entsprechenden aus EF hervorgehenden Strahl vernichtet.

Fig. 94.



Da die Oeffnungen ganz gleich sind, ist die Phasendifferenz aller entsprechenden Strahlen gleich einem ungeraden Vielfachen einer halben Wellenlänge, wenn die Differenz der von den gleichliegenden Rändern D und E ausgehenden Strahlen oder DK ein ungerades Vielfaches von $\frac{1}{2}\lambda$ ist. Bezeichnen wir den Abstand DE mit a, so ist

$$DK = a \, . \sin \alpha$$

und somit treten die neuen Minima auf, wo α solche Werthe hat, dass

$$a \, . \sin \alpha = \frac{1}{2}\lambda, \ \frac{3}{2}\lambda, \ \frac{5}{2}\lambda \ \ldots \ \frac{2n-1}{2}\lambda$$

oder wo

$$\frac{2a \, . \sin \alpha}{\lambda} = 1, \ 3, \ 5 \ \ldots \ 2n - 1$$

ist.

An den Stellen der frühern Maxima der Lichtstärke aber, wo zugleich die Phasendifferenz der durch die einzelnen Oeffnungen dringenden Randstrahlen ein ungerades, die Differenz der von D und E ausgehenden Strahlen, oder DK ein gerades Vielfaches einer halben Wellenlänge beträgt, wirken jetzt zwei Streifen, einer aus jeder Oeffnung, wo vorhin nur ein Streifen wirkte; die resultirende Aetheramplitude muss also die doppelte, die resultirende Lichtintensität die vierfache sein. Nehmen wir z. B. an, dass der Abstand a der gleichliegenden Ränder gleich $2b$, also der Abstand der einander nächsten Ränder der Spalten gleich ist der

Breite der Oeffnung, so ist in der Mitte des Beugungsbildes die Helligkeit 4 mal so gross als bei einer Spalte. Die ersten Minima sind dann dort, wo

$$\frac{2a \sin \alpha}{\lambda} = \frac{4b \sin \alpha}{\lambda} = 1,$$

also

$$b \,.\, \sin \alpha = {}^1\!/_4 \lambda.$$

Dann folgt ein Maximum, wo $b \,.\, \sin \alpha = {}^1\!/_2 \lambda$ ist, denn dort ist $DK' = 2b \,.\, \sin \alpha = \lambda$, also die Phasendifferenz der durch beide Oeffnungen dringenden Strahlen eine ganze Wellenlänge; die Intensität an dieser Stelle ist die vierfache jener, welche für den gleichen Werth von α bei einfacher Oeffnung sich findet.

Ein ähnliches Maximum zeigt sich dort, wo $b \,.\, \sin \alpha = {}^3\!/_2 \lambda$, ${}^5\!/_2 \lambda$ u. s. f. ist, kurz an den Stellen der Maxima bei einfacher Oeffnung, da dort immer zugleich DK' gleich einer geraden Anzahl halber Wellenlängen ist; die Intensität an diesen Stellen ist die vierfache derjenigen bei einer Oeffnung. Wir nennen nach Fraunhofer[1]) diese Maxima solche zweiter Klasse, um sie von den viel breitern Maximis erster Klasse bei einer Oeffnung zu unterscheiden.

Zwischen den neuen Minimis, die wir, zum Unterschiede der schon durch eine Oeffnung entstehenden, Minima zweiter Klasse nennen wollen, treten nun auch neue Maxima dritter Klasse auf und zwar immer in der Mitte zwischen einem Minimum erster und einem zweiter Klasse.

Diese Erscheinungen lassen sich durch eine einzige Gleichung darstellen. Da, wie wir sahen, die frühern Minima ungeändert bleiben, die frühern Maxima nur eine vierfache Intensität erhalten, werden wir die Erscheinungen durch zwei Oeffnungen darstellen können, wenn wir den Ausdruck, welcher die durch eine Oeffnung erzeugte Lichtintensität darstellt, mit einem Factor versehen, welcher für die Werthe von α gleich 4 wird, welche die Maxima zweiter Klasse liefern, für diejenigen Null wird, welche den Minimis zweiter Klasse entsprechen, und überdies die Maxima dritter Klasse liefert. Ein solcher Factor ist der Ausdruck

$$2\left(1 + \cos \frac{2a \,.\, \sin \alpha}{\lambda} \,.\, \pi\right)$$

oder da wir $a = 2b$ setzten

$$2\left(1 + \cos \frac{4b \,.\, \sin \alpha}{\lambda} \,.\, \pi\right).$$

Denn dieser Factor wird für

$$\frac{4b \,.\, \sin \alpha}{\lambda} = 1,\ 3,\ 5\ \ldots$$

gleich

[1]) Fraunhofer. Neue Modification des Lichtes. Denkschriften der Münchener Akademie. Bd. VIII.

$$2\,(1 - 1) = 0,$$

aber für

$$\frac{4b \,.\, \sin\alpha}{\lambda} = 0,\ 2,\ 4,\ 6\ \ldots.$$

oder für

$$\frac{2b \,.\, \sin\alpha}{\lambda} = 0,\ 1,\ 2,\ 3\ \ldots.$$

wird derselbe gleich 4. Den letztern Werthen 1, 3, 5 . . . entsprechen aber die frühern Maxima; den Werthen 2, 4, 6 . . die frühern Minima; auch dafür wird also unser Factor gleich 4, jedoch gibt unser Ausdruck für die Intensität an dieser Stelle Null, da der andere Theil desselben, welcher die Beugungserscheinungen durch eine Oeffnung darstellt, für diese Werthe gleich 0 wird.

Bezeichnen wir demnach die Intensität der durch eine Oeffnung unter dem Winkel α gebeugter Strahlen mit A^2, diejenige der durch zwei Oeffnungen unter demselben Winkel gebeugten Strahlen mit J, so ist

$$J = 2\left(1 + \cos\frac{4b \,.\, \sin\alpha}{\lambda}\,\pi\right) . A^2.$$

Wir können diesem Ausdrucke eine etwas andere Form geben, welcher deutlicher die Lage der Maxima zweiter Klasse erkennen lässt. Beachten wir, dass

$$1 + \cos\varphi = 2\cos^2\frac{\varphi}{2}$$

und dass

$$4\cos^2\frac{\varphi}{2} \,.\, \sin^2\frac{\varphi}{2} = \sin^2\varphi,$$

also

$$4\cos^2\frac{\varphi}{2} = \frac{\sin^2\varphi}{\sin^2\frac{\varphi}{2}},$$

so erhalten wir für J zunächst

$$J = 4 \,.\, \cos^2\frac{2b \,.\, \sin\alpha}{\lambda} \,.\, \pi \,.\, A^2$$

und dann

$$J = \frac{\sin^2\frac{2b \,.\, \sin\alpha}{\lambda} \,.\, 2\pi}{\sin^2\frac{b \,.\, \sin\alpha}{\lambda} \,.\, 2\pi} \,.\, A^2$$

oder auch

$$J = (2 \,.\, A)^2 \left(\frac{\sin\frac{2b \,.\, \sin\alpha}{\lambda} \,.\, 2\pi}{2 \,.\, \sin\frac{b \,.\, \sin\alpha}{\lambda} \,.\, 2\pi}\right)^2 \quad \ldots\ldots \text{II.}$$

Der Ausdruck wird gleich Null zunächst überall dort, wo A gleich Null ist, also an den Stellen, wo die durch eine Oeffnung gebeugten

Strahlen sich schon vernichten. Ferner aber auch dort, wo der Zähler des Factors ohne den Nenner gleich Null wird; dort also liegen die neu hinzutretenden Minima, diejenigen zweiter Klasse.

Es ist das der Fall, wo α einen solchen Werth hat, dass

$$\frac{2b \cdot \sin\alpha}{\lambda} = {}^1/_2,\ {}^3/_2,\ {}^5/_2 \ldots.$$

wie wir bereits vorhin fanden.

Die Maxima zweiter Klasse, also die schon bei einer Oeffnung vorhandenen, jedoch jetzt 4 mal so hellen Stellen, zeigen sich dort, wo der Factor gleich 1 wird; und das ist nur dann der Fall, wenn derselbe die Form $\frac{0}{0}$ erhält.

Diese Form erhält derselbe aber für

$$\frac{2b \cdot \sin\alpha}{\lambda} = 1,\ 2,\ 3,\ 4 \ldots$$

von diesen fallen aber aus 2, 4, 6 . . ., weil dort A gleich 0 ist. Es bleiben die vorhin erwähnten Maxima

$$\frac{2b \cdot \sin\alpha}{\lambda} = 1,\ 3,\ 5 \ldots.$$

Dass der Werth des Factors, wenn er die Form $\frac{0}{0}$ hat gleich 1 sei, bedarf wohl keines weitern Nachweises. Die Maxima dritter Klasse sind dort, wo der Zähler des Factors ohne den Nenner gleich 1 wird; demnach für

$$\frac{2b \cdot \sin\alpha}{\lambda} = {}^1/_4,\ {}^3/_4,\ {}^5/_4,\ {}^7/_4 \ldots. (2n-1)\ {}^1/_4.$$

Denn dort wird der Zähler

$$Z = \sin\,(2n-1)\frac{\pi}{2} = \pm\,1,$$

der Nenner aber

$$N = 2 \cdot \sin\,(2n-1)\frac{\pi}{4} = \pm\,2 \cdot \sqrt{{}^1/_2} = \sqrt{2}.$$

Eigentliche Maxima, das heisst zwischen zwei dunklen Streifen eingeschlossen, sind von diesen nur

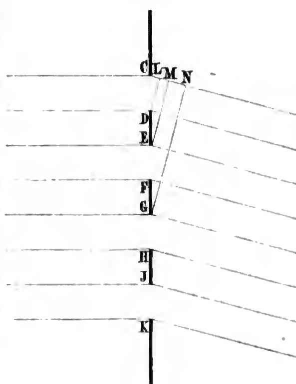
$$\frac{2b \cdot \sin\alpha}{\lambda} = {}^7/_4,\ {}^9/_4,\ {}^{15}/_4,\ {}^{17}/_4 \ldots$$

Daraus folgt zugleich, dass diese Maxima äusserst lichtschwach sind, weil sie sehr nahe dem Werthe $A = 0$ liegen.

Vermehrt man die Anzahl der Oeffnungen noch weiter, so treten noch weitere Maxima auf, die sich in ähnlicher Weise bestimmen lassen; die Intensität der Maxima wird aber eine noch grössere. Nehmen wir z. B. 4 Oeffnungen an, so sieht man leicht, dass die Lichtwirkung der zwei ersten Oeffnungen durch die der beiden andern zerstört werden kann. Bei 4 Oeffnungen werden sich daher zunächst alle die Minima zeigen, welche bei zwei Oeffnungen auftreten, es wird zunächst überall dort Dunkelheit eintreten, wo CL eine gerade und wo CM eine ungerade

Anzahl halber Wellenlängen ist. Wenn aber nun auch die durch *CD* und *EF*, somit auch die durch *GH* und *JK* gebeugten Strahlen für sich Helligkeit geben, so werden sich doch die Resultirenden der durch je zwei der Oeffnungen dringenden Strahlen zerstören, wenn die Phasendifferenz derselben eine halbe Wellenlänge beträgt; und das ist wie man sieht der Fall, wenn $CN = CG \cdot \sin\alpha = (2n - 1)\,\frac{\lambda}{2}$.

Fig. 95.



Nehmen wir nun an, dass alle Oeffnungen gleich breit und um ihre eigene Breite von einander entfernt sind, so werden also jetzt wieder neue Minima auftreten, wo der Beugungswinkel α solche Werthe hat, dass

$$\frac{8b \cdot \sin\alpha}{\lambda} = 1,\ 3,\ 5\ \ldots\ .\ 2n - 1$$

also wo $CL = {}^1/_8,\ {}^3/_8,\ {}^5/_8\ \ldots$ Wellenlänge beträgt. Zwischen je zwei Minima zweiter Klasse bei zwei Oeffnungen tritt also ein neues Minimum hinzu.

Die Maxima zweiter Klasse bleiben auch jetzt wie vorhin dort, wo $CL\ {}^1/_2,\ {}^3/_2,\ {}^5/_2\ \ldots$ Wellenlänge beträgt; die Helligkeit ist aber die vierfache derjenigen bei zwei Oeffnungen.

Um die Intensität der nach irgend einer Richtung α gebeugten Strahlen durch eine Gleichung zu erhalten, ist es nur nöthig, den für zwei Oeffnungen gültigen Ausdruck mit einem Factor zu multipliciren, der demjenigen analog ist, welcher den für eine Oeffnung gültigen Ausdruck in den für zwei Oeffnungen gültigen verwandelte, und man sieht leicht, dass der Factor

$$2\left(1 + \cos\frac{4b \cdot \sin\alpha}{\lambda} \cdot 2\pi\right)$$

das verlangte leistet. Beachten wir nun, dass derselbe gleich ist

$$4\cos^2\frac{2b \cdot \sin\alpha}{\lambda} \cdot 2\pi,$$

so wird die Intensität J der durch 4 Oeffnungen unter irgend einem Winkel α gebeugten Strahlen

$$J = 4 \cdot \cos^2\frac{2b \cdot \sin\alpha}{\lambda}\,2\pi \cdot \frac{\sin^2\frac{2b \cdot \sin\alpha}{\lambda} \cdot 2\pi}{4 \cdot \sin^2\frac{b \cdot \sin\alpha}{\lambda} \cdot 2\pi} \cdot 4A^2,$$

oder

$$J = (4A)^2 \left(\frac{\sin \frac{4b \cdot \sin \alpha}{\lambda} \cdot 2\pi}{4 \cdot \sin \frac{b \cdot \sin \alpha}{\lambda} 2\pi} \right)^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \text{IV.}$$

Vergleichen wir die Ausdrücke II. und IV. mit einander, so sehen wir, dass wenn n jedesmal die Anzahl der beugenden Spaltöffnungen bedeutet, dass dann beide Ausdrücke ganz gleich oder

$$J = (nA)^2 \left(\frac{\sin \frac{nb \cdot \sin \alpha}{\lambda} \cdot 2\pi}{n \cdot \sin \frac{b \cdot \sin \alpha}{\lambda} 2\pi} \right)^2$$

werden, worin das erste mal $n = 2$, das zweite mal $n = 4$ zu setzen ist.

Betrachten wir nun die Erscheinungen durch eine beliebige Anzahl von Oeffnungen, so wird man finden, dass immer derselbe Ausdruck für J dieselben vollkommen darstellt, wenn wir mit n die Anzahl der Oeffnungen bezeichnen.

Wir erhalten somit die Intensität des nach irgend einer Richtung durch eine beliebige Anzahl von Oeffnungen gebeugten Lichtes, wenn wir die Intensität des durch eine Oeffnung gebeugten Lichtes mit dem Quadrate der Anzahl der Oeffnungen und demjenigen eines Factors multipliciren, dessen Zähler gleich dem Sinus eines $n$fachen Bogens und dessen Nenner der $n$fache Sinus jenes Bogens ist. Jener Bogen ist ein ebensolcher Bruchtheil des halben Kreisumfanges π, als die Phasendifferenz zweier Strahlenbündel, welche durch zwei nebeneinanderliegende Oeffnungen gehen, $CM = 2 \cdot b \cdot \sin \alpha$, ein Bruchtheil einer ganzen Wellenlänge λ ist [1]).

Wird nun die Zahl der Oeffnungen sehr gross, so wird das Beugungsbild scheinbar ein ganz anderes als bei einer geringern Anzahl von Oeffnungen; man erhält dann bei Anwendung homogenen Lichtes nur eine Anzahl heller den Spaltöffnungen paralleler Linien, welche durch breite fast dunkle Zwischenräume von einander getrennt sind, bei Anwendung weissen Lichtes jedoch ganz continuirliche Spectra, welche um so breiter sind, je schmaler die Spalten sind. Unsere Gleichung zeigt das unmittelbar. Denn, welches auch der Werth von n ist, für $b \cdot \sin \alpha = (2n - 1)\frac{\lambda}{2}$ erhält der Factor unseres Intensitätausdruckes immer die Form $\frac{0}{0}$, und den Werth 1, die Maxima zweiter Klasse bleiben also an ihrer Stelle mit der Intensität $n^2 A^2$. Jedem dieser Maxima sind aber zwei Minima zweiter Klasse so nahe gerückt, dass von ihm nur eine schmale Lichtlinie übrig bleibt. Denn die Periode dieser Minima ist

$$n \cdot b \cdot \sin \alpha = {}^1/_2\lambda,\ {}^3/_2\lambda \ldots \ldots,$$

also

---

[1]) Schwerd. Die Beugungserscheinungen des Lichtes. Mannheim 1835.

$$\sin\alpha = \frac{\lambda}{2nb}, \frac{3\lambda}{2nb} \ldots\ldots,$$

wenn daher n z. B. gleich 1000 ist, treten die Minima auf, wo

$$\sin\alpha = 0{,}0005\,\frac{\lambda}{b},\ 0{,}0015\,\frac{\lambda}{b},\ 0{,}0025\,\frac{\lambda}{b} \ldots$$

Ferner haben nur die Maxima zweiter Klasse eine merkbare Intensität, da die Maxima dritter Klasse nur die halbe Breite haben und überdies viel lichtschwächer sind als die Maxima zweiter Klasse, wie man leicht übersieht, wenn man beachtet, dass diese Maxima diejenigen sind, wo der Zähler des Factors gleich 1 wird.

Es bleiben somit bei vielen Oeffnungen nur die hellen Linien, wo

$$\sin\alpha = \frac{\lambda}{2b}, \frac{3\lambda}{2b}, \frac{5\lambda}{2b} \ldots\ldots$$

Bei Anwendung weissen Lichtes fallen nun diese Lichtlinien für die verschiedenen Farben alle nebeneinander. Das erste ausserhalb der rothen Mitte liegende Maximum befindet sich für violettes Licht dort, wo

$$\sin\alpha = \frac{\lambda v}{2b}$$

und für blaues, gelbes, rothes Licht dort, wo

$$\sin\alpha = \frac{\lambda bl}{2b};\ \frac{\lambda gb}{2b};\ \frac{\lambda r}{2b},$$

die farbigen Linien treten also, da für diese kleinen Winkel der Bogen dem Sinus proportional ist, in demselben Verhältnisse weiter von der Mitte auf, als ihre Wellenlängen grösser sind.

Da nun ferner die Wellenlänge des violetten Lichtes etwas mehr als die Hälfte derjenigen des rothen Lichtes beträgt, ist

$$\frac{3\lambda v}{2b} > \frac{\lambda r}{2b},$$

das zweite Maximum für Violett ist also weiter von der Mitte entfernt, als das erste für Roth. Die Lichtlinien des ersten Maximum bilden also ein ganz reines Spectrum.

Das zweite Spectrum nach jeder Seite ist nicht mehr rein, da $3\lambda r > 5\lambda v$, das dritte Spectrum fängt schon im Violetten des zweiten Spectrum an. Fig. 1. Tafel II. zeigt die Erscheinung, wie sie sich durch eine grosse Zahl paralleler Spalten bildet.

Fig. 2. Tafel II. zeigt das erste der Seitenspectra in vergrössertem Maassstabe. Dasselbe unterscheidet sich von dem prismatischen wesentlich durch die Vertheilung der Farben.

In dem prismatischen Spectrum ist die Ausdehnung der stärker brechbaren Strahlen viel grösser, während hier die Ausdehnung der einzelnen Farben ihren Wellenlängen proportional ist; die Strahlen mittlerer Wellenlänge nehmen auch die Mitte des Spectrum ein.

Diese Seitenspectra zeigen auch die Fraunhofer'schen Linien; denn

für die im weissen Lichte fehlende Wellenlänge λx muss auch an der Stelle des Beugungsbildes, wo

$$\sin \alpha = \frac{\lambda x}{2b},$$

eine Unterbrechung der Stetigkeit, eine dunkle Linie, auftreten.

Diese Beobachtung von Fraunhofer[1]) ist eine der wichtigsten Entdeckungen der Optik, da sie gestattet, die Wellenlänge mit grösster Genauigkeit zu messen. Man hat nur den Winkel α zu messen, bei welchem in dem ersten Seitenspectrum eine dunkle Linie erscheint, und erhält dann nach einer Messung der Breite b der Spaltöffnungen aus

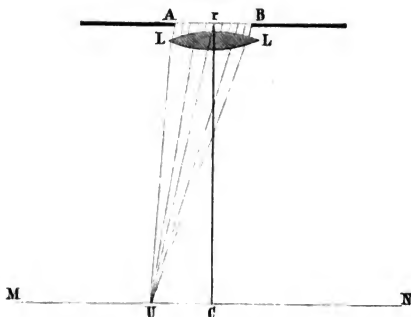
$$\lambda = 2b \,.\, \sin \alpha$$

die gesuchte Wellenlänge.

Fraunhofer hat nach dieser Methode die früher (§. 51) angegebenen Werthe für die Wellenlängen erhalten, indem er vor das Fernrohr eine Glasplatte brachte, in welcher mit einem Schreibdiamanten Linien aufgerissen waren, mit Zwischenräumen, welche der Breite der Linien gleich waren. Die Zwischenräume entsprechen dort den Oeffnungen, die gerissenen Linien den undurchsichtigen Stellen des Schirmes.

Eisenlohr[2]) hat diese Methode angewandt um die Wellenlänge der äussersten fluorescirenden Strahlen zu bestimmen. Er liess die durch einen schmalen Spalt in ein dunkles Zimmer eintretenden Sonnenstrahlen auf ein mit Russ und Firniss überzogenes Planglas AB (Fig. 96) senkrecht auffallen,

Fig. 96.



auf dem in einer Breite von 54 Millimeter 1440 parallele Linien in gleichen Abständen gezogen waren. Die Breite einer solchen Linie war

[1]) Schwerd a. a. O. p. 78.

[2]) Eisenlohr. Poggend. Annal. Bd. XCVIII.

$0^{mm},0116$. Vor dem Gitter war eine achromatische Sammellinse *LL* aufgestellt, deren Axe parallel den einfallenden Strahlen war, und in der Brennweite derselben befand sich senkrecht zur Axe der Linse ein mit Chinin getränkter Papierschirm *MN*. Auf demselben stellte sich die Erscheinung natürlich gerade so dar, wie im Focus des Fernrohrs, nur dass hier auch die unsichtbaren Strahlen an den durch ihre Wellenlänge und die Gleichung

$$\sin \alpha = \frac{\lambda x}{2b}$$

bestimmten Stellen auftraten und durch errregte Fluorescenz bei *U* sichtbar wurden. Den Winkel $\alpha = UrC$ bestimmte Eisenlohr durch Messung des Abstandes *UC* der Grenze des im fluorescirenden Lichtes erscheinenden Spectrums von der Mitte *C* und der Entfernung *Cr* des Schirmes von der Oeffnung. Aus dem durch

$$\tan \alpha = \frac{UC}{Cr}$$

bestimmten Werthe von α und der gemessenen Breite *b*, erhielt er dann den Werth der Wellenlängen für die äussersten Fluorescenz erregenden Strahlen. Eisenlohr fand aus vielen Messungen

$$\lambda_u = 0{,}0003540$$

also ungefähr gleich der halben Wellenlänge der rothen Strahlen.

Die Methode von Eisenlohr ist auch sehr geeignet die Fraunhofer'schen Beugungserscheinungen, besonders die prachtvollen Farbenbilder durch eine Anzahl quadratischer oder dreieckiger, oder kreisförmiger Oeffnungen ohne Fernrohr sichtbar zu machen und objectiv darzustellen.

Durch Gitter mit sehr vielen Oeffnungen kann man die Beugungserscheinungen auch schon sehr gut wahrnehmen, wenn man mit freiem Auge durch sie einen Lichtpunkt oder eine schmale Lichtlinie ansieht. Durch die brechenden Medien des Auges werden ebenfalls nur die parallelen Strahlenbündel in einem Punkte vereinigt, und überdies fallen bei so engen Oeffnungen die einzelnen Maxima weit genug aus einander, um ohne Vergrösserung wahrgenommen zu werden.

Zweites Kapitel.

Die Polarisation des Lichtes.

Polarisation des Lichtes. Bei den im bisherigen beschriebenen 58
Erscheinungen der Reflexion und Brechung so wie bei denen der Interferenz und Beugung des Lichtes nahmen wir an, dass die Richtung und

Intensität der verschiedenen Theile, in welche an irgend einer Stelle das ankommende Licht zerlegt wird, nur abhängig seien von der Richtung, in welcher das Licht an jener Theilungsstelle, also z. B. an der brechenden Fläche ankommt. Ebenso nahmen wir an, dass die Resultirende bei der Interferenz jener Theile des ankommenden Lichtes nur abhängig sei von der Wegedifferenz der Strahlen oder der Phasendifferenz, welche ihnen auf diesen Wegen ertheilt ist. Dadurch wird angenommen, dass ein Lichtstrahl in keiner Beziehung zum Raume stehe, ausgenommen diejenige, durch welche seine Fortpflanzungsrichtung bestimmt ist; dass der Lichtstrahl rings um seine Fortpflanzungsrichtung sich ganz gleichmässig verhalte, so zwar, dass eine Drehung des Strahles um die Richtung der Fortpflanzung als Axe durchaus keine Aenderung in den Lichterscheinungen veranlasse. Es gibt jedoch eine Anzahl von Fällen, wo das nicht mehr der Fall ist.

Unter gewissen Verhältnissen gebrochen oder reflectirt ändern sich die Lichterscheinungen, wenn man den Strahl um seine Fortpflanzungsrichtung als Axe dreht; in der einen Lage reflectirt oder gebrochen, wird er es nicht, wenn man ihn um 90° dreht. Man nennt das so modificirte Licht polarisirt.

Der erste, welcher ein verschiedenes Verhalten der Lichtstrahlen bei einer Drehung derselben um sich selbst als Axe beobachtete, war Huyghens.[1]) Er fand, dass ein durch einen isländischen Doppelspath hindurchgegangener Lichtstrahl im allgemeinen in zwei Lichtstrahlen von gleicher Intensität getheilt werde, ausser wenn der Lichtstrahl parallel der Richtung der krystallographischen Hauptaxe hindurchtritt. Lässt man nun einen der beiden aus dem Krystall austretenden Strahlen neuerdings auf einen Kalkspath-Krystall fallen, so zeigt sich, dass der Lichtstrahl auch dann noch im allgemeinen in zwei zerlegt wird, dass aber die beiden Strahlen eine verschiedene Intensität haben, und dass es jetzt, wie auch die Neigung des durchtretenden Strahles gegen die krystallographische Hauptaxe des zweiten Krystalles ist, immer zwei Lagen des letztern gibt, in welchen einer der beiden Strahlen verschwindet, in welchen also der auf den Krystall auftreffende Strahl durch den Krystall hindurchtritt ohne in zwei zerlegt zu werden. Achtet man auf die relative Lage der beiden Krystalle, so zeigt sich dabei eine innige Beziehung zwischen einer gewissen durch den Lichtstrahl gelegten Ebene und einer bestimmten Ebene des Krystalles.

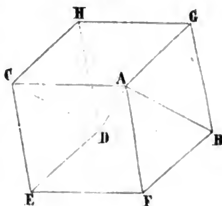
Der Kalkspath (kohlensaurer Kalk) findet sich in der Natur in der Gestalt von klaren Krystallen, welche eine parallelopipedische Form haben. Die Seitenflächen dieser Krystalle sind Parallelogramme (Fig. 97),

---

[1]) Huyghens. Traité de la lumière. Leiden 1690.

deren stumpfe Winkel 101° 53′ und deren spitze Winkel 78° 5′ betragen. Weil diese Flächen Structurflächen sind, nach welchen der Krystall vollkommen spaltbar ist, so kann man durch Spaltung leicht ein Rhomboeder (Fig. 97) herstellen, ein von 6 Rhomben mit den angegebenen Winkeln begrenztes Parallelopiped. Das Rhomboeder ist eine Hemiedrie der doppelt sechsseitigen Pyramide, und die Hauptaxe geht durch die beiden Ecken *A* und *D*, in welchen drei stumpfe Winkel zusammenstossen. Legt man daher durch die kurzen Diagonalen zweier gegenüberstehender Rhomben z. B. *AFBG* und *CEDH* eine Ebene, so nimmt diese die Axe des Krystalles *AD* in sich auf. Eine solche Ebene, so wie alle mit ihr parallelen, nennt man einen Hauptschnitt des Krystalles. Alle diese Ebenen nehmen die Hauptaxe des Krystalles in sich auf, denn diese ist in optischer Beziehung keine bestimmte durch den Krystall gehende Linie, sondern nur eine Richtung, welche durch die Richtung der krystallographischen Hauptaxe *AD* bestimmt ist. Deshalb sind ebenso auch Ebenen, welche durch *AHDF* oder *AEGD* gelegt sind, Hauptschnitte des Krystalles. Wir bezeichnen nun in optischer Beziehung vorzüglich die Ebene als Hauptschnitt, welche durch das Einfallsloth des eintretenden Lichtstrahles und die Axe, das heisst also durch eine der Richtung *AD* parallele Richtung, gelegt ist.

Fig. 97.



In Bezug auf die Ebene des Hauptschnittes und die Richtung der Hauptaxe lassen sich die Erscheinungen am Krystall am besten fixiren. Alle parallel der Axe *AD* durch den Krystall hindurch gehenden Strahlen werden nicht doppelt gebrochen. Schleifen wir daher an den Krystall zwei Endflächen senkrecht zu *AD*, und lassen senkrecht zu diesen Ebenen ein Lichtbündel durch den Krystall hindurchgehen, so wird es nicht in zwei zerlegt.

Lassen wir aber auf die natürlichen Grenzflächen des Krystalles, und zwar der Einfachheit wegen unter senkrechter Incidenz, ein Lichtbündel fallen, so zerfällt es bei seinem Eintritte in den Krystall in zwei. Das eine geht den Brechungsgesetzen gemäss ungebrochen durch den Krystall hindurch, wir wollen es das ordentlich gebrochene nennen; das andere wird abgelenkt und zwar im Hauptschnitt gegen seine ursprüngliche Richtung verschoben. Die Grösse der Verschiebung hängt ab von der Dicke des Krystalles; das austretende Lichtbündel ist dem eintretenden parallel. Wir nennen das zweite Bündel das ausserordentlich gebrochene Bündel.

Mit den Erscheinungen der Doppelbrechung werden wir uns später

beschäftigen; hier betrachten wir nur die Eigenschaften des durch den Krystall getretenen Lichtes.

Lassen wir den ordentlichen Strahl, der also dem gewöhnlichen Brechungsgesetze folgt, auf ein zweites Kalkspathrhomboeder fallen, so zwar, dass er auch dort wieder auf eine natürliche Fläche mit senkrechter Incidenz auffällt, so zeigt sich das durch den ersten Krystall hindurchgegangene Licht von dem einfallenden wesentlich verschieden. Liegt der zweite Krystall so, dass sein Hauptschnitt dem des ersten parallel ist, so wird das auf den zweiten Krystall fallende Licht nicht getheilt, es geht einfach und ungebrochen den gewöhnlichen Brechungsgesetzen gemäss hindurch. Drehen wir nun aber den zweiten Krystall um den einfallenden Lichtstrahl als Axe, so dass nach und nach der Hauptschnitt desselben mit dem Hauptschnitt des ersten Krystalles immer grössere Winkel bildet, so zeigen sich nach dem Durchtritt des Lichtes durch den zweiten Krystall wieder zwei Strahlen; ein ordentlich und ein ausserordentlich gebrochener Strahl; der im Hauptschnitt verschobene ausserordentliche Strahl ist aber von geringer Helligkeit, so lange der Winkel, den die beiden Hauptschnitte mit einander bilden, nur klein ist. Mit dem Wachsen des Winkels nimmt die Helligkeit des ausserordentlichen Strahles zu, des ordentlichen ab, und beide Strahlen haben gleiche Helligkeit, wenn der Winkel der beiden Hauptschnitte 45^0 beträgt. Wird der Winkel noch grösser, so überwiegt die Helligkeit des ausserordentlichen Strahles; und ist er ein Rechter geworden, stehen die beiden Ebenen senkrecht auf einander, so verschwindet der ordentliche Strahl ganz und der ausserordentliche hat eine Helligkeit, welche derjenigen des ordentlichen gleich ist, welche er bei paralleler Stellung der Hauptschnitte zeigte. Bei weiterer Drehung treten wieder zwei Strahlen auf; der verschobene Strahl nimmt an Helligkeit ab, der ordentliche nicht verschobene nimmt zu, bei 135^0 haben beide Strahlen gleiche Helligkeit, und bilden die beiden Ebenen einen Winkel von 180^0, d. h. stehen sie wieder parallel, so tritt der ordentliche nicht verschobene Strahl wieder allein auf. Bei weiterer Drehung von 180^0 bis 360^0, bis der Krystall wieder seine erste Stellung einnimmt, wiederholen sich die Erscheinungen genau auf dieselbe Weise.

Lassen wir anstatt des ordentlichen den im ersten Kalkspath ausserordentlich gebrochenen also im Hauptschnitt verschobenen Strahl durch den zweiten Krystall hindurchgehen, so sind die sich zeigenden Erscheinungen den vorigen ganz ähnlich. Sind die beiden Hauptschnitte parallel oder senkrecht, so erscheint nur ein Bild, in allen übrigen Lagen zwei Bilder, welche ausser, wenn die Hauptschnitte einen Winkel von 45^0 mit einander bilden, eine ungleiche Helligkeit besitzen. Der Unterschied zwischen diesen und den vorigen Erscheinungen ist nur der, dass bei paralleler Stellung der Hauptschnitte im zweiten Krystalle nicht wie

vorher das ordentliche, sondern das ausserordentliche, verschobene, Bild auftritt; erst bei einer Drehung tritt das ordentliche Bild auf, nimmt an Helligkeit zu und ist bei einer Drehung von 90° allein vorhanden. Drehen wir von da an weiter, so sind die sich jetzt darbietenden Erscheinungen genau dieselben, als wenn wir bei Anwendung des ordentlichen Strahles von der Parallelstellung der Hauptschnitte ausgehen. Es treten also in diesem Falle die mit den vorigen identischen Lichterscheinungen auf, wenn wir von einer Stellung ausgehen, bei welcher die Krystalle ursprünglich um 90° gedreht sind.

Bei Anwendung des ordentlichen aus dem ersten Kalkspathe austretenden Strahles zeigt also der ordentliche aus dem zweiten Krystalle austretende Strahl folgendes. Bei paralleler Stellung der Hauptschnitte ist er fast eben so hell als das auf den Krystall auffallende Licht; bei einer Drehung der Hauptschnitte nimmt seine Intensität immer mehr und mehr ab, und stehen die Hauptschnitte senkrecht auf einander, so ist seine Intensität gleich 0, es tritt kein ordentlicher Strahl aus dem zweiten Krystalle aus. Es zeigt sich somit, dass das aus dem ersten Krystall heraustretende Licht in demselben eine bestimmte Veränderung erfahren hat, welche es von dem einfallenden Licht unterscheidet. Dieselbe besteht darin, dass das Licht nicht unter allen Umständen im zweiten Krystall in zwei Strahlen zerfällt und nur unter ganz bestimmten in zwei Strahlen gleicher Intensität. Man nennt daher das aus dem Krystall austretende Licht *polarisirt*.

Die Modification lässt sich am besten dahin charakterisiren, dass das polarisirte Licht nicht rings um die Fortpflanzungsrichtung sich gleich verhält, sondern dass an ihm sich jetzt ein Rechts oder Links von einem Oben und Unten unterscheiden lässt. Denken wir uns durch den aus dem ersten Krystall austretenden Strahl eine dem ersten Hauptschnitte parallele Ebene gelegt, so können wir diese Ebene als für den Strahl charakteristisch betrachten. Ist der zweite Hauptschnitt mit dieser durch den Strahl gelegten festen Ebene parallel, so geht das Licht als ordentlicher Strahl durch den zweiten Krystall; bildet der Hauptschnitt mit dieser durch den polarisirten Strahl gelegten festen Ebene einen Winkel, so kann der Strahl immer weniger als ordentlicher durch den zweiten Krystall hindurchgehen, und steht er senkrecht zu jener festen Ebene, so kann der polarisirte Strahl gar nicht als ordentlich gebrochener durch den zweiten Krystall hindurchtreten. In Bezug auf diese feste Ebene verhält sich der Strahl ferner ganz symmetrisch; denn sobald der zweite Hauptschnitt mit dieser Ebene denselben Winkel bildet, sei es, dass er nach der einen oder nach der andern Seite gedreht sei, so ist die Intensität des aus dem zweiten Krystall austretenden ordentlichen Strahles immer dieselbe. Wir nennen daher diese Ebene die Polarisationsebene des Strahles, und den

aus dem ersten Krystall austretenden ordentlichen Strahl im Hauptschnitte polarisirt.

Auch der ausserordentliche aus dem ersten Krystall austretende Strahl ist polarisirt, aber jene charakteristische Ebene, mit welcher der zweite Hauptschnitt parallel sein muss, damit der Strahl ungeschwächt als ordentlicher durch den zweiten Krystall hindurchgehen kann, steht zu derjenigen im ordentlichen Strahle senkrecht; denn der zweite Hauptschnitt muss zu dem ersten Hauptschnitte senkrecht stehen, wenn der aus dem ersten Krystall austretende ausserordentliche Strahl als ordentlicher durch den zweiten Krystall hindurchtreten soll. Der aus dem ersten Kalkspath austretende ausserordentliche Strahl ist demnach der angenommenen Bezeichnung gemäss in einer Ebene polarisirt, welche senkrecht ist zum Hauptschnitt des Krystalles, also auch senkrecht zur Polarisationsebene des ordentlichen Strahles. Man nennt daher diesen Strahl senkrecht zum Hauptschnitte des ersten Krystalles polarisirt.

Aus diesen Thatsachen folgt somit, dass das auf einen Kalkspath fallende und in denselben eindringende Licht in zwei Strahlen zerlegt wird, welche senkrecht zu einander polarisirt sind. Das polarisirte Licht unterscheidet sich für das Auge in nichts von dem unpolarisirten gewöhnlichen Lichte; denn für das Auge haben die beiden aus dem Kalkspath austretenden Strahlen die gleiche Beschaffenheit, sowohl wenn man sie untereinander, als wenn man sie mit dem natürlichen Lichte vergleicht.

Um Licht als polarisirtes zu erkennen, muss man es mit einem Apparate untersuchen, welcher dem natürlichen Lichte selbst Polarisation ertheilt. Mit dem Kalkspathe untersucht, zerfällt das natürliche Licht stets in Bündel gleicher Helligkeit, wie man sich leicht überzeugt, und wie Malus[1]) durch photometrische Vergleichungen überdies nachwies. Polarisirtes Licht zerfällt dagegen in zwei Bündel verschiedener Helligkeit, ausser wenn der Hauptschnitt des zweiten Kalkspathes mit der Polarisationsebene des Strahles einen Winkel von 45° bildet. Durch photometrische Vergleichung des ordentlich und des ausserordentlich gebrochenen Bündels fand Malus, dass sich die Intensitätsänderung beider durch folgendes einfache Gesetz darstellen liess. Ist J^2 die Intensität des auf den Kalkspath fallenden polarisirten Lichtes, und bildet der Hauptschnitt desselben mit der Polarisationsebene des einfallenden Lichtes den Winkel α, so ist die Intensität des ordentlich gebrochenen Strahles J^2_o gleich

$$J^2_o = J^2 . \cos^2 \alpha,$$

diejenige des ausserordentlich gebrochenen Bündels J^2_e aber

$$J^2_e = J^2 \sin^2 \alpha.$$

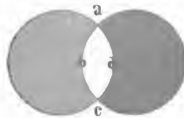
[1]) Malus. Théorie de la double réfraction. Paris 1810.

Es ist schwierig, durch directe photometrische Messung dieses Gesetz nachzuweisen, für die Richtigkeit kann man aber einen Beleg auf sehr einfache Weise erhalten. Aus demselben folgt nämlich, dass die Summe der Intensitäten des ordentlich und ausserordentlich gebrochenen Strahles constant, und gleich der Intensität des in den Kalkspath eintretenden Lichtes sein muss, denn

$$J^2_o + J^2_e = J^2(\sin^2\alpha + \cos^2\alpha) = J^2.$$

Wendet man nun als zweiten Kalkspath einen Krystall von geringer Dicke an, so fallen die beiden Lichtbündel, welche aus dem Krystall austreten, nur zum Theil auseinander. Hat das aus dem ersten Krystall austretende Lichtbündel einen kreisförmigen Querschnitt, so erscheinen auf einem hinter dem zweiten Kalkspath aufgestellten Schirme zwei kreisförmige helle Flecke, welche, wenn der Krystall keine zu grosse Dicke hat, zum Theil wie in Fig. 98 übereinander fallen. Der eine dieser Kreise ist das ordentliche, der andere das ausserordentliche Bild des den Krystall durchsetzenden Strahlenbündels; dort, wo sie sich decken in *abcd*, erscheinen auf dem Schirme beide Bündel zugleich, diese Stelle besitzt also die Summe der Helligkeiten der einzelnen Bündel. Welches nun auch die Stellung des Hauptschnittes zur Polarisationsebene des in den Krystall eindringenden Strahlenbündels ist, diese Stelle hat immer die gleiche Helligkeit; die Helligkeit dieses Fleckes ist zugleich nur wenig von der verschieden, welche sich zeigt, wenn das polarisirte Lichtbündel direct den Schirm beleuchtet und ist gleich der, welche der eine dieser Kreise, z. B. das ordentliche Bild zeigt, wenn der Hauptschnitt der Polarisationsebene parallel ist. Der Unterschied in der Helligkeit des Fleckes *abcd* und des hellen Kreises, der auf dem Schirme erscheint, wenn das polarisirte Lichtbündel ohne Zwischensetzung des Kalkspathes denselben beleuchtet, rührt her von der geringen Menge des am Kalkspath reflectirten und in demselben absorbirten Lichtes.

Fig. 98.



Die Summe der Intensitäten des durch einen Kalkspath von unpolarisirtem Lichte erzeugten ordentlichen und ausserordentlichen Strahles ist ebenfalls bis auf diesen Unterschied gleich der Intensität des einfallenden unpolarisirten Lichtes. Daraus folgt der für das Verständniss der Polarisationserscheinungen wichtige Satz, dass durch die Polarisation nicht ein Theil des einfallenden Lichtes fortgenommen wird, sondern dass der Kalkspath das durchtretende Licht nur in zwei zu einander senkrecht polarisirte Strahlenbündel zerlegt.

Erklärung der Polarisation; Querschwingungen. Der Name polarisirtes Licht rührt her von der Vorstellung, welche Malus nach der 59

Emissionstheorie von dem Wesen desselben bildete. Er nahm an, dass die Moleküle in einem unpolarisirten Strahle alle möglichen, in einem polarisirten Strahle dagegen nur eine bestimmte Richtung haben könnten. Der Akt der Polarisation bestand dann eben in der Gleichrichtung der Moleküle. Die Undulationstheorie hat diesen einmal eingeführten Namen beibehalten.

Das Phänomen der Polarisation galt lange Zeit für die Undulationstheorie als unerklärlich, und dieses war es, was Newton[1]) bestimmte, der Huyghens'schen Theorie entgegen die Emissionstheorie aufrecht zu erhalten. Diese Unerklärlichkeit besteht aber nur so lange, als man über die Richtung der das Licht erzeugenden Aetherschwingungen eine falsche Annahme machte. Die Vibrationen des Aethers können nämlich entweder in der Richtung der Fortpflanzung des Lichtes also senkrecht zu den Lichtwellen oder in einer zur Fortpflanzungsrichtung senkrechten Richtung parallel zur Ebene der Lichtwellen geschehen, also longitudinal oder transversal, oder sie können in einer zwischen beiden liegenden Richtung vor sich gehen.

Nimmt man an, die Lichterscheinungen seien longitudinale, so ist allerdings der Akt der Polarisation so wie der Zustand des polarisirten Lichtes absolut unverständlich, denn dann ist keine Modification denkbar, durch welche eine Seite des Strahles von der andern verschieden sein sollte, dann muss der Strahl rings nach allen Seiten sich ganz gleich verhalten.

Anders jedoch, wenn wir annehmen, dass die Schwingungen des Aethers gegen den Lichtstrahl geneigt seien. Es ist leicht ersichtlich, dass der Lichtstrahl dann eine bestimmte Seitlichkeit haben kann; wir haben nur anzunehmen, dass die Schwingungen des Aethers in einer bestimmten durch die Fortpflanzungsrichtung gelegten Ebene vor sich gehen. Diese oder eine zu ihr senkrechte Ebene wird dann vor allen übrigen Ebenen ausgezeichnet sein, indem die schwingenden Aethertheilchen in der einen fortwährend bleiben, von der andern dagegen sich abwechselnd nach der einen oder andern Richtung entfernen.

Eine dieser beiden Ebenen wird dann die Polarisationsebene sein, welche, das lässt sich hier und bis jetzt überhaupt nicht entscheiden, so dass wir nicht entscheiden können, ob im polarisirten Lichte die Vibrationen des Aethers in der Polarisationsebene oder zu ihr senkrecht erfolgen.

Auch ein nicht polarisirter Lichtstrahl, ein solcher ohne alle Seitlichkeit lässt sich mit der Annahme von Schwingungen, welche gegen die Fortpflanzungsrichtung geneigt sind, verstehen. In dem natürlichen Lichte werden die Schwingungen des Aethers nach allen durch die

---

[1]) Newton. Optice liber III quaestio 29.

Fortpflanzungsrichtung gelegten Ebenen vor sich gehen, und zwar in sehr kurzer Zeitfolge nach allen in ganz gleichem Maasse. In einem solchen Strahle kann es keine Seitlichkeit geben; denn in jeder durch den Strahl gelegten Ebene wird sich dann der Aether eine Zeitlang hin und her bewegen, und dann eine unmessbar kleine Zeit später sich von derselben abwechselnd nach der einen abwechselnd nach der andern Richtung entfernen.

Der Akt der Polarisation bestände dann darin, dass die im natürlichen Lichte nach allen Richtungen ohne Unterschied vor sich gehenden Oscillationen, nach zwei zu einander senkrechten Richtungen zerlegt werden. Durch den Doppelspath würde dann nur Licht hindurchdringen können, welches entweder im Hauptschnitte oder senkrecht zu demselben seine Schwingungen vollführt. Die ankommenden Schwingungen, nach welcher Richtung sie auch geschehen, werden dann in zwei zu einander senkrechte Componenten zerlegt, deren eine im Hauptschnitt ihre Schwingungen vollführt, die andere dazu senkrecht ist, und welche sich getrennt durch den Krystall fortpflanzen.

Sehr bald nun, nachdem Malus durch seine glänzenden Entdeckungen wieder die Aufmerksamkeit der Physiker auf die Erscheinungen der Polarisation gelenkt hatte, nahmen die Begründer der neuern Undulationstheorie die Hypothese der seitlichen Schwingungen an. Young hatte das Princip der Interferenz, Fresnel die Gesetze der Lichtbeugung noch unter Annahme longitudinaler Schwingungen entwickelt, jetzt kamen beide unabhängig von einander auf die Annahme seitlicher Schwingungen.[1])

Bei Annahme dieser sind nun noch, wie wir sahen, zwei Fälle möglich, entweder sind die Schwingungen zur Fortpflanzungsrichtung des Lichtes senkrecht, oder unter einem andern Winkel gegen dieselbe geneigt. Von diesen Möglichkeiten wählten Young und Fresnel sofort die erstere, für welche dann Fresnel auch bald die überzeugendsten Beweise beibrachte; also, dass im polarisirten Lichte die Schwingungen des Aethers zur Fortpflanzungsrichtung senkrecht seien. Polarisirtes Licht ist nach dieser Annahme demnach solches, bei dem der ganzen Länge der Strahlen nach die Vibrationen einander parallel, also in einer durch den Strahl gelegten Ebene und zwar senkrecht zur Fortpflanzungsrichtung des Lichtes vor sich gehen.

Fresnel fügte dann die weitere Annahme hinzu[2]), dass im polarisirten Lichte die Schwingungen senkrecht gegen jene Ebene geschehen, welche wir die Polarisationsebene genannt haben. Die Schwingungen

[1]) Fresnel. Mémoires de l'Acad. royale de France T. VII. Poggend. Annalen Bd. XXIII.

[2]) Fresnel a. a. O. P. A. XXIII. p. 387.

des Aethers im ordentlich gebrochenen durch den Kalkspath tretenden Strahl, dessen Polarisationsebene, wie wir sahen, der Hauptschnitt des Krystalles ist, geschehen nach dieser Annahme senkrecht zum Hauptschnitte, die des ausserordentlich gebrochenen senkrecht zum Hauptschnitt polarisirten Strahles im Hauptschnitt.

Wir können daher beim polarisirten Lichte zwei Ebenen als charakteristische bezeichnen, die Polarisationsebene, welche wir durch die Untersuchung bestimmen, ob der polarisirte Strahl in einem Kalkspath ordentlich gebrochen ist oder ausserordentlich, und die zur Polarisationsebene senkrechte Schwingungsebene.

60 **Experimenteller Nachweis der Querschwingungen.** Die Annahme, dass das polarisirte Licht aus Schwingungen bestehe, welche zur Fortpflanzungsrichtung des Lichtes senkrecht sind, war zunächst eine Hypothese, welche der ursprünglichen Theorie, dass das Licht aus Schwingungen des Aethers bestehe, hinzugefügt wurde, um die Polarisation des Lichtes verstehen zu können. Bald indess gelangte Fresnel in Gemeinschaft mit Arago dahin, experimentell den Nachweis zu führen, dass, wenn überhaupt das Licht in einer vibrirenden Bewegung des Aethers bestehe, die Schwingungen nur transversale sein könnten, dass also die Annahme derselben nicht eine neue der ursprünglichen Theorie hinzugefügte Hypothese sei, sondern eine nothwendige Folge aus dem einen obersten Grundsatze, dass das Licht eine schwingende Bewegung sei, und aus den beobachteten Thatsachen. Diese Thatsachen sind die Interferenzerscheinungen des polarisirten Lichtes, welche Fresnel und Arago in den vier nach ihnen benannten Gesetzen aussprachen.[1]) Die beiden ersten dieser Gesetze liegen dem Beweise der Querschwingungen zum Grunde. Dieselben sind:.

1) Zwei polarisirte Lichtstrahlen, deren Polarisationsebenen einander parallel sind, interferiren wie gewöhnliches Licht.

2) Zwei polarisirte Lichtstrahlen, deren Polarisationsebenen zu einander senkrecht sind, interferiren gar nicht. Sie geben immer dieselbe Intensität bei ihrem Zusammenwirken, die Phasendifferenz mag sein, welche sie will.

Diese beiden Gesetze wurden von Fresnel und Arago im Jahre 1816 entdeckt; der Nachweis derselben ist auf die verschiedenste Weise zu führen. Der einfachste ist folgender. Zwischen die Lichtlinie und die Spiegel bei dem Fresnel'schen Spiegelversuch bringt man einen Kalkspathkrystall, und lässt von den beiden den Krystall verlassenden Strahlenkegeln nur den einen, entweder den ordentlich gebrochenen oder den ausserordentlich gebrochenen auf die Spiegelcombination fallen. Auf

---

[1]) Fresnel u. Arago. Annales de chim. et de phys. Bd. X.

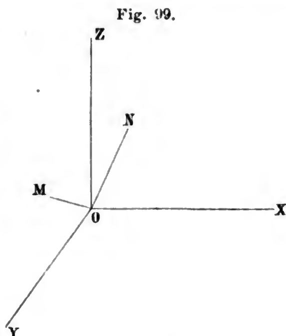
einem in der früher angegebenen Weise vor den Spiegeln aufgestellten Schirme erscheinen dann die Interferenzstreifen gerade so wie im gewöhnlichen unpolarisirten Lichte.

Um das zweite Gesetz nachzuweisen, wandten die beiden Physiker einen Turmalinkrystall an. Derselbe besitzt, wie der Kalkspath die Eigenschaft, das in ihn eintretende Licht in zwei zu einander senkrecht polarisirte Strahlen zu zerlegen; hat dabei aber die Eigenthümlichkeit, von diesen beiden nur einen, nämlich den ausserordentlich gebrochenen Strahl hindurch zu lassen.

Man erhält also durch eine Turmalinplatte nur einen polarisirten Lichtstrahl. Der Turmalin krystallisirt wie der Kalkspath im hexagonalen System; der aus demselben austretende Strahl ist senkrecht zur Axe des Krystalles polarisirt. Aus einer Platte, deren Flächen einander und der Axe des Krystalles parallel sind, schneidet man zwei gleiche Stücke heraus. Man bringt diese beiden Stücke dann vor zwei enge Oeffnungen, durch welche man Licht in ein dunkles Zimmer dringen lässt. Wenn nun die Platten so vor den Oeffnungen angebracht sind, dass die Krystallaxen auf einander senkrecht stehen, wodurch auch die Polarisationsebenen der durch die beiden hindurchgehenden Strahlen zu einander senkrecht werden, so interferiren die durch beide Oeffnungen dringenden Strahlen nicht, es treten nur die jeder einzelnen Oeffnung angehörigen Beugungserscheinungen auf. Sobald aber die Platten etwas gedreht werden, so dass die Axen nicht mehr zu einander senkrecht sind, treten auch wieder die Interferenzstreifen auf, welche von der Einwirkung der durch die verschiedenen Oeffnungen eintretenden Strahlen auf einander herrühren.

„Dieser Versuch lehrt, sagt Fresnel[1]), dass zwei Lichtbündel, die nach unter sich rechtwinkligen Ebenen polarisirt sind, bei ihrer Vereinigung Licht geben von gleicher Intensität, wie viel auch der Unterschied in den Wegen betrage, die sie von ihrer gemeinschaftlichen Quelle an durchlaufen haben. Aus dieser Thatsache folgt nothwendig, dass in den beiden Lichtbündeln die Vibrationen gegen einander und gegen die Richtung der Strahlen senkrecht sind."

Fig. 99.



Es lässt sich das leicht mit Hülfe

[1]) Fresnel. Mémoires de l'Acad. royale de France Tome VII. Poggend. Ann. XXIII.

der im dritten Abschnitt des ersten Theiles entwickelten Sätze über die Zusammensetzung schwingender Bewegungen nachweisen.

Legen wir, um den Beweis zu führen, durch die den beiden Strahlen gemeinsame Fortpflanzungsrichtung OX (Fig. 99) ein dreiaxiges rechtwinkliges Coordinatensystem, dessen Axe X mit der Fortpflanzungsrichtung der Strahlen zusammenfällt, dessen Axen Y und Z dazu senkrecht sind. Nun soll ferner die Richtung, in welcher die Theilchen oscilliren, bei dem einen Strahle OM mit den Axen die Winkel bilden $MOX = \alpha$, $MOY = \beta$, $MOZ = \gamma$ bei dem zweiten Strahle ON die Winkel $NOX = \alpha'$, $NOY = \beta'$, $NOZ = \gamma'$.

Seien nun die Gleichungen der beiden Strahlen

$$V = A \,.\, \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right), \qquad V' = B \,.\, \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} - \frac{\delta}{\lambda}\right),$$

so erhalten wir die nach den drei Axen gerichteten Componenten der Verschiebungen für den ersten Strahl durch

$$C_x \;\ldots\ldots\; A \,.\, \cos\alpha \,.\, \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$$

$$C_y \;\ldots\ldots\; A \,.\, \cos\beta \,.\, \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$$

$$C_z \;\ldots\ldots\; A \,.\, \cos\gamma \,.\, \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$$

und, für den zweiten Strahl dem entsprechend,

$$C_x \;\ldots\ldots\; B \,.\, \cos\alpha' . \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} - \frac{\delta}{\lambda}\right)$$

$$C_y \;\ldots\ldots\; B \,.\, \cos\beta' . \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} - \frac{\delta}{\lambda}\right)$$

$$C_z \;\ldots\ldots\; B \,.\, \cos\gamma' . \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} - \frac{\delta}{\lambda}\right)$$

Nach dem Interferenzgesetze ist nun die resultirende Verschiebung nach jeder der 3 Axen in Folge des Zusammenwirkens der beiden Strahlen einfach die algebraische Summe der Verschiebungen der einzelnen Strahlen.

Nennen wir die der X-Axe parallele resultirende Verschiebung X, so ist

$$X = A \,.\, \cos\alpha \,.\, \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) + B \,.\, \cos\alpha' . \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} - \frac{\delta}{\lambda}\right).$$

Wir können nun wie früher diese Summe auf die Form bringen

$$X = D_x \,.\, \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} - \frac{\Delta}{\lambda}\right)$$

und erhalten dann als resultirende Amplitude

$$D_x^2 = A^2 \cos^2\alpha + B^2 \cos^2\alpha' + 2AB \,.\, \cos\alpha \cos\alpha' . \cos 2\pi \frac{\delta}{\lambda}.$$

Führen wir nun dieselben Rechnungen für die Componenten der Verschiebung nach den andern Axen durch, so erhalten wir ganz ent-

sprechende Ausdrücke für die Amplituden der nach diesen gerichteten Verschiebungen, nämlich

$$D_y^2 = A^2 . \cos^2 \beta + B^2 \cos^2 \beta' + 2AB . \cos \beta \cos \beta' . \cos 2\pi \frac{\delta}{\lambda}$$

$$D^2_z = A^2 . \cos^2 \gamma + B^2 . \cos^2 \gamma' + 2AB . \cos \gamma . \cos \gamma' . \cos 2\pi \frac{\delta}{\lambda} .$$

Diese 3 nach den Richtungen der Axen stattfindenden Verschiebungen setzen sich nun zu einer Gesammtresultirenden zusammen, deren Amplitude nach einem Satze aus der analytischen Mechanik erhalten wird aus der Gleichung

$$R^2 = D^2_x + D^2_y + D^2_z .$$

Es ist somit

$$R^2 = A^2 (\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma) + B^2 (\cos^2 \alpha' + \cos^2 \beta' + \cos^2 \gamma') + \\ + 2AB . \cos 2\pi \frac{\delta}{\lambda} (\cos \alpha . \cos \alpha' + \cos \beta . \cos \beta' + \cos \gamma . \cos \gamma').$$

Nach einem Satze aus der analytischen Geometrie des Raumes ist nun die Summe der Quadrate der Cosinus der drei Winkel, welche eine Richtung mit den 3 Coordinatenaxen bildet immer gleich 1, somit ist

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = \cos^2 \alpha' + \cos^2 \beta' + \cos^2 \gamma' = 1$$

und deshalb

$$R^2 = A^2 + B^2 + 2AB . \cos 2\pi \frac{\delta}{\lambda} (\cos \alpha \cos \alpha' + \cos \beta . \cos \beta' + \cos \gamma . \cos \gamma').$$

Nach dem zweiten der angeführten Gesetze ist nun die durch das Zusammenwirken zweier nach der gleichen Richtung sich fortpflanzenden senkrecht zu einander polarisirter Strahlen resultirende Intensität unabhängig von der Phasendifferenz der interferirenden Strahlen. Es muss daher

$$R^2 = \text{const.}$$

Das ist aber nur dann möglich, wenn in dem Ausdrucke für R^2 das von der Phasendifferenz δ abhängige Glied gleich 0 ist, welchen Werth auch δ haben mag. Da nun A und B jedenfalls von 0 verschieden sind, so kann das nur dadurch möglich sein, dass

$$\cos \alpha . \cos \alpha' + \cos \beta . \cos \beta' + \cos \gamma . \cos \gamma' = 0.$$

In der analytischen Geometrie des Raumes wird nun bewiesen, dass die Summe dieser drei Producte gleich dem Cosinus des Winkels ist, welchen die beiden Richtungen mit einander einschliessen, die mit den Axen die Winkel α, β, γ resp. α', β', γ' bilden, also gleich dem Cosinus des Winkels MON, den die beiden Schwingungsrichtungen mit einander bilden. Da nun dieser Cosinus gleich 0 ist, so folgt, dass der Winkel $MON = 90^0$ ist, oder dass die Schwingungsrichtungen der beiden senkrecht zu einander polarisirten Strahlen stets zu einander senkrecht sind.

Daraus und aus dem ersten Gesetze folgt dann auch, dass die Schwingungen senkrecht zur Fortpflanzungsrichtung des Lichtes sind. Denn eine Drehung der Polarisationsebene eines der beiden Strahlen be-

wirkt, dass die aus ihrer Interferenz resultirende Intensität von der Phasendifferenz wieder abhängig ist. Dann ist deshalb

$$\cos\alpha . \cos\alpha' + \cos\beta . \cos\beta' + \cos\gamma . \cos\gamma' \gtrless 0,$$

oder der Winkel, den die Schwingungsrichtungen mit einander bilden, ist kleiner wie ein Rechter.

Daraus folgt zunächst, dass in keinem Strahle die Schwingungen longitudinal erfolgen können, da dann eine Drehung der Polarisationsebene keine Aenderung des Winkels *MON* zu Folge haben kann.

Drehen wir aber die Polarisationsebene um 90°, so ist nach dem ersten Gesetze

$$\cos\alpha . \cos\alpha' + \cos\beta . \cos\beta' + \cos\gamma . \cos\gamma' = 1,$$

also

$$\sphericalangle\, MON = 0.$$

Denn nach dem ersten Gesetze interferiren parallel polarisirte Lichtstrahlen wie gewöhnliches Licht und für dieses wird nach dem vorigen Kapitel die resultirende Amplitude bestimmt durch

$$R^2 = A^2 + B^2 + 2AB . \cos 2\pi \frac{\delta}{\lambda}.$$

Wären nun die Schwingungsrichtungen der beiden Strahlen nur senkrecht zu einander, ohne es zur Fortpflanzungsrichtung des Lichtes zu sein, so würde eine Drehung des einen um die Fortpflanzungsrichtung um 90° nicht bewirken können, dass die Schwingungsrichtungen zusammenfielen. Sie würden dann zwar in einer Ebene liegen, aber in dieser einen gewissen Winkel mit einander bilden müssen.

Es folgt somit aus diesen beiden Gesetzen, dass im polarisirten Lichte nur Schwingungen vorhanden sein können, welche senkrecht zur Fortpflanzungsrichtung des Lichtes sind, und weiter, da die in senkrecht zu einander polarisirten Strahlen vorhandenen Vibrationen immer senkrecht zu einander sind, dass in jedem die sämmtlichen Schwingungen einander parallel sind, also in einer durch den Strahl gelegten Ebene geschehen. Nach unserer Annahme ist diese Ebene senkrecht zur Polarisationsebene.

Wenn nun im polarisirten Lichte nur solche Schwingungen vorhanden sind, welche zur Fortpflanzungsrichtung des Lichtes senkrecht sind, so muss für das unpolarisirte Licht dasselbe gelten[1]). Denn wenn ein Bündel gewöhnlichen Lichtes senkrecht auf einen Kalkspath-Krystall fällt, wird er in zwei polarisirte Bündel zerlegt, welche keine longitudinale Vibrationen mehr enthalten. Wären nun solche im einfallenden Lichte vorhanden gewesen, so müssten sie vollständig zerstört sein.

Dies würde aber eine Verminderung der lebendigen Kraft der Aether-

---

[1]) Fresnel a. a. O. Poggend. Ann. XXIII. p. 387.

bewegung und folglich eine Schwächung des Lichtes zur Folge haben. Dem widerspricht aber die Erfahrung. Denn die beiden aus dem Krystall austretenden Bündel geben bei ihrer Vereinigung ein dem einfallenden an Intensität gleiches Licht, wenn man dazu die geringe am Krystall reflectirte Lichtmenge hinzunimmt. Dass die longitudinalen Vibrationen in dieser Lichtmenge enthalten seien, kann man nicht annehmen, da dieses Licht durch einen zweiten Krystall gerade so polarisirt wird wie das Licht, welches den ersten Krystall durchstrahlt hat. Es folgt daraus, dass auch das gewöhnliche unpolarisirte Licht nur Vibrationen enthalte, welche senkrecht zur Fortpflanzungsrichtung des Lichtes sind, oder dass es aus einer Zusammenhäufung oder sehr raschen Aufeinanderfolge einer grossen Menge nach allen Azimuthen polarisirter Wellensysteme bestehe.

Diesen Schluss hat Dove [1]) experimentell bestätigt. Wenn man nämlich eine grosse Menge von Elementarstrahlen, deren jeder nach einem bestimmten Azimuthe polarisirt ist, bei denen aber alle Azimuthe ganz gleichmässig vertreten sind, an einem Punkte zusammentreffen lässt, so darf der aus allen diesen Strahlen resultirende Strahl keine Spur von Polarisation zeigen.

Dove liess nun in einen abgestumpften gläsernen Hohlkegel, dessen Seite unter einem Winkel von 35° gegen die Axe geneigt war, der Axe parallel ein Bündel Sonnenstrahlen fallen. In einem bestimmten Punkte unterhalb der Axe werden alle die rings von der glänzenden Kegelfläche reflectirten Strahlen vereinigt. Wie wir demnächst sehen werden, ertheilt auch die Reflexion von einer Glasfläche, wenn das Licht gegen die reflectirende Fläche unter einem Winkel von 35° geneigt ist, dem reflectirten Lichte Polarisation, so zwar, dass die Reflexionsebene die Polarisationsebene des reflectirten Lichtes ist. Wie nun in diesem Kegel Reflexionsebenen nach allen Azimuthen vorhanden sind, da eine Kreisfläche die sämmtlichen Einfallslothe des Kegelmantels darstellt, so sind auch die Polarisationsebenen des reflectirten Lichtes, deren jedem einzelnen reflectirten Strahle eine bestimmte zukommt, nach allen Azimuthen gerichtet. Demgemäss zeigte das in der Axe des Kegels unterhalb vereinigte Licht keine Spur von Polarisation; es war also Dove gelungen, aus nur polarisirten Strahlen einen unpolarisirten Strahl herzustellen.

Noch auf eine andere Weise hat Dove [2]) gezeigt, dass man das natürliche Licht als eine sehr rasche Aufeinanderfolge von nach allen Azimuthen polarisirtem Lichte betrachten kann. Er polarisirte ein Bündel Sonnenstrahlen durch einen Kalkspath und versetzte letztern dann in eine sehr rasche gleichmässige Rotation. Der Hauptschnitt desselben

---

[1]) Dove. Farbenlehre. p. 103. Berlin 1853.
[2]) Dove. Poggend. Ann. Bd. 71.

erhielt dadurch in rascher Folge alle möglichen Lagen, die Polarisationsebene des ordentlichen Strahlenbündels, welche dem Hauptschnitte parallel ist, erhielt demnach ebenfalls in rascher Folge alle möglichen Lagen. Durch einen zweiten Kalkspath untersucht, zeigte das austretende Strahlenbündel auch keine Spur von Polarisation; in jeder Lage des zweiten Krystalles traten aus demselben zwei Bündel gleicher Intensität.

Aus allem dem folgt, dass die Vorstellung, welche Fresnel von dem unpolarisirten Lichte gebildet hat, die richtige ist. Wir können dieselbe nach dem Vorgange dieses Physikers folgendermassen weiter ausführen[1]).

Das in einem bestimmten Momente von einer gegebenen Lichtquelle ausfliessende Licht hat eine bestimmte Polarisation, das heisst, die Aetherschwingungen geschehen nach einer bestimmten Richtung. In dem folgenden, dem ersten äusserst nahen Zeitmomente fliesst dann von der Lichtquelle ein Strahl aus, dessen Polarisationsebene gegen die des ersten geneigt ist; so folgen Strahlen auf Strahlen mit immer anderer Polarisationsrichtung, so dass an einer bestimmten Stelle im fortgepflanzten Lichtstrahle auch während der kleinsten messbaren Zeit, die Richtung der Schwingungen alle möglichen Azimuthe durchläuft.

61 **Polarisation des Lichtes durch Reflexion und Brechung.** Das von Huyghens entdeckte Phänomen einer Zerlegung der Lichtschwingungen nach zwei zu einander senkrechten Ebenen, denn als solche können wir nach dem Vorigen die Polarisation des Lichtes betrachten, blieb trotz des Aufsehens, welches es anfangs erregte, mehr als 100 Jahre eine vereinzelte Thatsache. Erst im Jahre 1810 brachte Malus dasselbe zu grösserer Bedeutung, als er bei seinen Untersuchungen über die Doppelbrechung die wichtige Thatsache auffand, dass es noch andere Methoden gebe, um polarisirtes Licht zu erhalten[2]). Er zeigte nämlich, dass, wenn Licht von einer Glas- oder Wasserfläche unter einem bestimmten Winkel reflectirt wurde, die reflectirten Strahlen alle die Eigenschaften erhalten, welche man bis dahin an dem durch einen Doppelspath hindurchgegangenen Lichte beobachtet hatte. Wenn die unter diesem Winkel reflectirten Strahlen von einem Kalkspathe aufgenommen wurden, waren die beiden denselben verlassenden Strahlen nicht von gleicher Intensität, und die Intensität beider Strahlen änderte sich je nach der Lage des Hauptschnittes des Krystalles zur Reflexionsebene. Fiel der Hauptschnitt mit der Reflexionsebene zusammen, so trat aus dem Kalkspath nur das ordentliche Bild, wurde der Krystall gedreht, so erschien auch der ausserordentliche Strahl, seine Intensität nahm zu, die des ordentlichen Strahles ab, und bildete der Hauptschnitt mit der Reflexionsebene einen rechten

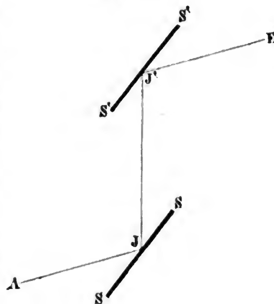
---

[1]) Fresnel. Annales de chim. et de phys. Tome XVII. Poggend. Ann. XXII.
[2]) Malus. Mémoires d'Arcueil. 2. p. 143.

Winkel, so zeigte sich nur der ausserordentliche Strahl. Das reflectirte Licht verhielt sich also gerade so, wie der ordentliche Strahl des durch einen Kalkspath hindurchgegangenen Lichtes, dessen Hauptschnitt parallel der Reflexionsebene ist. Das Licht ist somit in der Reflexionsebene polarisirt.

Wenn man das durch Reflexion an einer Glasfläche polarisirte Licht einer zweiten Reflexion aussetzt, so zeigen sich in dem zweimal reflectirten Lichte ähnliche Aenderungen der Helligkeit, als wenn man von dem nach der Reflexion durch einen Kalkspath tretenden Lichte nur das ordentliche Bild betrachtet. Lässt man einen Lichtstrahl *AJ* auf einen Spiegel von Glas fallen, so dass der Einfallswinkel ungefähr 55⁰ beträgt, dann ist der reflectirte Strahl *JJ'* in der Einfallsebene polarisirt. Stellt man nun dem ersten einen zweiten Spiegel *SS'* parallel gegenüber, so dass auch auf diesen der Strahl *JJ'* unter einem Winkel von ca. 55⁰ auftrifft, so wird der reflectirte Strahl *J'E* an Intensität verschieden, je nach der Lage der Reflexionsebene des zweiten Spiegels. Fallen beide Reflexionsebenen wie in Fig. 100 zusammen, so ist die Intensität des reflectirten Strahles *J'E* am grössten. Dreht man nun den zweiten Spiegel *SS'* um den einfallenden Strahl *JJ'* als Axe, so dass die Reflexionsebene dieses Spiegels mit derjenigen des ersten immer grössere Winkel bildet, so wird die Intensität des nach *E* reflectirten Strahles immer geringer und stehen die Reflexionsebenen der beiden Spiegel auf einander senkrecht, so wird gar kein Licht reflectirt.

Fig. 100.



Nach den Versuchen von Malus ist die Intensität des von dem zweiten Spiegel reflectirten Lichtes dem Quadrate des Cosinus desjenigen Winkels proportional, welchen die beiden Reflexionsebenen mit einander bilden. Oder ist die Intensität des reflectirten Lichtes J, wenn die beiden Ebenen wie in Fig. 100 parallel sind, so ist sie

$$J \cdot \cos^2 \alpha,$$

wenn die beiden Ebenen einen Winkel α mit einander bilden. Dieses Gesetz ist eine nothwendige Folge der entwickelten Beschaffenheit des polarisirten Lichtes und der Beobachtung, dass unter dem angegebenen Winkel von einem Glasspiegel nur Licht reflectirt wird, welches parallel der Reflexionsebene polarisirt ist. Denn fällt dann auf den Spiegel Licht, welches nach einer Ebene polarisirt ist, welche mit der Reflexionsebene

den Winkel α bildet, so kann nur jene Componente der Schwingungen reflectirt werden, welche bei einer Zerlegung der Schwingungen des einfallenden Lichtes in eine zur Reflexionsebene senkrechte und eine zu ihr parallele Componente, senkrecht zur Reflexionsebene ist. Da die Schwingungen im einfallenden Lichte mit der zur Reflexionsebene senkrechten Ebene den Winkel α bilden, so ist jene Componente proportional $\cos \alpha$. Die dem Quadrate der Amplituden proportionale Intensität des nach der Reflexionsebene polarisirten Lichtes, und daher auch die des reflectirten ist somit dem Quadrate des $\cos \alpha$ proportional.

Weiterhin zeigte Malus, dass nicht nur Glas oder Wasser, sondern alle durchsichtigen Substanzen dem Lichte die gleiche Modification ertheilen, dass jedoch der Einfallswinkel, unter welchem dieses geschah, und den er den Polarisationswinkel nannte, für die verschiedenen Substanzen verschieden sei. Er war jedoch nicht im Stande eine Beziehung zwischen dem Polarisationswinkel und den sonstigen optischen Eigenschaften der Mittel aufzufinden.

Diese Entdeckung war dem experimentellen Scharfsinne Brewsters vorbehalten[1]); in seiner auf dieses Ziel gerichteten Untersuchung fand er, dass die Tangente des Polarisationswinkels gleich dem Brechungsexponenten des Mittels ist. Bezeichnen wir demnach den Polarisationswinkel mit p, den Brechungsexponenten des Mittels, dem er angehört, mit n, so ist

$$\operatorname{tang} p = n.$$

Bezeichnen wir nun den Brechungswinkel, wenn das Licht unter dem Polarisationswinkel auf die brechende Fläche trifft, mit p', so ist zugleich

$$\frac{\sin p}{\sin p'} = n$$

somit

$$\frac{\sin p}{\sin p'} = \operatorname{tang} p = \frac{\sin p}{\cos p},$$

oder

$$\sin p' = \cos p,$$

das heisst, der Brechungswinkel ergänzt den Einfallswinkel zu einem Rechten. Daraus folgt dann weiter, dass der Winkel, den der einfallende oder reflectirte Lichtstrahl mit der brechenden Fläche bildet, gleich ist dem Brechungswinkel, und derjenige, welchen der gebrochene Strahl mit der brechenden Fläche bildet, gleich ist dem Einfallswinkel, und daraus weiter, dass der reflectirte Strahl senkrecht ist zu dem gebrochenen Strahle.

---

[1]) Brewster. Philos. Transact. f. the year 1815.
Seebeck. Poggend. Annal. XX.

Wenn Licht unter einem andern als dem Polarisationswinkel eine reflectirende Fläche trifft, so zeigt sich auch dann das reflectirte Licht modificirt; es ist theilweise polarisirt. Lässt man nämlich einen so reflectirten Strahl auf eine zweite Fläche unter dem Polarisationswinkel auffallen, so besitzt der reflectirte Strahl die grösste Intensität, wenn die beiden Einfallsebenen einander parallel sind, die kleinste, wenn sie zu einander senkrecht sind; indess verschwindet dann der reflectirte Strahl niemals vollständig. Dasselbe zeigt sich bei einer Untersuchung des so reflectirten Lichtes mit dem Kalkspath. Bei keiner Stellung des Hauptschnittes zur Reflexionsebene verschwindet eines der beiden Bilder ganz vollständig; indess, wenn der Hauptschnitt der Reflexionsebene parallel ist, besitzt das ordentliche, wenn er zu ihr senkrecht ist, das ausserordentliche die grösste Intensität.

Um die Erscheinungen der theilweisen Polarisation zu erklären, nimmt die Undulationstheorie an, dass in diesem nicht alle Schwingungen einer Ebene parallel seien, sondern, dass nach einer Ebene nur mehr Schwingungen erfolgen, als nach allen übrigen Ebenen.

Bei der Untersuchung des gebrochenen Lichtes fand Malus[1]), dass auch dieses zum Theil polarisirt sei, dass aber die Polarisationsebene nicht, wie beim reflectirten Lichte, der Einfallsebene parallel, sondern zu ihr senkrecht sei. Er erkannte, dass beide in zu einander senkrechten Ebenen polarisirten Strahlen in innigster Beziehung zu einander stehen, und sprach den Satz aus, dass, wenn auf irgend eine Weise aus natürlichem Lichte ein polarisirter Strahl entstehe, zugleich ein zweiter entstehen müsse, welcher zu dem ersten senkrecht polarisirt sei; ein Satz, welcher nach dem Bisherigen eine nothwendige Folge der Undulationstheorie ist, und welchen Arago dann später genauer dahin aussprach, dass die Mengen des polarisirten Lichtes in diesen beiden Strahlen, hier also im reflectirten und gebrochenen absolut gleich seien.

Wenn ein in einer Glasplatte gebrochener und dadurch theilweise polarisirter Lichtstrahl auf eine zweite Glasplatte fällt, so wird seine Polarisation dadurch verstärkt. Dasselbe findet bei einer dritten, vierten, *n*ten Brechung statt, so dass durch vielfache Brechungen ebenfalls vollständig polarisirtes Licht erhalten werden kann.

Reflexion des polarisirten Lichtes. Die Beobachtungen von Malus 62
und Brewster über die Polarisation des Lichtes bei der Reflexion, lassen sich durch eine theoretische Entwicklung als im Wesen der Undulationstheorie begründet erkennen. Eine Untersuchung der Intensität des reflectirten Lichtes, wenn es in oder senkrecht zur Reflexionsebene polari-

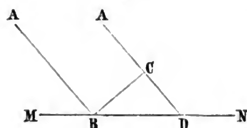
---

[1]) Malus. Mémoires de l'Institut 1810. p. 105.
Brewster. Philos. Transact. f. the year. 1816 and f. 1830.

sirt ist, führte Fresnel[1]) zu Ausdrücken, welche die Beobachtungen von Malus und Brewster vollständig wieder gaben. Indess ist hier zu bemerken, dass sowohl die Beobachtungen von Malus und Brewster als auch die Theorie von Fresnel nur annähernd richtige Resultate geben, oder eigentlich nur für einen idealen Fall, der nur für wenige Körper in der Natur realisirt ist, gültig sind. Die geringen Aenderungen, welche nach spätern Untersuchungen an dieser Theorie angebracht werden müssen, und die sich in der Erscheinung dadurch zeigen, dass in der That durch Reflexion kein vollständig geradlinig polarisirtes Licht entsteht, werden wir später kurz erwähnen.

Um die Intensität des reflectirten Lichtes zu erhalten, nimmt Fresnel zunächst an, dass der Uebergang der Dichtigkeit des Aethers von derjenigen des ersten Mittels zu derjenigen des zweiten Mittels kein allmählicher, sondern ein plötzlicher sei, und dass die Grenzschicht, in welcher die Reflexion und Brechung stattfindet, sowohl als letzte Schicht des ersten Mittels, wie auch als erste Schicht des zweiten Mittels angesehen werden kann. Wenn nun an der Grenze zweier Mittel eine Wellenbewegung ankommt, so ist die vibrirende Bewegung der Moleküle in der Grenzschicht anzusehen als die letzte Bewegung in der einfallenden Welle, als die erste der reflectirten Welle, und da die Grenzschicht auch dem zweiten Mittel angehört, als die erste Bewegung der gebrochenen Welle. Ist daher BC eine an der Grenze MN zweier Mittel ankommende Lichtwelle, so werden die mit MN parallelen Componenten der in derselben stattfindenden Vibrationen es sein, welche man in der Grenzschicht als zu den Schwingungen im ersten Mittel oder als zu denen im zweiten Mittel gehörig betrachten kann.

Fig. 101.



Daraus folgt dann, dass die algebraische Summe der in der Grenzfläche stattfindenden Veschiebungen, jede natürlich mit ihrem Vorzeichen genommen, welche dem einfallenden und dem reflectirten Lichte angehören, gleich sein muss der augenblicklichen Verschiebung, parallel der Grenzfläche in der gebrochenen Lichtwelle. Was aber von den augenblicklichen Verschiebungen gilt, das gilt auch von den Amplituden, so dass wir ebenfalls behaupten können, dass die Summe der der brechenden Fläche parallelen Componenten der Amplituden der einfallenden und reflectirten Welle gleich sein muss derselben Componente der Amplitude in der gebrochenen Welle.

---

[1]) Fresnel. Annales de chim. et de phys. XLVI. p. 225. Poggend. Annalen. Bd. XXII. 90.

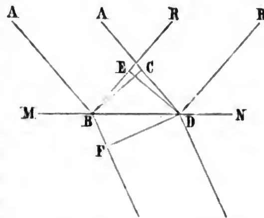
Bezeichnen wir nun die Amplitude der einfallenden Lichtwelle als 1, diejenige der gebrochenen mit v und diejenige der reflectirten mit u, so ist, wenn das Licht der Einfallsebene parallel polarisirt ist, die Schwingungen demnach senkrecht zu ihr und zu dem einfallenden Strahl AB erfolgen, nach dem eben entwickelten Satze

$$1 + u = v \;.\;.\; \text{I},$$

denn dann sind die Schwingungen überhaupt, sowohl im einfallenden als auch im reflectirten und gebrochenen Lichte der brechenden Fläche parallel.

Ist aber das Licht senkrecht zur Einfallsebene polarisirt, geschehen also (Fig. 102) die Schwingungen im einfallenden Lichte parallel BC, im reflectirten parallel zu DE und im gebrochenen parallel DF, so fallen nicht die ganzen Amplituden in die Grenzfläche, sondern nur die der brechenden Fläche parallelen Componenten derselben, welche wir durch Zerlegung der einfallenden Schwingungen erhalten. Nennen wir nun den Einfallswinkel des Lichtes i, so ist auch der Reflexionswinkel gleich i, oder eigentlich, da der reflectirte Strahl auf der andern Seite des Einfallslothes liegt, von welchem aus der Einfallswinkel gerechnet wird, gleich $-i$. Die gleichen Winkel bilden dann auch die Schwingungsrichtungen mit der brechenden Fläche, die des einfallenden i, die des reflectirten $-i$, denn die Schwingungsrichtungen sind ebenso zu den Lichtstrahlen senkrecht, wie die brechende Fläche zum Einfallslothe, sie bilden also mit der brechenden Fläche den gleichen Winkel wie die Strahlen mit dem Einfallslothe.

Fig. 102.



Nennen wir nun den Brechungswinkel r, so ist auch der Winkel, den die Schwingungsrichtung im gebrochenen Lichte mit der brechenden Fläche macht gleich r.

Die drei den brechenden Flächen parallelen Componenten dieser Amplituden sind daher

$$\cos i, \qquad u \,.\, \cos(-i) = u \,.\, \cos i, \qquad v \,.\, \cos r,$$

und der eben entwickelte Satz lautet

$$(1 + u) \,.\, \cos i = v \,.\, \cos r \;.\;.\;.\;.\; \text{Ia}.$$

Diese für die Grenze nachgewiesene Beziehung zwischen den Amplituden der Wellen im ersten und zweiten Mittel muss auch ausserhalb der Grenzfläche bestehen; denn wir nehmen an, dass die Lichtwellen eben seien, oder dass unsere Lichtbündel cylinderförmig seien. Bei Fortpflanzung des Lichtes wird daher in jedem folgenden Zeitmomente nur die gleiche Menge von Aethertheilchen in Vibrationen versetzt; die

Amplituden müssen daher nach dem schon mehrfach erwähnten Principe von der Erhaltung der lebendigen Kraft in jedem der Strahlen auch weiter von der Grenzfläche denselben Werth behalten.

Wir werden daher die erwähnten Beziehungen zwischen 1, u, v, zur Berechnung von u und v, der reflectirten und gebrochenen Lichtintensitäten benutzen können.

Das so eben angezogene Princip von der Erhaltung der lebendigen Kraft in einem Systeme bewegter Punkte, in welchem die Bewegungen nur Folge innerer zwischen den Punkten thätigen Kräften ist, liefert uns nun aber noch eine andere Relation zwischen 1, u und v.

Nach diesem Princip muss nämlich die lebendige Kraft der einfallenden Lichtwelle gleich sein der Summe der lebendigen Kräfte der reflectirten und gebrochenen Lichtwelle, das heisst, es muss das Product aus dem Quadrate der Oscillationsgeschwindigkeit oder der ihr proportionalen Oscillationsamplitude und der gleichzeitig in der einfallenden Welle und in den beiden andern Wellen bewegten Aethermengen gleich sein. Während nun die einfallende Welle sich von BC bis BD fortpflanzt, dehnt sich die reflectirte von BD nach DE, die gebrochene von BD nach DF aus. Das Product aus dem Quadrate der Amplitude und der in dem prismatischen Raume BDC eingeschlossenen Aethermenge muss demnach gleich sein der Summe des Productes aus dem Quadrate der Amplitude des reflectirten Lichtes und der in BDE, und des Productes aus dem Quadrate der Amplitude des gebrochenen Lichtes und der in dem Raume BDF eingeschlossenen Aethermengen. Nennen wir die drei Mengen m, m', μ, so muss demnach

$$m = m' \cdot u^2 + \mu \cdot v^2.$$

Diese drei Aethermengen sind nun gleich den Producten aus dem Volumen des bewegten Aethers und der Dichtigkeit des Aethers in den betreffenden Mitteln.

Welches nun auch die Gestalt der einfallenden Wellenebene sein mag, das Volumen des in dem Raume BCD bewegten Aethers können wir setzen

$$V = a \cdot BC \cdot DC = a \cdot BC \cdot \sin i,$$

worin a eine von der Gestalt der Wellenebene, von der BC ein Durchschnitt ist, abhängige Constante ist.

Ebenso erhalten wir für die beiden andern Volumina

$$V' = a \cdot DE \cdot \sin i; \quad V'' = a \cdot DF \cdot \sin r.$$

Wir haben nun weiter

$$BC = BD \cdot \cos i; \quad DE = BD \cdot \cos i; \quad DF = BD \cdot \cos r.$$

Die drei gleichzeitig bewegten Aethervolumina verhalten sich also wie

$$\sin i \cdot \cos i : \sin i \cdot \cos i : \sin r \cdot \cos r.$$

Um nun die bewegten Massen zu erhalten, erinnern wir uns daran, dass die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes uns gegeben ist durch

$$c = C\sqrt{\frac{e}{d}},$$

worin e die Elasticität und d die Dichtigkeit des Aethers in dem betreffenden Mittel bedeutet. Nach der Annahme Fresnels, welche wir acceptirt haben, ist nun in den verschiedenen isotropen Mitteln nur die Dichtigkeit des Aethers verschieden, nicht die Elasticität. Demnach verhalten sich die reciproken Werthe der Dichtigkeit des Aethers in zwei Mitteln wie die Quadrate der Fortpflanzungsgeschwindigkeiten, oder

$$c^2 : c'^2 = \frac{1}{d} : \frac{1}{d'}.$$

Die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten verhalten sich aber weiter wie die Sinus der Einfallswinkel und Brechungswinkel oder

$$c : c' = \sin i : \sin r.$$

Demnach verhalten sich die Dichtigkeiten des Aethers im ersten und zweiten Mittel

$$d : d' = \frac{1}{\sin^2 i} : \frac{1}{\sin^2 r}.$$

Die in den drei Wellen gleichzeitig bewegten Aethermengen verhalten sich demnach zu einander wie die Quotienten

$$\frac{\sin i \,.\, \cos i}{\sin^2 i}; \quad \frac{\sin i \,.\, \cos i}{\sin^2 i}; \quad \frac{\sin r \,.\, \cos r}{\sin^2 r},$$

von denen die beiden ersten der im einfallenden und reflectirten Lichte gleichzeitig bewegten Aethermenge proportional sind, letzterer der in derselben Zeit im gebrochenen Licht bewegten Menge. Multipliciren wir diese Ausdrücke mit den betreffenden Quadraten der Amplituden, so wird die aus dem Princip der Erhaltung der lebendigen Kraft folgende Gleichung

$$m = m'u^2 + \mu \,.\, v^2,$$

$$\frac{\cos i}{\sin i} = \frac{\cos i}{\sin i} \,.\, u^2 + \frac{\cos r}{\sin r} \,.\, v^2,$$

oder

$$\frac{\cos i}{\sin i}\,(1 - u^2) = \frac{\cos r}{\sin r} \,.\, v^2$$

und daraus

$$\sin r \,.\, \cos i\,(1 - u^2) = \sin i \,.\, \cos r \,.\, v^2 \;\ldots\ldots\; \text{II.}$$

Die Gleichungen I und II setzen uns nun in den Stand, die reflectirte und gebrochene Amplitude zu berechnen, wenn das einfallende Licht der Einfallsebene parallel polarisirt ist; die Gleichungen Ia und II dagegen, wenn die Polarisationsebene senkrecht zur Einfallsebene ist.

Aus I

$$1 + u = v$$

und II folgt nämlich, indem wir die linke Seite von II durch $1 + u$, die rechte durch v dividiren, und dann rechts für v das ihm gleiche $1 + u$ einsetzen:

$$\sin r \,.\, \cos i\,(1 - u) = \sin i \,.\, \cos r\,(1 + u)$$

und daraus

$$-(\sin i \,.\, \cos r - \cos i \,.\, \sin r) = u\,(\sin i \,.\, \cos r + \cos i \,.\, \sin r)$$

$$u = -\frac{\sin i \,.\, \cos r - \cos i \,.\, \sin r}{\sin i \,.\, \cos r + \cos i \,.\, \sin r} = -\frac{\sin(i - r)}{\sin(i + r)} \quad . \quad . \quad . \quad a.$$

Ist nun die Intensität des einfallenden Lichtes gleich 1, so ist diejenige des reflectirten Lichtes, da sich dasselbe in demselben Mittel fortpflanzt als das einfallende, gleich u^2 und somit

$$u^2 = \frac{\sin^2(i - r)}{\sin^2(i + r)}.$$

Zur Bestimmung der reflectirten Lichtintensität, wenn das Licht senkrecht zur Einfallsebene polarisirt ist, liefert I*a*

$$(1 + u)^2 \cos^2 i = v^2 \cos^2 r$$

und indem wir den daraus sich ergebenden Ausdruck für v^2 in II einsetzen

$$\sin r \,.\, \cos i\,(1 - u^2) = \frac{\sin i \,.\, \cos r \,.\, (1 + u)^2 \cos^2 i}{\cos^2 r}$$

oder

$$\sin r \,.\, \cos r\,(1 - u) = \sin i \,.\, \cos i\,(1 + u),$$

woraus dann unmittelbar wird

$$u = -\frac{\sin i \,.\, \cos i - \sin r \,.\, \cos r}{\sin i \,.\, \cos i + \sin r \,.\, \cos r}$$

und nach einigen nicht schwierig zu übersehenden Umformungen

$$u = -\frac{\operatorname{tang}(i - r)}{\operatorname{tang}(i + r)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad b.$$

Die Intensität des reflectirten Lichtes, welches senkrecht zur Einfallsebene polarisirt ist, wird sonach

$$u^2 = \frac{\operatorname{tang}^2(i - r)}{\operatorname{tang}^2(i + r)}.$$

Für die Amplitude der Schwingungen im gebrochenen Lichte v erhalten wir, im Falle das Licht der Einfallsebene parallel polarisirt ist, aus I

$$v = 1 + u = 1 - \frac{\sin(i - r)}{\sin(i + r)} = \frac{\sin(i + r) - \sin(i - r)}{\sin(i + r)}$$

und nach bekannten Umformungen

$$v = \frac{2 \sin r \,.\, \cos i}{\sin(i + r)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad c.$$

Wenn aber das Licht senkrecht zur Einfallsebene polarisirt ist, wird aus I a

$$v = (1 + u) \cdot \frac{\cos i}{\cos r} = \left(1 - \frac{\sin i \,.\, \cos i - \sin r \,.\, \cos r}{\sin i \,.\, \cos i + \sin r \,.\, \cos r}\right) \cdot \frac{\cos i}{\cos r},$$

$$v = \frac{2 \sin r \,.\, \cos i}{\sin i \,.\, \cos i + \sin r \,.\, \cos r} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad d.$$

Um nun die Intensität des gebrochenen Lichtes zu erhalten, wenn wir die des einfallenden Lichtes gleich 1 setzen, müssen wir beachten, dass die Dichtigkeit des Aethers im zweiten Mittel eine andere ist als im ersten Mittel, und somit auch die Masse des im gebrochenen Lichte bewegten Aethers. Wenn wir die Intensität des einfallenden Lichtes gleich 1 setzen, so nehmen wir dabei an, dass die Dichtigkeit des Aethers im ersten Mittel gleich 1 sei; um die Intensität des gebrochenen Lichtes im Verhältniss zu der des einfallenden Lichtes zu erhalten, müssen wir daher das Quadrat der Amplitude v noch mit der relativen Dichtigkeit des Aethers im zweiten Mittel multipliciren. Wir können jedoch noch einfacher zum Ziel gelangen.

Nach dem bei der Gleichung II bereits angewandten Satze, dass die Summe der Intensitäten im einfallenden und gebrochenen Lichte gleich ist der Intensität des einfallenden Lichtes, ist die Intensität des gebrochenen Lichtes $1 - u^2$; dafür liefert uns die Gleichung II

$$1 - u^2 = \frac{\sin i \,.\, \cos r}{\sin r \,.\, \cos i} \cdot v^2$$

somit die Intensität des gebrochenen Lichtes, wenn das Licht in der Einfallsebene polarisirt ist,

$$\frac{\sin i \,.\, \cos r}{\sin r \,.\, \cos i} \cdot v^2 = \frac{\sin i \,.\, \cos r}{\sin r \,.\, \cos i} \cdot \frac{4 \,.\, \sin^2 r \,.\, \cos^2 i}{\sin^2 (i + r)} = \frac{\sin 2i \,.\, \sin 2r}{\sin^2 (i + r)}.$$

Ist das Licht senkrecht zur Einfallsebene polarisirt, so haben wir den dann geltenden Werth von v einzusetzen; es wird dann

$$\frac{\sin i \,.\, \cos r}{\sin r \,.\, \cos i} \cdot v^2 = \frac{\sin i \,.\, \cos r}{\sin r \,.\, \cos i} \cdot \frac{4 \,.\, \sin^2 r \,.\, \cos^2 i}{(\sin i \,.\, \cos i + \sin r \,.\, \cos r)^2}$$

$$= \frac{\sin 2i \,.\, \sin 2r}{(\sin i \,.\, \cos i + \sin r \,.\, \cos r)^2}.$$

Wir erhalten somit für die Intensitäten des einfallenden, reflectirten und gebrochenen Lichtes:

I., wenn das Licht der Einfallsebene parallel polarisirt ist,

1. einfallend 2. reflectirt 3. gebrochen

1) 1 2) $J^2_r = \frac{\sin^2 (i - r)}{\sin^2 (i + r)}$ 3) $J^2_d = \frac{\sin 2i \,.\, \sin 2r}{\sin^2 (i + r)}$,

II., wenn das Licht senkrecht zur Einfallsebene polarisirt ist,

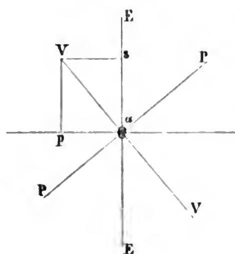
1_a) 1 2_a) $J'^2_r = \frac{\tang^2 (i - r)}{\tang^2 (i + r)}$ 3_a) $J'^2_d = \frac{\sin 2i \,.\, \sin 2r}{(\sin i \,.\, \cos i + \sin r \,.\, \cos r)^2}$

Wenn nun das Licht anstatt parallel oder senkrecht zur Einfallsebene polarisirt zu sein unter irgend einem Winkel α gegen dieselbe

polarisirt ist, so kann man auch dafür nach den eben erhaltenen Gleichungen die Intensität des reflectirten und gebrochenen Lichtes erhalten. Denn aus der Richtung der Polarisationsebene kennt man auch die Richtung der Schwingungsebene, welche zu jener senkrecht ist, kann also nach dem Satze vom Parallelogramm der Bewegungen die Componenten berechnen, welche der Einfallsebene parallel, und welche zu ihr senkrecht sind.

Diese Componenten werden dann nach den eben entwickelten Gesetzen reflectirt und gebrochen. Bildet die Polarisationsebene des Lichtes mit der Einfallsebene den Winkel α, und ist seine Amplitude gleich 1, so bildet die Schwingungsrichtung mit der Einfallsebene den Winkel $90^0 - \alpha$. Denn ist EE Fig. 103 die Einfallsebene, PP die Richtung der Polarisationsebene, so ist VV die Richtung der Schwingungen im einfallenden Lichte.

Fig. 103.



Die der Einfallsebene parallele Componente der Schwingungen Vp ist demnach

$$Vp = \sin\alpha,$$

die zu derselben senkrechte

$$Vs = \cos\alpha.$$

Erstere ist zur Einfallsebene senkrecht, letztere ihr parallel polarisirt; um die reflectirten Amplituden zu erhalten, haben wir daher nur Vs mit (a) und Vp mit (b) zu multipliciren, und wir erhalten

$$-\cos\alpha\,\frac{\sin(i-r)}{\sin(i+r)},\quad -\sin\alpha\,\frac{\tang(i-r)}{\tang(i+r)}.$$

Die gesammte reflectirte Lichtintensität ist nun gleich der Summe der beiden reflectirten Theile, somit

$$J^2_{\alpha r} = \cos^2\alpha\,\frac{\sin^2(i-r)}{\sin^2(i+r)} + \sin^2\alpha\,\frac{\tang^2(i-r)}{\tang^2(i+r)}.$$

In ganz gleicher Weise erhält man für die Intensität des gebrochenen Lichtes

$$J^2_{\alpha d} = \cos^2\alpha\,\frac{\sin 2i\,.\,\sin 2r}{\sin^2(i+r)} + \sin^2\alpha\,\frac{\sin 2i\,.\,\sin 2r}{(\sin i\,.\cos i + \sin r\,.\cos r)^2}.$$

Auch die Intensität des reflectirten Lichtes, wenn das einfallende Licht unpolarisirt ist, können wir auf dieselbe Weise erhalten. Das unpolarisirte Licht können wir betrachten als eine Gruppe von nach allen Richtungen polarisirten Strahlen. Führen wir daher für jeden der im natürlichen Licht vorhandenen polarisirten Strahlen die Zerlegung in der eben angegebenen Weise aus, so werden wir eben so viele und ebenso grosse Componenten nach der einen wie nach der andern Richtung er-

halten. Ist daher die Intensität des unpolarisirt einfallenden Lichtes gleich 1, so wird bei jener Zerlegung die Intensität des parallel der Einfallsebene polarisirten Lichtes sowohl als des senkrecht zu demselben polarisirten gleich $^1/_2$ sein. Wir können demnach soweit natürliches Licht darstellen durch zwei zu einander senkrecht polarisirte Strahlen, deren jeder die halbe Intensität des natürlichen Lichtes hat.

Jeder dieser beiden Strahlen wird nun nach den entwickelten Gesetzen reflectirt; die Intensität des parallel der Einfallsebene polarisirt reflectirten Lichtes ist daher

$$^1/_2 \cdot \frac{\sin^2(i-r)}{\sin^2(i+r)}$$

und des senkrecht zur Einfallsebene polarisirt reflectirten Lichtes

$$^1/_2 \cdot \frac{\operatorname{tang}^2(i-r)}{\operatorname{tang}^2(i+r)}$$

und die Intensität des gesammten reflectirten Lichtes

$$J^2_R = {}^1/_2 \left\{ \frac{\sin^2(i-r)}{\sin^2(i+r)} + \frac{\operatorname{tang}^2(i-r)}{\operatorname{tang}^2(i+r)} \right\}.$$

Die Intensität J^2_D des gebrochenen Lichtes können wir direct aus dem Satze erhalten, dass

$$J^2_D = 1 - J^2_R$$

und erhalten dann

$$J^2_D = \left\{ 1 - {}^1/_2 \left(\frac{\sin^2(i-r)}{\sin^2(i+r)} + \frac{\operatorname{tang}^2(i-r)}{\operatorname{tang}^2(i+r)} \right) \right\},$$

ein Ausdruck, den wir auch aus unseren Gleichungen (3) und (3_a) hätten ableiten können, wenn wir die Intensitäten des gebrochenen Lichtes bestimmt hätten für die beiden Componenten, in welche wir das einfallende Licht zerlegt haben.

Folgerungen aus Fresnel's Reflexionstheorie.[1]) Die Beobachtungen von Malus und Brewster ergeben sich als unmittelbare Folgerungen aus der von Fresnel entwickelten Theorie der Reflexion des Lichtes. Daraus ergibt sich dann auch, dass, soweit diese Beobachtungen richtig sind, die Fresnel'sche Theorie zulässig ist. Directe Bestätigungen sind wegen der Schwierigkeit photometrischer Messungen nicht leicht zu erhalten. **63**

Zunächst schliesst man unmittelbar aus diesen Gleichungen, dass unter einem bestimmten Einfallswinkel natürliches Licht nach der Reflexion vollständig in der Einfallsebene polarisirt sein muss, und zwar, dass dieser Einfallswinkel derjenige ist, dessen Tangente gleich ist dem Brechungsexponenten. Fällt natürliches Licht auf eine durchsichtige Fläche, so können wir das reflectirte Licht ansehen als bestehend aus

---

[1]) Fresnel. Annales de chim. et de phys. XLVI. Poggend. Annal. XXII. 90.

einem Antheile in der Einfallsebene polarisirten Lichtes und einem Antheile, welcher senkrecht zur Einfallsebene polarisirt ist. Ersterer Antheil ist

$$\frac{1}{2}\,\frac{\sin^2(i-r)}{\sin^2(i+r)},$$

letzterer dagegen

$$\frac{1}{2}\,\frac{\operatorname{tang}^2(i-r)}{\operatorname{tang}^2(i+r)}.$$

Das reflectirte Licht ist nun vollständig in der Einfallsebene polarisirt, wenn der letztere Antheil gleich 0 ist. Das ist nun zunächst der Fall, wenn

$$i-r=0,\quad i=r,$$

also der Einfallswinkel dem Brechungswinkel gleich ist, oder die optische Dichtigkeit des zweiten Mittels von derjenigen des ersten nicht verschieden ist. In dem Falle ist aber auch der erste Antheil gleich 0, oder es wird gar kein Licht reflectirt. Diese Theorie liefert also zunächst eine Bestätigung des früher schon mehrfach von uns ausgesprochenen Satzes, dass eine Wellenbewegung nur dann reflectirt wird, wenn sie an der Grenze zweier Mittel ankommt; dass sie aber niemals in einem und demselben Mittel zurückkehrt.

Der zweite Antheil wird aber ebenfalls gleich 0, wenn

$$i+r=90^0,$$

denn dann ist tang $(i+r)$ unendlich gross.

Dies ist das Brewster'sche Gesetz, denn hieraus folgt sowohl, dass die Tangente des Polarisationswinkels gleich dem Brechungsexponenten ist, wie auch, dass in diesem Falle der reflectirte Strahl auf dem gebrochenen senkrecht ist.

Wenn polarisirtes Licht unter dem Polarisationswinkel auf eine reflectirende Fläche fällt, so wird nur in der Einfallsebene polarisirtes Licht reflectirt; die Intensität desselben ist

$$\cos^2\alpha\,.\,\frac{\sin^2(i-r)}{\sin^2(i+r)}.$$

Diese Folgerung stellt das von Malus aus der Beobachtung abgeleitete Gesetz dar, nach welchem die Intensität des von dem zweiten Spiegel unter dem Polarisationswinkel reflectirten Lichtes dem Quadrate des Cosinus des Winkels proportional ist, welchen die beiden Reflexionsebenen mit einander bilden.

Wenn Licht unter einem andern Winkel als dem Polarisationswinkel auf eine reflectirende Fläche fällt, ist es theilweise polarisirt. Auch dies folgt aus der Fresnel'schen Theorie. Denn die reflectirten Lichtmengen können wir, wie erwähnt, als zusammengesetzt betrachten aus zwei senkrecht zu einander polarisirten Bündeln. Da das natürliche

Licht nun dargestellt werden kann durch zwei senkrecht zu einander polarisirte Bündel gleicher Intensität, wird uns die Differenz der beiden reflectirten Mengen

$$\frac{1}{2}\,\frac{\sin^2(i-r)}{\sin^2(i+r)} - \frac{1}{2}\,\frac{\operatorname{tang}^2(i-r)}{\operatorname{tang}^2(i+r)}$$

den Ueberschuss des nach der Einfallsebene polarisirten Lichtes über das senkrecht zu derselben polarisirte Licht, oder die Menge des im reflectirten Lichte vorhandenen polarisirten Lichtes geben.

Wir können obigen Ausdruck auch schreiben

$$\frac{1}{2}\,\frac{\sin^2(i-r)}{\sin^2(i+r)} - \frac{1}{2}\,\frac{\sin^2(i-r)\,.\,\cos^2(i+r)}{\sin^2(i+r)\,.\,\cos^2(i-r)}$$

$$= \frac{1}{2}\,\frac{\sin^2(i-r)}{\sin^2(i+r)}\left(1 - \frac{\cos^2(i+r)}{\cos^2(i-r)}\right).$$

Da nun der Quotient der beiden Cosinus immer kleiner als 1 ist, der Einfallswinkel mag einen Werth haben, welchen er will, so folgt, dass immer ein Ueberschuss des nach der Einfallsebene polarisirten Lichtes vorhanden ist, oder dass das Licht theilweise nach der Einfallsebene polarisirt ist.

Wenn unter irgend einem Winkel natürliches Licht auf die reflectirende Fläche fällt oder irgendwie polarisirtes unter dem Polarisationswinkel, so ist das reflectirte Licht immer ganz oder theilweise nach der Einfallsebene polarisirt. Das ist aber nicht mehr der Fall, wenn unter irgend einem Azimuthe α polarisirtes Licht unter irgend einem Winkel i einfällt. Dann ist allerdings das reflectirte Licht wieder vollständig polarisirt, aber nicht nach der Einfallsebene, und auch nicht nach der frühern Richtung.

Wir sahen, wenn die Intensität 1 des nach dem Azimuthe α polarisirten Lichtes unter dem Winkel i reflectirt wird, so sind die reflectirten Intensitäten, welche polarisirt sind

parallel der Einfallsebene,	senkrecht zur Einfallsebene
$\cos^2\alpha\,\frac{\sin^2(i-r)}{\sin^2(i+r)}$,	$\cos^2\alpha\,\frac{\operatorname{tang}^2(i-r)}{\operatorname{tang}^2(i+r)}$.

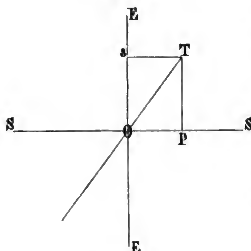
Beide Wellensysteme haben denselben Weg durchlaufen, und beide sind in diesem Falle unter denselben Verhältnissen partiell reflectirt; durch die Reflexion kann also keine Phasendifferenz eingetreten sein, und in beiden treten daher immer an derselben Stelle des reflectirten Strahles zugleich die Maxima und Minima und überhaupt die sich entsprechenden Werthe der Oscillationsgeschwindigkeiten ein. Die beiden Wellensysteme werden daher überall auf der ganzen Strecke des reflectirten Strahles nach §. 122 des ersten Theiles sich zu ebenen Schwingungen, also zu einem vollständig polarisirten Strahle zusammensetzen. Ist nun Fig. 104 Op die der Einfallsebene EE parallel polarisirte Componente der Amplitude des reflectirten Lichtes

$$Op = \cos\alpha \,.\, \frac{\sin(i-r)}{\sin(i+r)},$$

und $Os = Tp$ die Amplitude der Componente des reflectirten Lichtes, welches senkrecht zur Einfallsebene polarisirt ist

$$Tp = \sin\alpha \,.\, \frac{\operatorname{tang}(i-r)}{\operatorname{tang}(i+r)},$$

Fig. 104.



so haben wir für die Tangente des Winkels β, den die Polarisationsebene des nach TO schwingenden reflectirten Strahles mit der Einfallsebene bildet

$$\operatorname{tang}\beta = \operatorname{tang} TOp = \frac{Tp}{Op},$$

also

$$\operatorname{tang}\beta = \operatorname{tang}\alpha \,.\, \frac{\operatorname{tang}(i-r) \,.\, \sin(i+r)}{\operatorname{tang}(i+r) \,.\, \sin(i-r)},$$

$$\operatorname{tang}\beta = \operatorname{tang}\alpha \,.\, \frac{\cos(i+r)}{\cos(i-r)}.$$

Der Winkel β, den die Polarisationsebene des unter dem Winkel i reflectirten Strahles mit der Einfallsebene bildet, ist im allgemeinen ein anderer als der Winkel, welchen die Polarisationsebene vor der Reflexion mit der Einfallsebene bildete. Da nun $\cos(i+r) < \cos(i-r)$, so folgt, dass durch die Reflexion die Polarisationsebene der Reflexionsebene genähert wird. Die Drehung ist am grössten, wenn $i + r = 90^0$; dann ist, welchen Werth auch α gehabt hat

$$\operatorname{tang}\beta = o;$$

das Licht ist nach der Einfallsebene polarisirt. Dies ist also eine zweite Ableitung des Brewster'schen Gesetzes, somit dasselbe auch nach dieser Richtung hin eine Bestätigung der Theorie.

Ist i und somit r gleich 0, so wird

$$\operatorname{tang}\beta = \operatorname{tang}\alpha$$

bei senkrechter Incidenz tritt gar keine Drehung der Polarisationsebene ein.

Die Drehung der Polarisationsebene hat Fresnel zum Gegenstande einer experimentellen Untersuchung gemacht, seine sowie Brewsters Versuche [1]) waren eine Bestätigung dieses Gesetzes.

Nach den Versuchen von Malus ist auch das gebrochene Licht theilweise polarisirt, und zwar in einer zur Einfallsebene senkrechten Ebene. Auch dieses zeigt die Fresnel'sche Theorie, denn nach dieser erhalten wir für die im durchgehenden Lichte senkrecht zur Einfallsebene polarisirte Lichtmenge

---

[1]) Fresnel. Annales de chim. et de phys. XVII. Poggend. Annal. XXII. p. 88. Brewster. Poggend. Annal. XIX.

$$\frac{1}{2}\,\frac{\sin 2i \,.\, \sin 2r}{(\sin i \,.\, \cos i + \sin r \,.\, \cos r)^2} - \frac{1}{2}\,\frac{\sin 2i \,.\, \sin 2r}{\sin^2 (i + r)},$$

und dieser Ausdruck ist, wie nach einigen Umformungen erhalten wird, gleich

$$\frac{1}{2} \,.\, \frac{\sin 2i \,.\, \sin 2r}{\cos^2 (i - r)} \,.\, \frac{1 - \cos^2 (i - r)}{\sin^2 (i + r)}$$

und da

$$\sin 2i \,.\, \sin 2r = 4 \sin i \,.\, \cos i \,.\, \sin r \,.\, \cos r = \cos^2 (i - r) - \cos^2 (i + r),$$

so erhalten wir für die senkrecht zur Einfallsebene polarisirte Lichtmenge

$$\frac{1}{2} \,.\, \frac{\sin^2 (i - r)}{\sin^2 (i + r)} \,.\, \left(1 - \frac{\cos^2 (i + r)}{\cos^2 (i - r)}\right),$$

ein Ausdruck, der uns zugleich das Arago'sche Gesetz gibt, nach welchem die Menge des im gebrochenen vorhandenen senkrecht zur Einfallsebene polarisirten Lichtes genau gleich sein muss der Menge des im reflectirten Licht vorhandenen parallel zur Einfallsebene polarisirten Lichtes.

Die Gleichungen für die Intensität des gebrochenen Lichtes zeigen weiter, dass auch nach der Theorie durch eine einmalige Brechung nur theilweise polarisirtes Licht entstehen kann, denn es gibt keinen Werth von i, für welchen der eine Theil des gebrochenen Lichtes gleich 0 wird also verschwindet.

Noch auf eine andere Weise lässt sich das ableiten, indem wir die Polarisationsebene des gebrochenen Strahles bestimmen, wenn der einfallende unter einem Winkel α gegen die Einfallsebene polarisirt ist.

Bezeichnen wir die Amplitude des gebrochenen Lichtes, welches parallel zur Einfallsebene polarisirt ist mit D_p und die des senkrecht polarisirten mit D_s, so ist nach (c) und (d) des vorigen Paragraphen

$$D_p = \cos \alpha \,.\, \frac{2 \sin r \,.\, \cos i}{\sin (i + r)}, \quad D_s = \sin \alpha \frac{2 \sin r \,.\, \cos i}{\sin i \,.\, \cos i + \sin r \,.\, \cos r}.$$

Der Winkel γ, welchen die Polarisationsebene des gebrochenen Strahles mit der Einfallsebene bildet, ist nun wieder bestimmt durch

$$\operatorname{tang} \gamma = \frac{D_s}{D_p} = \operatorname{tang} \alpha \frac{\sin (i + r)}{\sin i \,.\, \cos i + \sin r \,.\, \cos r} = \operatorname{tang} \alpha \frac{1}{\cos (i - r)}.$$

Der Winkel i kann nun, wie man sieht, gar keinen Werth erhalten, durch welchen $\operatorname{tang} \gamma$ einen von $\operatorname{tang} \alpha$ unabhängigen Werth erhält, wie bei dem reflectirten Licht $\operatorname{tang} \beta$ für jeden Werth von α gleich 0 wurde, wenn $i + r = 90^0$ war. Es folgt somit, dass es für das gebrochene Licht keinen Polarisationswinkel gibt, da kein Winkel i existirt, bei welchem die nach allen Azimuthen gerichteten Polarisationsebenen des einfallenden Lichtes durch die Brechung in eine bestimmte Ebene gedreht werden. Da indess stets

$$\cos (i - r) < 1,$$

so ist auch

$$\operatorname{tang} \gamma > \operatorname{tang} \alpha; \quad \gamma > \alpha,$$

die Polarisationsebene des Lichtes wird durch Brechung stets gedreht, und zwar so, dass sie mit der Einfallsebene einen grössern Winkel bildet als vorher. Lassen wir daher natürliches Licht auf die brechende Fläche fallen, so werden alle Polarisationsebenen der zur Einfallsebene senkrechten Ebene genähert, das Licht wird demnach theilweise in einer Ebene polarisirt, welche zur Einfallsebene senkrecht ist.

Tritt das Licht aus dem zweiten Mittel durch eine neue Brechung wieder aus, so wird die Polarisationsebene nochmals gedreht. Beim Austritt ist r der Einfalls-, i der Brechungswinkel; der Winkel, den die Polarisationsebene nach der zweiten Brechung mit der Einfallsebene bildet, ist daher bestimmt durch

$$\operatorname{tang} \gamma_2 = \operatorname{tang} \gamma \frac{1}{\cos(r - i)},$$

$$\operatorname{tang} \gamma_2 = \operatorname{tang} \alpha \,.\, \frac{1}{\cos^2(i - r)}.$$

Lassen wir das Licht ein zweites brechendes Mittel derselben Brechbarkeit durchsetzen, so wird durch die zwei neuen Brechungen

$$\operatorname{tang} \gamma_4 = \operatorname{tang} \alpha \frac{1}{\cos^4(i - r)},$$

und überhaupt nach n Brechungen

$$\operatorname{tang} \gamma_n = \operatorname{tang} \alpha \frac{1}{\cos^n(i - r)}.$$

Wenn nun i von 0 verschieden ist, und somit $\cos(i - r) < 1$ ist, so wird, wenn n einen hinlänglich grossen Werth hat

$$\cos^n(i - r) = 0,$$

somit

$$\operatorname{tang} \gamma_n = \infty \quad \gamma_n = 90^0.$$

Durch hinlänglich oft wiederholte Brechung wird also schliesslich ebenfalls alles Licht vollständig polarisirt, und zwar in einer zur Einfallsebene senkrechten Ebene. Man wendet deshalb auch häufig als Polarisationsapparat eine Anzahl auf einander geschichteter planparalleler Glasplatten, einen sogenannten Glassatz oder Glassäule an; man lässt auf diese das Licht unter einem Winkel auffallen, der dem Polarisationswinkel des Glases nahe kommt. Die Thatsache, dass sich auf diesem Wege linear polarisirtes Licht erhalten lässt, ist also eine neue Bestätigung der Fresnel'schen Theorie.

64 **Totale Reflexion. Elliptische und circulare Polarisation**[1]). Noch eine andere Bestätigung haben die Fresnel'schen Reflexionsformeln erfahren, wie sich aus einer etwas genauern Betrachtung derselben ergibt. Die reflectirten Amplituden sind:

---

[1]) Fresnel. Annales de chim. et. de phys. XLVI. Poggend. Annal. XXII.

$$Rp = -\frac{\sin(i-r)}{\sin(i+r)},\quad Rs = -\frac{\operatorname{tang}(i-r)}{\operatorname{tang}(i+r)}.$$

Wenn demnach die Gleichung des einfallenden Lichtstrahles war

$$y = \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right),$$

wird diejenige der reflectirten Strahlen

$$y' = -\frac{\sin(i-r)}{\sin(i+r)} \cdot \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} - \frac{x'}{\lambda}\right),$$

oder

$$y' = -\frac{\operatorname{tang}(i-r)}{\operatorname{tang}(i+r)} \cdot \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} - \frac{x'}{\lambda}\right).$$

Ist nun das zweite Mittel dichter als das erste, so ist immer $i > r$, der die Amplitude darstellende Coefficient also negativ, weil er ein negatives Vorzeichen hat. Wollen wir dasselbe fortschaffen, um die Gleichung für den reflectirten Strahl ebenso wie diejenige des einfallenden Strahles positiv zu machen, da eine negative Amplitude keinen Sinn hat, so können wir setzen

$$y' = \frac{\sin(i-r)}{\sin(i+r)} \cdot \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x + x' + \frac{1}{2}\lambda}{\lambda}\right),$$

oder

$$y' = \frac{\operatorname{tang}(i-r)}{\operatorname{tang}(i+r)} \cdot \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x + x' + \frac{1}{2}\lambda}{\lambda}\right).$$

Dadurch tritt die Bedeutung des negativen Vorzeichens klar hervor, die Richtung der Schwingungen ist im reflectirten Lichte derjenigen entgegengesetzt, welche das einfallende Licht haben würde, wenn es sich um die Strecke x fortgepflanzt hätte, oder durch die Reflexion haben die Strahlen eine Verzögerung einer halben Wellenlänge erhalten. Das ist nicht der Fall, wenn das zweite Mittel optisch dünner ist, dann ist $r > i$; Rp und Rs werden somit positiv, und die Gleichung des reflectirten Strahles wird

$$y' = \frac{\sin(r-i)}{\sin(r+i)} \cdot \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x + x'}{\lambda}\right),$$

oder

$$y' = \frac{\operatorname{tang}(r-i)}{\operatorname{tang}(r+i)} \cdot \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x + x'}{\lambda}\right).$$

Die Amplituden haben durch die Reflexion nur eine Schwächung erfahren; die Strahlen pflanzen sich ohne Phasenänderung fort.

Es folgt also aus der Fresnel'schen Theorie mit aller Strenge der von uns §. 126 des ersten Theils abgeleitete Satz von der Reflexion der Wellen, den wir im 2. Kapitel des 3. Abschnittes des I. Theiles so vielfach benutzten, um die Schwingungsdauer von Stäben zu erhalten, und den wir im §. 52 anwandten um die Farben der Newton'schen Ringe abzuleiten.

Beim Uebergange des Lichtes aus einem dichtern Mittel in ein dün-

neres, lernten wir nun ein anderes eigenthümliches Reflexionsphänomen kennen. Ein Lichtstrahl kann aus einem optisch dichtern in ein optisch dünneres Mittel nicht in allen Fällen austreten. Ist der Brechungsexponent des Lichtes aus dem dichtern Mittel in das dünnere gleich n, wo dann immer $n < 1$, so kann das Licht nur so lange austreten als

$$\sin i < n.$$

Wird $\sin i = n$ oder grösser, so tritt totale Reflexion ein, alles die Grenze treffende Licht wird zurückgeworfen.

Die Fresnel'sche Reflexionstheorie gibt auch dieses zu erkennen und zeigt weiter, dass das reflectirte Licht in diesem ausgezeichneten Falle eine ganz eigenthümliche Beschaffenheit haben muss. Der experimentelle Nachweis dieser Beschaffenheit ist dann eine neue Bestätigung für die Zulässigkeit der Theorie.

Es ist nämlich

$$R_p = -\frac{\sin(i-r)}{\sin(i+r)} = -\frac{\sin i \cos r - \cos i \sin r}{\sin i . \cos r + \cos i . \sin r} = -\frac{n . \cos r - \cos i}{n . \cos r + \cos i},$$

weiter aber

$$n . \cos r = \sqrt{n^2 - n^2 \sin^2 r} = \sqrt{n^2 - \sin^2 i},$$

somit

$$R_p = -\frac{\sqrt{n^2 - \sin^2 i} - \cos i}{\sqrt{n^2 - \sin^2 i} + \cos i}.$$

Ebenso erhalten wir aus

$$R_s = -\frac{\operatorname{tang}(i-r)}{\operatorname{tang}(i+r)} = -\frac{\sin(i-r) . \cos(i+r)}{\sin(i+r) . \cos(i-r)},$$

und daraus

$$R_s = -\frac{(n . \cos r - \cos i)}{(n . \cos r + \cos i)} \frac{(\cos i . \cos r - \sin i . \sin r)}{(\cos i . \cos r + \sin i . \sin r)}$$

$$= -\frac{(n . \cos r - \cos i)}{(n . \cos r + \cos i)} \frac{(n \cos i . \cos r - \sin^2 i)}{(n . \cos i . \cos r + \sin^2 i)}.$$

Führen wir nun die Multiplicationen im Zähler und Nenner durch, indem wir zugleich für $\sin^2 i$ einsetzen $1 - \cos^2 i$, so wird

$$R_s = -\frac{n^2 \cos^2 r . \cos i - n . \cos r + \cos i - \cos^3 i}{n^2 \cos^2 r . \cos i + n . \cos r + \cos i - \cos^3 i}$$

$$= -\frac{\cos i\,(n^2 \cos^2 r + 1 - \cos^2 i) - n . \cos r}{\cos i\,(n^2 \cos^2 r + 1 - \cos^2 i) + n . \cos r},$$

und daraus

$$R_s = -\frac{n^2 \cos i - n . \cos r}{n^2 \cos i + n . \cos r} = \frac{\sqrt{n^2 - \sin^2 i} - n^2 . \cos i}{\sqrt{n^2 - \sin^2 i} + n^2 . \cos i}.$$

Ist nun das einfallende Licht unter dem Azimuthe α polarisirt, so wird hiernach die Intensität des reflectirten Lichtes

$$J_{R\alpha} = \cos^2 \alpha \left(\frac{\sqrt{n^2 - \sin^2 i} - \cos i}{\sqrt{n^2 - \sin^2 i} + \cos i}\right)^2 + \sin^2 \alpha \left(\frac{\sqrt{n^2 - \sin^2 i} - n^2 \cos i}{\sqrt{n^2 - \sin^2 i} + n^2 \cos i}\right)^2.$$

Wird nun

$$\sin i = n$$

der Einfallswinkel also der Grenzwinkel der totalen Reflexion, so wird

$$J_{R\alpha} = \cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1,$$

die Intensität des reflectirten Lichtes also gleich der des einfallenden Lichtes, es wird gar kein Licht gebrochen.

Wird nun der Winkel i noch grösser, so findet immer noch totale Reflexion statt, indess zeigen unsere Ausdrücke das nicht unmittelbar, denn in dem Falle werden beide Theile der Gleichung für $J_{R\alpha}$ imaginär, da dann $n^2 - \sin^2 i < 0$ wird. Die einzelnen Theile erhalten dann die Form

$$R_p = \frac{\cos i - \sqrt{\sin^2 i - n^2}\,.\sqrt{-1}}{\cos i + \sqrt{\sin^2 i - n^2}\,.\sqrt{-1}}$$

$$R_s = -\frac{n^2 . \cos i - \sqrt{\sin^2 i - n^2}\,.\sqrt{-1}}{n^2 . \cos i + \sqrt{\sin^2 i - n^2}\,.\sqrt{-1}}.$$

Wir können diese Ausdrücke nun leicht auf eine andere Form bringen, in welcher die Bedeutung des Imaginärwerdens leichter zu erkennen ist. Wir multipliciren zunächst Zähler und Nenner beider Ausdrücke mit den betreffenden Zählern, und erhalten dann für R_p

$$R_p = \frac{\cos^2 i - \sin^2 i + n^2 - 2\cos i\,.\sqrt{\sin^2 i - n^2}\,.\sqrt{-1}}{\cos^2 i + \sin^2 i - n^2},$$

$$R_p = \frac{1 + n^2 - 2\sin^2 i}{1 - n^2} - \frac{2\cos i\,.\sqrt{\sin^2 i - n^2}}{1 - n^2}\,.\sqrt{-1},$$

$$R_p = p - q\sqrt{-1}.$$

Für R_s erhalten wir in ganz gleicher Weise

$$R_s = -\frac{n^4\cos^2 i - \sin^2 i + n^2 - 2n^2\cos i\sqrt{\sin^2 i - n^2}\,.\sqrt{-1}}{n^4\cos^2 i + \sin^2 i - n^2},$$

$$R_s = \frac{\sin^2 i - n^2\,(1 + n^2\cos^2 i)}{\sin^2 i - n^2\,(1 - n^2 . \cos^2 i)} + \frac{2n^2\cos i\,.\sqrt{\sin^2 i - n^2}}{\sin^2 i - n^2(1 - n^2\cos^2 i)}\,.\sqrt{-1},$$

$$R_s = r + s\,.\sqrt{-1}.$$

Man sieht, dass beide Ausdrücke aus einem reellen und imaginären Theile bestehen, und dass somit auch die Gleichung für $J_{R\alpha}$ in jedem ihrer Theile reell und imaginär wird. Die Summe des reellen Theiles ist nicht allein gleich 1. Da nun aber die ganze einfallende Lichtmenge reflectirt wird, die reflectirte Intensität also gleich 1 ist, so muss auch der imaginäre Antheil des Ausdruckes eine physikalische Bedeutung haben, eine gewisse Quantität Licht darstellen, welche mit dem andern zusammen die gesammte Menge des reflectirten Lichtes liefert. Was bedeutet aber nun das Imaginärwerden des einen Theiles?

Ohne Zweifel, sagt Fresnel, bedeutet es, dass die Voraussetzung unserer Rechnung, nach welcher in der Grenzfläche selbst die reflectirten Schwingungen mit den einfallenden zusammenfallen, nicht mehr erfüllt ist, dass ein Theil der Bewegung unterhalb der reflectirten Fläche zurückgeworfen ist, und dadurch eine gewisse Verzögerung gegen den in der reflectirenden Fläche zurückgeworfenen Theil erfahren hat. In

der That, wenn dieses die richtige Auslegung des imaginären Ausdruckes ist, so muss die Analyse, da sie in ihren Antworten die Grundvoraussetzung nicht verlassen kann, nach welcher in der Grenzfläche die Schwingungen zusammenfielen, nothwendig für den Coefficienten der reflectirten Amplituden eine imaginäre Grösse geben. Denn wenn man den von der reflectirenden Fläche an durchlaufenen Weg mit x bezeichnet und mit

$$\sin (a + x)$$

die Verschiebung eines Aethermoleküles im Punkte x, im Falle die Vibrationsperioden an der reflectirenden Fläche mit der einfallenden Welle coincidirten, so wird, wenn an der Fläche ihre Perioden um eine gewisse Grösse vorgeschoben oder verzögert wurden, die Verschiebung im Punkte x werden

$$\sin (a' + x).$$

Wie nun aber auch der reelle Coefficient A der Grösse $\sin (a + x)$ werden mag, niemals kann für alle Werthe von x

$$A . \sin (a + x) = \sin (a' + x)$$

sein, dass heisst, wenn man fortfährt die Schwingungsperioden so zu zählen wie man anfänglich gethan hat, so giebt es keinen reellen Werth des Coefficienten, der im Stande wäre, die Verschiebungen der Moleküle darzustellen.

Wir werden daher das Imaginärwerden eines Theiles beider Ausdrücke dahin deuten dürfen, dass das reflectirte Wellensystem sowohl des parallel der Einfallsebene polarisirten Lichtes, als des senkrecht zu derselben polarisirten aus zwei Theilen besteht, deren einer in der reflectirenden Fläche zurückgeworfen ist, deren anderer aber soweit unterhalb derselben reflectirt ist, dass er gegen den ersten um eine viertel Wellenlänge verzögert ist.

Dass die Verzögerung gerade eine viertel Wellenlänge betragen muss, lässt sich auf folgende Weise ableiten. Bei der Verzögerung um eine halbe Wellenlänge erhalten die Verschiebungen im reflectirten Lichte das entgegengesetzte Vorzeichen, wir erhalten das in unserer Gleichung, indem wir die Gleichung des reflectirten Lichtes mit -1 multipliciren, Die Verschiebung um eine halbe Wellenlänge können wir durch zwei Verzögerungen von $^1/_4\lambda$ entstehen lassen, und die jedesmalige Verzögerung durch einen Coefficienten darstellen, mit welchem wir die Gleichung der Lichtbewegung multipliciren. Ist dieser Coefficient gleich m, so muss, da die zweimalige Verzögerung durch m^2 dargestellt wird, $m^2 = -1$, somit $m = \sqrt{-1}$ sein.

Wir erhalten somit für die Verschiebung eines um x' von der reflectirenden Fläche entfernten Aethermoleküles, zur Zeit t, die beiden Gleichungen:

1. für das der Einfallsebene parallel polarisirte Licht

$$y = p \cdot \cos\alpha \cdot \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x + x'}{\lambda}\right) - q \cdot \cos\alpha \cdot \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x + x' + \frac{1}{4}\lambda}{\lambda}\right)$$

und 2. für das senkrecht zur Einfallsebene polarisirte Licht

$$z = r \cdot \sin\alpha \cdot \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x + x'}{\lambda}\right) + s \sin\alpha \cdot \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x + x' + \frac{1}{4}\lambda}{\lambda}\right).$$

Die beiden in der Einfallsebene polarisirten Strahlensysteme sowohl als die beiden senkrecht zu derselben polarisirten liefern nun ein resultirendes System, dessen Amplitude nach §. 120 des ersten Theiles bestimmt wird durch die Quadratsumme der Theilamplituden. Die Intensität des parallel der Einfallsebene polarisirten Lichtes wird daher gemessen durch $(p^2 + q^2) \cdot \cos^2\alpha$, die des senkrecht dazu polarisirten durch $(r^2 + s^2) \cdot \sin^2\alpha$ und wir erhalten

$$J_{R\alpha} = (p^2 + q^2)\cos^2\alpha + (r^2 + s^2)\sin^2\alpha = \cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1$$

wie man leicht durch eine Ausführung der angedeuteten Rechnungen erhält. Die Gleichungen zeigen demnach, dass auch dann, wenn $r < \sin i$, noch totale Reflexion eintritt.

Das durch totale Reflexion zurückgeworfene Licht unterscheidet sich nun von dem durch partielle Reflexion erhaltenen wesentlich dadurch, dass es zum Theil, wie Fresnel sich anfangs ausdrückte, depolarisirt ist, in der That aber eine elliptische Polarisation erhalten hat, dass also die Aethertheilchen nicht mehr in geradliniger, sondern in elliptischer Bahn sich bewegen. Damit eine solche Bewegung bei in einer Welle schwingenden Theilchen eintrete, ist nach §. 123 des ersten Theiles nur nothwendig, dass zwei Wellen zusammentreffen, deren Schwingungen nach verschiedenen Richtungen geschehen, und welche eine zwischen 0 und $\frac{\lambda}{2}$ liegende Phasendifferenz besitzen.

Dass das nun hier der Fall ist, zeigen unsere Gleichungen unmittelbar. Denn die beiden nach der Einfallsebene polarisirten Strahlen haben einen resultirenden Strahl zur Folge, der sich durch die Form darstellen lässt

$$y = A \cdot \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x + x'}{\lambda} - \frac{D}{\lambda}\right),$$

worin, wie wir sahen,

$$A^2 = (p^2 + q^2)\cos^2\alpha = \cos^2\alpha$$

und nach §. 120 des ersten Theiles

$$A \cdot \cos 2\pi \frac{D}{\lambda} = p \cdot \cos\alpha; \quad A \cdot \sin 2\pi \frac{D}{\lambda} = -q \cdot \cos\alpha.$$

Für das senkrecht zur Einfallsebene polarisirte Licht erhalten wir einen resultirenden Strahl

$$z = B \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x + x'}{\lambda} - \frac{D'}{\lambda}\right),$$

$$B^2 = (r^2 + s^2)\sin^2\alpha = \sin^2\alpha,$$
$$B\,.\cos 2\pi\frac{D'}{\lambda} = r\,.\sin\alpha;\quad B\,.\sin 2\pi\frac{D'}{\lambda} = s\,.\sin\alpha.$$

Um nun die Phasendifferenz der beiden senkrecht zu einander polarisirten Strahlen zu erhalten, haben wir nur den Werth $D - D'$ zu bestimmen; wir erhalten denselben, da $A = \cos\alpha$, $B = \sin\alpha$, durch die Gleichung

$$\cos\frac{2\pi}{\lambda}(D - D') = \cos\frac{2\pi}{\lambda}D\,.\cos\frac{2\pi}{\lambda}D' + \sin\frac{2\pi}{\lambda}D\,.\sin\frac{2\pi}{\lambda}D' = pr - qs.$$

Bilden wir nun aus den vorher berechneten p, r, q, s diesen Ausdruck, so wird

$$\cos\frac{2\pi}{\lambda}(D - D') = \frac{\sin^2 i(1 + n^2) - 2\sin^4 i - n^2}{\sin^2 i(1 + n^2) - n^2}.$$

Der sich hieraus ergebende Werth von $\frac{2\pi}{\lambda}(D - D')$ zeigt an, um welchen Bruchtheil einer Wellenlänge das senkrecht zur Einfallsebene polarisirte Licht hinter dem parallel mit der Einfallsebene polarisirten zurückbleibt. Da nun der Werth des Cosinus im allgemeinen weder $+1$ noch -1 ist, so folgt daraus, dass zwischen diesen beiden Strahlen eine zwischen 0 und $\frac{\lambda}{2}$ liegende Phasendifferenz vorhanden ist; ob dieselbe indess positiv oder negativ ist, das heisst, ob die senkrecht zur Einfallsebene polarisirten Schwingungen in der That um so viel zurückbleiben oder ob sie voreilen, das lässt sich nicht entscheiden, da das Vorzeichen des Bogens sich nicht durch das Vorzeichen des Cosinus erkennen lässt. Das total reflectirte Licht ist daher im allgemeinen elliptisch polarisirtes. Zwei Fälle jedoch gibt es, in denen es geradlinig polarisirt ist, der erste tritt dann ein, wenn der Einfallswinkel gerade der Grenzwinkel ist, also

$$\sin i = n;$$

der zweite, wenn $i = 90^0$, also $\sin i = 1$ ist. Es sind dies die beiden Grenzfälle der totalen Reflexion.

Wie wir im §. 123 des ersten Theiles zeigten, kann unter gewissen Bedingungen die elliptische Bahn schwingender Punkte beim Zusammentreffen zweier in senkrechten Richtungen erfolgenden Schwingungen eine Kreisbahn werden, nämlich dann, wenn die beiden zu einander senkrechten Amplituden an Grösse genau gleich und die Phasendifferenz genau $^1/_4$ Wellenlänge beträgt. Will man nun durch totale Reflexion circular polarisirtes Licht erhalten, so muss man zunächst bewirken, dass

$$A = B$$

wird. Diese Bedingung wird erfüllt, wenn man bewirkt, dass das einfallende Licht unter einem Winkel $\alpha = 45^0$ gegen die Einfallsebene polarisirt ist, denn dann ist

$$A = \sqrt{(p^2 + q^2)} \, . \cos 45^0 = \cos 45^0 = \sqrt{1/2},$$
$$B = \sqrt{(r^2 + s^2)} \, . \sin 45^0 = \sin 45^0 = \sqrt{1/2}.$$

Damit die zweite Bedingung erfüllt werde, muss

$$\frac{2\pi}{\lambda} \, . \, (D - D') = (2m + 1) \frac{\pi}{2}$$

oder

$$\frac{\sin^2 i \, (1 + n^2) - 2 \sin^4 i - n^2}{\sin^2 i \, (1 + n^2) - n^2} = 0.$$

Diese Bedingung durch einmalige Reflexion zu erfüllen, ist nicht immer möglich, da die Werthe von i, welche totale Reflexion geben, von dem Brechungsexponenten abhängen, und es nicht für jedes n möglich ist, einen Winkel i zu erhalten, welcher jener Bedingung Genüge leistet. Im Gegentheil ergeben ausführlichere Rechnungen, dass der Brechungsexponent eines Mittels, welches durch einmalige totale Reflexion das Licht circular polarisirt, mindestens

$$n = 0{,}4142$$

sein muss. Es ist das der Brechungsexponent aus dem Mittel in Luft; der reciproke Werth

$$n = 2{,}4142$$

der Brechungsexponent aus Luft in das Mittel zeigt, dass das Mittel das Licht mindestens so stark brechen muss als der Diamant.

Will man durch schwächer brechende Mittel circular polarisirtes Licht erhalten, so muss man mehrfach reflectiren lassen, indem jede neue Reflexion unter demselben Winkel i wiederum dieselbe Phasendifferenz ertheilt.

Für Spiegelglas von St. Gobain, dessen Brechungsexponent für mittlere Strahlen gleich 1,51 ist, ergibt die Theorie, dass eine dreimalige Reflexion unter einem Einfallswinkel $i = 69^0 \; 12', 33$ das Licht circular polarisirt. Denn setzen wir diesen Werth in unsere Gleichung für die Phasendifferenz ein, so ergibt sich

$$\cos \frac{2\pi}{\lambda} \, (D - D') = \sqrt{3/4} = \cos 30^0 = \cos 1/3 \, \frac{\pi}{2}$$
$$D - D' = \frac{\lambda}{12} \, .$$

Um diese Folgerung der Theorie durch den Versuch zu prüfen, liess Fresnel aus solchem Glase ein Trapezoeder herstellen, $ABCD$ (Fig. 105), bei welchem die Seiten AD und BC mit der Basis DC Winkel von $69^0 \; 12', 33$ bildeten.

Fig. 105.



Auf die erste Seitenfläche *AD* liess er dann senkrecht Licht einfallen, dessen Polarisationsebene einen Winkel von 45⁰ mit der Einfallsebene bildete. Beim Eintritt des Strahles in das Glas tritt weder eine Brechung noch eine Drehung der Polarisationsebene ein; bei *a* wird daher das Licht zum erstenmale unter den zur circularen Polarisation erforderlichen Bedingungen reflectirt; nachdem dort eine Phasendifferenz von $\frac{\lambda}{12}$ eingetreten, erhalten die beiden senkrecht zu einander polarisirten Lichtmengen bei *b* und *c* jedesmal dieselbe Phasendifferenz, es tritt daher bei *c* ganz circular polarisirtes Licht aus. Mit dem Kalkspath untersucht, zeigte das austretende Licht auch keine Spur von Polarisation; in jeder Lage des Hauptschnittes traten zwei Strahlen gleicher Intensität aus dem Krystalle aus.

Dass, mit dem Kalkspathe untersucht, circular polarisirtes Licht sich so zeigen muss, übersieht man sofort, wenn man erwägt, dass dasselbe aus zwei senkrecht zu einander polarisirten Bündeln gleicher Amplitude besteht. Beim Durchtritt durch den Kalkspath werden die Schwingungen des Lichtes nach zwei zu einander senkrechten Ebenen zerlegt; die beiden Ebenen mögen nun eine Lage haben, welche sie wollen, wenn zwei senkrecht zu einander polarisirte Strahlen gleicher Intensität zugleich in den Kalkspath eindringen, so müssen sie immer zwei Componenten gleicher Amplitude liefern.

65 **Reflexion an Metallen.** Der Fresnel'schen Theorie über die Reflexion des Lichtes folgen die Erscheinungen, welche das von Metallen reflectirte Licht darbietet, nicht. Schon Malus fand, dass der Einfluss der Metalle auf das Licht bei der Reflexion ein anderer sei als derjenige durchsichtiger Körper; aus seinen ersten Versuchen schloss er, dass Metalle das Licht gar nicht zu polarisiren im Stande wären. Bald jedoch änderte er seine Ansicht, als er fand, dass das Phänomen der Polarisation theilweise hervorgebracht werde, und dass die polarisirende Wirkung zunehme, wenn der Einfallswinkel sich einem gewissen Winkel nähert. Der Unterschied zwischen Metallreflexion und der Reflexion an durchsichtigen Körpern besteht demnach darin, dass bei letzterer, wenn der Einfallswinkel dem Polarisationswinkel gleich ist, kein zur Einfallsebene senkrecht polarisirtes Licht zurückgeworfen wird, während bei den Metallen immer ein Theil desselben reflectirt wird.

Die umfassendsten Arbeiten über Metallreflexion haben Brewster[1]) und Neumann[2]) geliefert, von denen der erste das Thatsächliche der

---

[1]) Brewster. Philosoph. Transact. f. t. y. 1830 pt. II. Poggend. Annal. Bd. XXI.

[2]) Neumann. Poggend. Annal. Bd. XXVI.

Erscheinungen in sehr ausgedehnter Weise festsetzte, während letzterer die experimentellen Daten aus der Fresnel'schen Theorie ableitete.

Brewsters Angaben sind im wesentlichen folgende. Wenn ein von einem Metallspiegel zurückgeworfener Lichtstrahl durch einen Doppelspath zerlegt wird, so bemerkt man, dass er zum Theil polarisirt ist. Die Polarisation ist am stärksten bei der Zurückwerfung an Bleiglanz, am schwächsten bei der Reflexion von Silber. Der Winkel, unter welchem das Licht reflectirt werden muss, damit die Wirkung am deutlichsten hervortritt, ist ungefähr 75°, verändert sich jedoch von einem Metalle zum andern. Durch mehrfache Reflexion, bei constanter Einfallsebene nimmt die Menge des polarisirten Lichtes zu, und durch hinreichend oft wiederholte Reflexion wird das Licht vollständig in der Einfallsebene polarisirt. Lässt man das Licht einer Wachskerze von Stahlplatten reflectiren, so ist bei Einfallswinkeln zwischen 60° und 80° das Licht nach 8maliger Reflexion vollständig in der Einfallsebene polarisirt; bei Bleiglanz, Blei, Kobalt genügt eine geringere Anzahl, bei Silber jedoch bedarf es einer bedeutend grösseren Anzahl von Reflexionen.

Wendet man zu den Versuchen polarisirtes Licht an, dessen Polarisationsebene mit der Einfallsebene einen Winkel von 45° bildet, so ist nach zwei Reflexionen unter einem bestimmten Einfallswinkel das Licht wieder linear polarisirt, wenn die beiden Reflexionsebenen zusammenfallen. Der Einfallswinkel ist für jedes Metall ein bestimmter, für Stahl 75°, er wird von Brewster der Winkel des Polarisationsmaximums oder schlechthin der Polarisationswinkel genannt. Die Polarisationsebene nach der zweimaligen Reflexion ist stets eine andere, und zwar liegt sie an der andern Seite der Einfallsebene, so zwar, dass die Einfallsebene den spitzen Winkel, welchen die Polarisationsebene in der zweiten Lage mit der in der Lage vor der Reflexion bildet, schneidet.

Nach einer Reflexion ist das Licht weder gewöhnliches Licht, noch geradlinig polarisirtes. Ersteres kann es deshalb nicht sein, weil es nach einer zweiten Reflexion geradlinig polarisirt ist. Lässt man das zweimal reflectirte Licht noch ein drittes mal reflectiren, so wird es wieder ebenso beschaffen wie nach der ersten Reflexion, durch eine vierte Reflexion wieder geradlinig u. s. f., so dass das Licht immer nach einer geraden Anzahl von Reflexionen geradlinig, nach einer ungeraden Anzahl jedoch theilweise polarisirt ist wie nach einmaliger Reflexion.

Brewster schon nannte das einmal reflectirte Licht elliptisch polarisirt; er verband jedoch mit dieser Bezeichnung einen ganz andern Begriff, wie wir nach dem Vorgange Fresnels damit verbinden.

Neumann zeigte indess, dass das Licht in der That elliptisch polarisirt ist, das heisst, dass die Aethertheilchen in elliptischen Bahnen

sich bewegen. Er wies nach, dass die sämmtlichen von Brewster beobachteten Thatsachen sich aus folgenden zwei Grundsätzen erklären lassen:

1) Die Intensität eines von einer Metallfläche reflectirten Lichtstrahles ist verschieden, je nach dem seine Polarisationsebene in der Einfallsebene lag, oder zu ihr senkrecht war. In dieser Hinsicht verhalten sich die Metallflächen wie die Oberflächen durchsichtiger Körper bei der partiellen Reflexion, nicht wie bei der totalen Reflexion. Das Verhältniss der Intensitäten der parallel und senkrecht zur Einfallsebene polarisirt reflectirten Strahlen hängt ab von dem Einfallswinkel, und zwar wird die Intensität der reflectirten Strahlen, welche senkrecht zur Einfallsebene polarisirt sind, am kleinsten, wenn der Einfallswinkel dem Polarisationswinkel gleich ist, ohne jedoch jemals gleich 0 zu werden. Von diesem Einfallswinkel nimmt ihre Intensität zu, sowohl wenn der Einfallswinkel grösser wird, als wenn er kleiner wird; wenn der Winkel 0^0 oder 90^0 wird, so ist ihre Intensität gleich derjenigen der parallel der Einfallsebene polarisirten Strahlen.

2) Zwei an einer Metallfläche reflectirte Strahlen, deren einer parallel, der andere senkrecht gegen die Einfallsebene polarisirt ist, verhalten sich so, dass der eine, nämlich der parallel polarisirte dem andern um den Bruchtheil einer Undulationslänge voraus ist; in so weit ist also die Metallreflexion der totalen Reflexion ähnlich. Bei dem Winkel des Polarisationsmaximums beträgt die Verzögerung immer eine viertel Wellenlänge.

Es würde zu weit führen, die Neumann'sche Theorie, welche alle numerischen Details der Brewster'schen Beobachtungen wieder zu geben im Stande ist, vollständig vorzuführen. Es genüge, kurz zu zeigen, wie hieraus die Erscheinungen sich den Brewster'schen Beobachtungen gemäss ergeben.

Wie wir im §. 123 des ersten Theiles sahen, geben zwei senkrecht gegen einander gerichtete Schwingungen, wenn sie mit irgend einer Phasendifferenz zusammentreffen, oder zwei senkrecht gegen einander gerichtete Schwingungen verschiedener Intensität bei einer Phasendifferenz von $^1/_4$ Wellenlänge durch Interferenz zu einer elliptischen Bewegung des von beiden Componenten gleichzeitig getroffenen Punktes Anlass. Wenn demnach bei der Reflexion von Metallen die Schwingungen des der Einfallsebene parallel polarisirten Lichtes immer eine grössere Intensität haben als die senkrecht zur Einfallsebene polarisirten Strahlen, so muss, wenn die Strahlen durch Reflexion zugleich eine Phasendifferenz erhalten, immer durch dieselbe elliptisch polarisirtes Licht entstehen.

Wenn nun bei der Reflexion polarisirten Lichtes, dessen Polarisationsebene unter einem Winkel von 45^0 gegen die Einfallsebene geneigt

ist, unter einem bestimmten Winkel die Phasendifferenz der beiden Strahlen gerade eine viertel Wellenlänge beträgt, so ertheilt eine zweimalige Reflexion denselben die Phasendifferenz von einer halben Wellenlänge. Durch das Zusammenwirken der beiden Strahlen muss dann wieder geradlinig polarisirtes Licht entstehen. Wäre die Amplitude beider Schwingungen dieselbe, so müsste die Richtung der Schwingungen senkrecht sein zu derjenigen, welche die Schwingungen des einfallenden Lichtes besassen, oder die Polarisationsebene müsste um 90° gedreht sein, die Einfallsebene müsste den Winkel, welchen die Polarisationsebene in ihrer neuen Lage mit der frühern bildet, halbiren. Ist die Amplitude kleiner in den senkrecht zur Einfallsebene polarisirten Strahlen, so muss die Drehung der Polarisationsebene weniger als 90° betragen. Die Brewster'schen Beobachtungen haben letzteres ergeben.

Bei einer nochmaligen Reflexion wird die Phasendifferenz wieder um eine viertel Wellenlänge zunehmen, das geradlinig polarisirte Licht wird also wieder elliptisch polarisirt, bei einer vierten Reflexion wird die Phasendifferenz eine ganze Wellenlänge, das Licht also wieder geradlinig polarisirt. Ueberhaupt muss nach einer ungeraden Anzahl von Reflexionen das Licht elliptisch, nach einer geraden Anzahl geradlinig polarisirt sein, wie es die Brewster'schen Beobachtungen ergeben.

Da aber die zur Einfallsebene senkrecht polarisirte Componente der Strahlen eine stärkere Schwächung der Amplitude erhalten, so muss auch nach den mehrfachen Reflexionen die Polarisationsebene des reflectirten Lichtes der Reflexionsebene immer näher rücken, und wenn die Reflexionen oft genug wiederholt sind, so dass die zur Einfallsebene senkrecht polarisirte Componente verschwindet, mit der Polarisationsebene zusammenfallen. Dieselbe Anzahl von Reflexionen muss dann aber bei Anwendung unpolarisirten Lichtes bewirken, dass das Licht vollständig in der Einfallsebene polarisirt sei. Auch das zeigen die Versuche Brewsters, indem er fand, dass bei der Reflexion von Stahl ein unter dem Azimuthe 45° polarisirter Strahl nach 8maliger Reflexion ganz in der Einfallsebene polarisirt war, und dass ebenso gewöhnliches Licht nach einer gleichen Anzahl Reflexionen geradlinig und der Einfallsebene parallel polarisirt war.

Vervollständigung der Fresnel'schen Theorie. Nach den Arbeiten 66
Fresnels über die Reflexion und Brechung des Lichtes, welche zum Theil auf hypothetischen Voraussetzungen beruhen, nahm Cauchy die Frage nochmals auf. Derselbe[1]) gab einige Gleichungen für das reflectirte und gebrochene Licht, bei denen er sich nicht auf die sämmtlichen Fresnel'schen Annahmen stützte. Cauchy gab seine Formeln ohne Be-

---

[1]) Cauchy in den Comptes rendus der Pariser Akademie für 1839.

weis, indess sind dieselben mehrfach später von Beer[1]), v. Ettingshausen[2]) und neuerlichst von Friedrich Eisenlohr[3]) abgeleitet worden. Die Ableitung des letztern Mathematikers ist wohl die compendiöseste und zugleich vollständigste. Letzterer zeigt, wie sich die Cauchy'schen Gleichungen unmittelbar aus dem Grundsatze ergeben, dass bei der Ankunft einer Wellenbewegung an der Grenze zweier Mittel, und bei der dort stattfindenden Reflexion und Brechung durchaus keine Stetigkeitsunterbrechung eintreten kann, das heisst, dass die Summe der Bewegung längs der ganzen Grenzfläche und in jedem Zeitmomente in beiden Medien dieselbe und dass sie continuirlich sei. Dazu müssen die Verschiebungen der Aethertheile an der Grenze, als auch die Geschwindigkeiten genau dieselben sein. Dies ist der einzige Satz, den Cauchy anwendet, und man sieht, wie er sich von der ersten Annahme Fresnels nur dadurch unterscheidet, dass Fresnel nur die der Grenzfläche parallelen Componenten der Bewegungen gleich setzt.

Ist nun das Licht der Einfallsebene parallel polarisirt, geschehen die Schwingungen senkrecht zur Einfallsebene, also auch parallel der brechenden Fläche, so fällt diese Bedingung, was die Gleichheit der Verschiebungen angeht, mit Fresnels Annahme zusammen, für diesen Fall gelangt daher auch Cauchy ganz zu derselben Gleichung.

Anders jedoch für Licht, dessen Polarisationsebene zur Einfallsebene senkrecht ist, dessen Schwingungen also in derselben erfolgen. Da der gebrochene Strahl sowohl als der reflectirte gegen den einfallenden Strahl und dessen Schwingungen geneigt sind, so müssen die ankommenden Schwingungen in dem reflectirten und gebrochenen Strahle auch zu longitudinalen Schwingungen Anlass geben. Fresnel liess dieselben ganz ausser Acht, wie wir bei der Bildung der betreffenden Gleichungen sahen, sich stützend auf die Gesetze der Interferenz des polarisirten Lichtes, nach welchen bei den Lichtschwingungen keine longitudinalen Schwingungen vorhanden sind. Cauchy thut das nicht, sondern beachtet die unzweifelhaft vorhandenen longitudinalen Schwingungen, nimmt dagegen durch die gleiche Thatsache des nicht Vorhandenseins der longitudinalen Schwingungen im polarisirten Lichte, und somit auch im gewöhnlichen nicht polarisirten, bestimmt an, dass die longitudinalen Schwingungen sehr rasch an Intensität abnehmen, wenn sich das reflectirte oder gebrochene Licht von der Grenze entfernt; das Gesetz der Abnahme ist nach ihm das, dass, wenn in einer bestimmten Entfernung die longitudinale Amplitude die Hälfte geworden ist, sie in der doppelten Entfernung ein viertel, in der dreifachen ein achtel u. s. f. werde,

---

[1]) Beer. Poggend. Annal. Bd. XCI u. XCII.

[2]) v. Ettingshausen. Sitzungsberichte der Wiener Akademie für 1855.

[3]) Friedr. Eisenlohr. Poggend. Annal. Bd. CIV.

also eine Abnahme in geometrischer Progression, wenn die Entfernungen in arithmetischer Progression wachsen.

Bildet man nun die sich aus diesen Annahmen ergebenden Gleichungen für den reflectirten Strahl, so findet man, dass dieselben von den Fresnel'schen verschieden werden. Der senkrecht zur Einfallsebene polarisirte Strahl erhält nämlich im allgemeinen gegen den der Einfallsebene parallel polarisirten eine Phasendifferenz; so dass also die Cauchy'schen Gleichungen für die partielle Reflexion dasselbe ergeben, was Fresnels Gleichungen nur für die totale Reflexion forderten. Zugleich wird die Intensität der senkrecht zur Einfallsebene polarisirten Strahlen beim Polarisationswinkel nur ein Minimum ohne jemals vollständig Null zu werden.

Die Phasendifferenz der Strahlen, welche der Einfallsebene parallel polarisirt sind, und derjenigen, welche zu ihr senkrecht polarisirt sind, kann positiv, negativ oder auch Null werden, das heisst, die parallel polarisirten können voreilen oder zurückbleiben, oder die Phase beider kann gleich werden. Ist letzteres der Fall, so stimmt Cauchy's Gleichung mit Fresnels überein. Die Resultate Cauchy's sind somit allgemeiner und schliessen die von Fresnel als einen besondern Fall in sich ein.

Man hielt nun lange diesen speciellen Fall für den in der Natur realisirten, da die frühern Beobachtungen sich vollständig durch die Fresnel'schen Gleichungen wiedergeben liessen. Jamin[1]) indess wies durch eine grosse Anzahl messender Versuche nach, dass jene Gleichungen in der That nur angenähert richtige seien, welche zwar für die allgemeine Anwendung hinlänglich richtige Resultate liefern, dass aber genauere Messungen am reflectirten Lichte alle die Modificationen erkennen lassen, welche nach der Theorie von Cauchy ihm zukommen müssen.

Jamin zeigte nämlich, dass, wenn man polarisirtes Licht von einem durchsichtigen Körper reflectiren lässt, das reflectirte Licht im allgemeinen elliptisch polarisirt ist, dass jedoch die elliptische Bahn desselben immer eine sehr flache ist. Die kleine Axe der Bahnellipse fällt in die Polarisationsebene nach der Fresnel'schen Theorie. Wegen der Kleinheit derselben ist die Elliplicität nur wahrzunehmen, wenn man sehr intensives Licht nimmt; das ist auch der Grund, weshalb sie von frühern Beobachtern nicht wahrgenommen wurde, die meist Wolkenlicht oder Lampenlicht zu ihren Versuchen anwandten. Der Grund, weshalb die Bahnellipse nur wenig von einer geraden Linie abweicht, ist der, dass, solange der Einfallswinkel sehr von dem Polarisationswinkel ab-

---

[1]) Jamin. Annales de chim. et de phys. III. Sér. Tom. XXIX und XXXI. Poggend. Annal. Ergänzungsband III.

weicht, also die senkrecht zur Einfallsebene polarisirte Componente des reflectirten Lichtes einen merklichen Werth hat, die Phasendifferenz nicht merklich ist, sobald aber, in der Nähe des Polarisationswinkels die Phasendifferenz merklich ist, die Componente des reflectirten Lichtes, welche senkrecht zur Einfallsebene polarisirt ist, nur äusserst schwach ist. Es gelang Jamin daher auch nur mit directem Sonnenlicht unzweideutige Resultate zu erhalten. Es würde hier zu weit führen und theoretische Hülfsmittel voraussetzen, welche anzuwenden nicht gestattet sein kann, wenn wir die Jamin'schen Versuche genauer discutiren wollten, es genüge daher noch die Bemerkung, dass Jamin alle drei möglichen Fälle der Phasendifferenz beobachtet hat. Es gibt durchsichtige Substanzen, welche bewirken, dass das parallel der Einfallsebene polarisirte Licht dem andern bei der Reflexion voreilt, als auch solche, bei denen es zurückbleibt und schliesslich einige wenige, bei welchen die Differenz der Phase gleich Null ist.

Erstere Substanzen nennt Jamin solche mit positiver Reflexion, zu ihnen gehören vorwiegend die Substanzen, deren Brechungsexponent grösser ist als 1,48, bei Flüssigkeiten grösser als 1,40, so die verschiedenen von Jamin untersuchten Glasarten, Realgar, Kalkspath, Quarz, von Flüssigkeiten die verschiedenen flüchtigen Oele, absoluter Alkohol und verschiedene Aether. Die Substanzen, welche das Licht ohne Phasendifferenz reflectiren, für welche also die Fresnel'schen Formeln gültig sind, nennt Jamin neutrale. Es sind deren nur wenige, von festen Substanzen Alaun und Menilith, von Flüssigkeiten Glycerin, und einige Salzlösungen, wie Goldchloryr, salpeters. Nickeloxydul. Die Substanzen, bei welchen das senkrecht zur Einfallsebene polarisirte Licht vorauseilt, nennt Jamin solche mit negativer Reflexion, es gehören dahin von festen Körpern Flussspath und Hyalith; von flüssigen Wasser und eine Anzahl Salzlösungen, deren Brechungsexponent kleiner ist als 1,40, so Kupfervitriol, Chlorzink, Kali- und Natron-Salpeter u. a.

Auch für die Reflexion an Metallen hat Cauchy Gleichungen gegeben, welche aus den sonst bei der Reflexion gültigen Grundsätzen und der besondern Annahme abgeleitet werden können, dass bei den Metallen in dem gebrochenen Lichte nicht nur die longitudinalen, sondern auch die transversalen Schwingungen sehr rasch mit der Entfernung der Wellen von der Grenzfläche verschwinden.[1]) Man erhält unter diesen Voraussetzungen Gleichungen, welche nach gehöriger Bestimmung zweier in ihnen enthaltenen constanten Grössen, die Brewster'schen Beobachtungen vollständig wiedergeben. Auch die von Jamin[2]) später

[1]) Fr. Eisenlohr a. a. O.

[2]) Jamin. Annales de chim. et de phys. III. Sér. XIX u. XXII. Poggend. Annal. Ergänzungsband II und Bd. LXXIV.

zum Zwecke einer Prüfung der Cauchy'schen Gleichungen mit grösster Genauigkeit angestellten Messungen, haben die Zulässigkeit derselben bestätigt.

Drittes Kapitel.

Von der Doppelbrechung des Lichtes.

Doppelbrechung des Lichtes im Kalkspath. Im §. 58 haben wir die Erscheinung mitgetheilt, dass ein in einem Kalkspath eintretender Lichtstrahl im allgemeinen in zwei zerlegt wird, deren einer im Hauptschnitt polarisirt ist, und von denen der andere senkrecht zum Hauptschnitt polarisirt ist. Als Hauptschnitte definirten wir die Ebenen, welche die Axe in sich aufnehmen, bezeichneten aber in optischer Beziehung vorzugsweise jene dieser Ebenen als Hauptschnitt, welche zugleich das Einfallsloth in sich aufnimmt. Diese Ebene ist dann die Polarisationsebene des ordentlich gebrochenen Lichtstrahls. Die Schwingungen des Aethers in diesem Strahle geschehen senkrecht zum Hauptschnitt, also auch, da eine Richtung, welche auf einer Ebene senkrecht ist, zu jeder in der Ebene liegenden Richtung senkrecht ist, senkrecht zur Axe des Krystalles, welches auch der Winkel ist, welchen der ordentlich gebrochene Strahl mit der Axe bildet. 67

Die Polarisationsebene des ausserordentlich gebrochenen Strahles ist dem Hauptschnitte parallel; die Aetherschwingungen dieses Strahles geschehen also im Hauptschnitte, in jener Ebene, welche die Axe des Krystalles in sich aufnimmt. Dieselben sind senkrecht zu dem ausserordentlich gebrochenen Strahle, sie bilden also immer andere Winkel mit der Axe, je nach der Neigung, welche der Strahl mit der Axe bildet. Ist der Strahl der Axe parallel, so sind die Schwingungen senkrecht zur Axe, ist der Strahl senkrecht zur Axe, so sind die Schwingungen mit ihr parallel; allgemein sieht man, bilden sie mit derselben immer einen Winkel, welcher denjenigen zwischen Strahl und Axe zu 90° ergänzt.

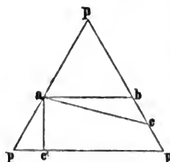
Durch den Krystall pflanzen sich demnach nur Schwingungen fort, welche in zwei zu einander senkrechten Ebenen vor sich gehen, die einen sind senkrecht zum Hauptschnitt und senkrecht zur Axe, die andern geschehen im Hauptschnitt und können mit der Axe beliebige Winkel bilden. Diese beiden Componenten, in welche die einfallenden Lichtstrahlen immer zerlegt werden, pflanzen sich nun überdies durch den Krystall nach verschiedenen Gesetzen fort, da sie als gesonderte Strahlen den Krystall verlassen.

Betrachten wir jetzt die Brechung der Strahlen genauer, so sehen wir, dass der eine der beiden Strahlen, den wir als den ordentlich gebrochenen bezeichnen, so gebrochen wird, als es das bisher von uns angenommene Brechungsgesetz verlangt; sein Brechungsexponent ist constant, wie auch der Strahl durch den Krystall hindurchtreten mag; und der gebrochene Strahl liegt in der durch das Einfallsloth und den einfallenden Strahl bestimmten Ebene. Der andere Strahl, dem wir deshalb auch den Namen des ausserordentlich gebrochenen beilegten, weicht nach beiden Richtungen von dem Brechungsgesetz ab; sein Brechungsexponent ist verschieden, je nach dem Winkel, welchen er mit der Axe des Krystalles einschliesst, und er befindet sich nur dann mit dem einfallenden Strahle in derselben Ebene, wenn die Axe des Krystalls in der Einfallsebene liegt, letztere also ein Hauptschnitt des Krystalles ist, oder wenn die Axe des Krystalls zum einfallenden Strahle senkrecht ist, in allen andern Fällen tritt der gebrochene Strahl aus der Einfallsebene aus.

Nehmen wir zunächst den einfachsten Fall, dass die Einfallsebene zugleich ein Hauptschnitt ist, lassen also zum Beispiel die Lichtstrahlen in einer Ebene einfallen, welche durch die kurzen Diagonalen der Begrenzungsflächen eines Kalkspathrhomboeders gelegt ist, und bestimmen dann den Brechungsexponenten der Strahlen, so finden wir für den ordentlichen Strahl stets denselben Werth, nämlich 1,6543, der Brechungsexponent des zweiten Strahles ist aber verschieden, je nach dem Winkel, welchen der Strahl mit der Axe einschliesst, und zwar wird er um so kleiner je grösser dieser Winkel ist; man findet ihn gleich 1,4833 für mittlere Strahlen, wenn der Strahl senkrecht zur Axe durch den Krystall hindurchtritt; er nimmt zu bis auf 1,6543, den Brechungsexponenten des ordentlichen Strahles, wenn die Neigung des Strahles von 90° gegen die Axe des Krystalles bis zu 0° abnimmt.

Die Messung dieser Brechungsexponenten lässt sich am besten dadurch ausführen, dass man aus einem Kalkspathkrystalle Prismen herstellt, so dass die brechende Kante derselben senkrecht ist zur optischen Axe, dass aber die Seiten derselben gegen die Axe verschieden geneigt sind. Lässt man dann den Lichtstrahl in der Richtung *ab* durch das Prisma treten, so dass der ausserordentliche Strahl immer mit den Seiten gleiche Winkel bildet, so findet man je nach der Lage der Axe *ac* den Brechungsexponenten verschieden. Fällt *ac* mit *ab* zusammen, so erhält man nur einen durchtretenden Strahl mit dem Brechungsexponenten 1,654; ist bei einem andern Prisma die Lage der Axe $ac' \perp ab$, so erhält man für *ab* den Brechungsexponenten 1,483. Man erhält dann aber noch

Fig. 106.

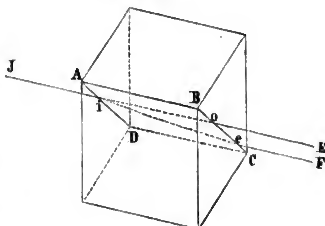


einen zweiten Strahl nach *ac*, mit dem Brechungsexponenten des ordentlichen Strahles. Die gebrochenen Strahlen liegen aber alle in der Einfallsebene.

Dasselbe ist auch dann der Fall, wenn wir ein Prisma anwenden, dessen brechende Kante der Axe parallel ist, und als Einfallsebene einen zur brechenden Kante senkrechten Schnitt des Prismas nehmen. In dem Falle können wir die Brechungsexponenten beider Strahlen aus dem Minimum der Ablenkung ableiten, da dann der ausserordentliche Strahl immer senkrecht zur Axe durch den Krystall hindurchtritt.

Dass der ausserordentliche Strahl im allgemeinen aus der Einfallsebene heraustritt, haben wir schon im §. 58 erwähnt, und bemerkt, dass derselbe, als wir ihn senkrecht auf eine natürliche Grenzfläche des Krystalls aufallen liessen, im Hauptschnitt verschoben erscheint. Man kann sich davon durch einen einfachen Versuch überzeugen. Lassen wir auf die natürlichen Begrenzungsflächen eines Kalkspathrhomboeders einen Lichtstrahl mit senkrechter Incidenz auffallen *Ji* Fig. 107, so treten 2 Strahlen aus der Fläche *BC* hervor. Der eine derselben *oE* geht ungebrochen hindurch, er ist die Verlängerung des einfallenden Strahles. Der zweite aber hat in dem Krystalle die Richtung *ie* angenommen und tritt als *eF* parallel mit *oE* hervor, wie wir daraus schliessen, dass auf einem Schirme, auf welchem wir die Strahlen auffangen, die von den beiden Strahlen herrührenden hellen Flecke immer gleich weit von einander entfernt sind, wie weit auch der Abstand des Schirmes von dem Krystalle ist.

Fig. 107.



Eine durch die beiden Strahlen gelegte Ebene schneidet den Krystall in der Ebene *ABCD*, im Hauptschnitt, ein Beweis, dass der ausserordentliche Strahl im Hauptschnitte verschoben ist. Drehen wir nun den Krystall um den einfallenden Strahl als Axe, so dreht sich auch die Ebene, welche die beiden Strahlen in sich aufnimmt, und zwar so, dass dieselbe immer der augenblicklichen Lage der Ebene *ABCD* parallel ist.

Das Gesetz, nach welchem die Brechung des Lichtes in einem Kalkspathe erfolgt, ist sonach ein ziemlich verwickeltes; indess gelang es schon Huyghens bald nach der Entdeckung der beschriebenen Erscheinungen durch den dänischen Physiker Erasmus Bartholinus[1]), durch

[1]) Erasmus Bartholinus. Experimenta crystalli Islandici disdiaclastici. Hafniae 1670.

eine einfache, derjenigen für isotrope Mittel analoge, Construction dasselbe darzustellen[1]).

Was zunächst den ordentlichen Strahl betrifft, so ergiebt sich aus dem Gesagten unmittelbar, dass derselbe in dem Krystall mit gleicher Geschwindigkeit sich fortpflanzt, welches auch die Richtung ist, in welcher er den Krystall durchsetzt.

Das Brechungsgesetz dieses Strahles ist also identisch mit dem, nach welchem das Licht bei dem Uebergange aus einem isotropen Mittel in ein anderes, z. B. aus Luft in Glas gebrochen wird; wir erhalten seine Richtung nach der in §. 19 entwickelten und aus der Undulationstheorie abgeleiteten Construction, und den Brechungswinkel r aus dem Einfallswinkel i durch

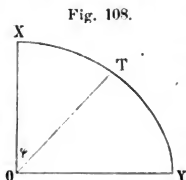
$$\frac{\sin i}{\sin r} = o = 1{,}6543.$$

Bestimmt man aber aus den gemessenen Brechungsexponenten des ausserordentlichen Strahles die Geschwindigkeiten desselben im Krystall, so geben die verschiedenen Werthe des erstern auch eine verschiedene Geschwindigkeit für diesen Strahl, je nach dem Winkel, welchen derselbe mit der Axe des Krystalles einschliesst. Denn die Geschwindigkeit der Fortpflanzung in dem zweiten Mittel ist dem Brechungsexponenten umgekehrt proportional; ist c die Fortpflanzungsgeschwindigkeit in der Luft, c' in dem Krystall, und e der Brechungsexponent des Strahles, wenn er mit der Axe den Winkel φ bildet, so ist

$$\frac{c}{c'} = e; \quad c' = \frac{c}{e}.$$

Huyghens fand nun, dass, wenn man aus allen Werthen e die zugehörigen Werthe c' bestimmt, dieselben die Radien-vectoren einer Ellipse bilden, welche man um die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Strahles, wenn er sich parallel oder senkrecht der Axe fortpflanzt, als Axen beschreibt. Ist demnach OX (Fig. 108) die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Strahles, wenn er sich parallel der Axe fortpflanzt, OY diejenige, wenn er sich senkrecht zur Axe fortpflanzt, und wir construiren um OX als kleine, um OY als grosse Axe eine Ellipse, so ist die Fortpflanzungsgeschwindigkeit in einer Richtung, welche mit der Axe den Winkel φ bildet durch den Radius-vector OT dieser Ellipse gegeben, welcher mit der Axe OX der Ellipse denselben Winkel φ bildet.

Fig. 108.



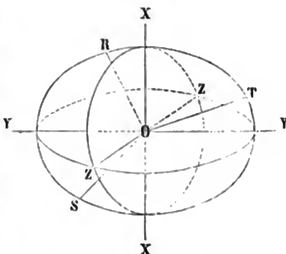
[1]) Huyghens. Traité de la lumière. Leiden 1690.
M. s. Beer. Einleitung in die höhere Optik. Braunschw. 1853.

Die gebrochene Welle entsteht nun nach der Huyghens'schen Construction durch alle die elementaren Wellen, welche von den Punkten der Grenzfläche, die von der einfallenden Welle getroffen werden, sich in dem zweiten Mittel verbreiten; und wir erhalten sie, wenn wir an die elementaren Wellenflächen, welche von den zuerst und zwar gleichzeitig getroffenen Punkten im zweiten Mittel sich ausbreiten, eine tangirende Ebene legen, welche zur Einfallsebene senkrecht ist, und welche überdies durch den Punkt geht, welcher in dem Augenblick Wellen auszusenden beginnt, in welchem die Welle gerade in das zweite Mittel übergetreten ist.

Ganz dieselbe Construction liefert uns auch die Welle des ausserordentlich gebrochenen Lichtes, nur haben hier die Wellen eine andere Form als bei der gewöhnlichen Brechung, sie besitzen, weil die Geschwindigkeit der Fortpflanzung nach verschiedenen Richtungen verschieden ist, nicht die Form einer Kugel, sondern die eines um die Axe des Krystalles gelegten Rotationsellipsoides.

Ist nämlich O (Fig. 109) ein Punkt im Innern des Krystalles, dessen Axe nach OX gerichtet ist, und nehmen wir an, dass in einem gegebenen Momente von O aus sich eine Lichtbewegung in dem Krystalle fortpflanze, so wird in der Richtung der Axe die Bewegung in einer bestimmten Zeit sich um die Strecke OX fortpflanzen. In derselben Zeit wird sich aber, wenn wir zunächst nur den Hauptschnitt OXY betrachten, die Lichtbewegung in der zur Axe senkrechten Richtung OY nach beiden Seiten um die Strecke OY fortpflanzen, welche zu der Länge OX sich verhält wie die Forpflanzungsgeschwindigkeit senkrecht zur Axe zu derjenigen parallel der Axe. In der Richtung OR, OS, OT, welche mit der Axe die Winkel φ, φ', φ'' bilden, wird sich das Licht um solche Strecken fortpflanzen, dass die Endpunkte der Strahlen R, S, T auf der um die beiden zu einander senkrecht stehenden Linien OY und OX beschriebenen Ellipse liegen.

Fig. 109.



Wie wir nun sahen, hängt die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes nur von dem Winkel ab, welchen die Fortpflanzungsrichtung mit der Axe bildet. In einem zu dem ersten senkrechten Hauptschnitt OXZ, werden daher die Verhältnisse ganz dieselben sein; die Grenze bis zu welcher das Licht in diesem sich ausgebreitet hat, muss also eine der ersten ganz gleiche Ellipse XZX sein. Eben dasselbe muss auch in jedem der durch OX gelegten Hauptschnitte der Fall sein, so dass die Grenze, bis zu

welcher sich das Licht in dem Krystalle vom Punkte O ausgebreitet hat, durch ein Rotationsellipsoid gegeben ist, welches wir erhalten, wenn wir um OX als Axe die Ellipse $XYXY$ rotiren lassen. Die Wellenfläche des ausserordentlichen Strahles ist also nicht eine Kugel, sondern ein Rotationsellipsoid, dessen Rotationsaxe gleich ist der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes in der Richtung der Axe, und dessen Aequatorialradius gleich ist der Fortpflanzungsgeschwindigkeit senkrecht zur Axe. Die Lage des Ellipsoides im Krystall ist bestimmt durch die Lage der Axe des Krystalles; mit dieser fällt die Rotationsaxe zusammen.

Ist nun der Punkt in der Oberfläche eines Krystalles gelegen, so ist die Wellenfläche der bei O in dieser übertretenden Lichtbewegung gegeben durch die Hälfte des Ellipsoides, welche auf der einen Seite eines durch O gelegten Diametralschnittes sich befindet. Die Lage dieses Diametralschnittes wird bestimmt durch die Neigung der Axe gegen die Grenzfläche; ist die Axe zu dieser senkrecht, so ist $YZYZ$ jener Diametralschnitt, ist die Axe der Grenzfläche parallel, so ist es $XZXZ$; hat sie eine andere Lage, so ändert sich auch der Diametralschnitt.

Um daher die in dem Kalkspath sich fortpflanzende ausserordentliche Lichtwelle zu erhalten, haben wir als erste Elementarwelle nur das durch die Lage der Axe bestimmte halbe Rotationsellipsoid zu construiren; und an dieses die erwähnte Tangentialebene zu legen.

Ist demnach DE die Wellenfläche eines den Kalkspath KK treffenden Strahlencylinders, und tritt die Axe des Krystalles nach vorn aus der Einfallsebene hervor (Fig. 110), so construiren wir um den zuerst von der Lichtwelle getroffenen Punkt D der Grenzfläche, die Wellenfläche

Fig. 110.



F des Krystalles in der angegebenen Weise mit den Dimensionen, wie sie der Zeit entsprechen, während welcher sich das Licht in dem ersten Mittel von E bis zur Grenzfläche fortpflanzt. Nennen wir die Zeit t, die Fortpflanzungsgeschwindigkeit längs der Axe ω, diejenige senkrecht

zur Axe ε, so ist die Axe des um die Krystallaxe zu legenden Rotationsellipsoides gleich ωt, der zur Axe senkrechte Aequatorialradius gleich εt. Wir legen dann durch den Punkt E' eine zur Einfallsebene senkrechte Tangentialebene, und diese ist dann die gebrochene Lichtwelle, welche, sich selbst parallel bleibend, in dem Krystall sich fortpflanzt.

Die Richtung des gebrochenen Strahles ist nun nach dem Huyghens-schen Principe gegeben durch die Verbindungslinie der Punkte D und d, des Mittelpunkts der Elementarwelle mit dem Punkte, in welchem dieselbe durch die sämmtliche Elementarwellen umhüllende Fläche oder berührende Ebene tangirt wird (Theil I, §. 125). Die Axe des gebrochenen Strahlenbündels und somit dieses selbst, ist demnach der Verbindungslinie des Mittelpunktes der Wellenfläche mit dem Punkte, in welchem dieselbe von jener Ebene tangirt wird, parallel.

Diese Verbindungslinie fällt nun im allgemeinen nicht in die Einfallsebene, und ist auch nicht zur gebrochenen Wellenebene senkrecht, wie unmittelbar daraus folgt, dass der Radius-vector in einem Ellipsoid nicht auf der durch seinen Endpunkt gelegten Tangentialebene senkrecht steht. Ziehen wir von dem Mittelpunkte D des Rotationsellipsoides eine Senkrechte auf die zur Einfallsebene senkrechte Ebene der gebrochenen Lichtwelle, so ist diese zwar der Einfallsebene parallel; das heisst eine durch diese Linie und das Einfallsloth in D gelegte Ebene fällt mit der Einfallsebene zusammen. In dieser Ebene liegt aber der Radius-vector im allgemeinen nicht, sondern in einer Ebene, welche wir durch die Normale der Welle und die Rotationsaxe des Wellenellipsoides legen, welche mit der Hauptaxe des Krystalles zusammenfällt.

Nur in dem Falle also, wenn die optische Axe in der Einfallsebene liegt, oder der Radius-vector senkrecht steht auf der gebrochenen Welle, derselbe also zusammenfällt mit der Normale der Welle, und somit diese identisch ist mit dem vom Punkte D auf die gebrochene Wellenebene herabgelassenen Loth, bleibt der ausserordentlich gebrochene Strahl in der Einfallsebene. Wir werden diese speciellen Fälle sofort näher betrachten.

Bevor wir aber die Uebereinstimmung der Huyghens'schen Construction mit der Erfahrung näher nachweisen, ist es gut auf einen Umstand aufmerksam zu machen, auf den Unterschied in den Verhältnissen des gebrochenen Strahles und der gebrochenen Lichtwelle.

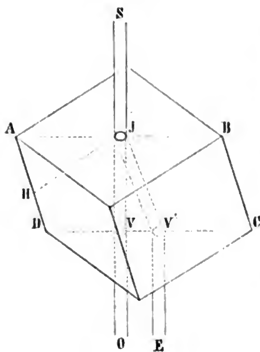
Bei isotropen Mitteln, in welchen die Wellenfläche eine Kugel ist, fällt der Strahl, die Verbindungslinie des Wellenmittelpunktes mit dem Punkte, in welchem die elementare Welle von der umhüllenden Fläche oder berührenden Ebene getroffen wird, mit der Normale der Fläche im Berührungspunkte zusammen; es bedurfte dort also keiner Unterscheidung zwischen Strahl und Wellennormale oder Welle; was von dem

einen galt, galt auch von dem andern. Speciell war die Fortpflanzungsgeschwindigkeit und Fortpflanzungsrichtung von Strahl und Welle dieselbe. Anders jedoch hier für das ausserordentlich gebrochene Licht, hier fällt Strahl und Wellennormale nicht zusammen, ersterer steht gegen die Wellenebene schief. In diesem Falle pflanzt sich also der Lichtstrahl nach einer andern Richtung und mit anderer Geschwindigkeit fort als die Lichtwelle. Dies ist auch, wie wir sofort ableiten werden, der Grund, weshalb bei senkrechter Incidenz ein gegen den einfallenden Lichtstrahl verschobener gebrochener Strahl auftritt, wenn die Axe gegen die brechende Fläche geneigt ist.

68 **Vergleich der Huyghens'schen Construction mit der Erfahrung.** Um den Nachweis zu liefern, dass durch die Huyghens'sche Construction in der That die Erscheinungen der Doppelbrechung vollständig dargestellt werden, wollen wir einige Fälle mittels derselben ableiten, und zwar zunächst den schon mehrfach erwähnten Fall des Durchtrittes eines Strahlencylinders durch einen natürlichen Kalkspathrhomboeder.

Es sei zu dem Ende *ABCD* Fig. 111 ein Kalkspathrhomboeder, auf dessen obere Fläche ein Bündel paralleler Lichtstrahlen *SJ* auffalle. Die optische Axe des Krystalles ist durch die Mittellinie der gleichseitigen Ecken *B* und *D* gegeben, und bildet somit nach unseren frühern Angaben mit jeder der Flächen *AB* und *DC* einen Winkel von 44° 37′. Legen wir durch das Einfallsloth und die in *JH* angedeutete Axe eine Ebene, so ist diese ein Hauptschnitt des Krystalles. Das Strahlenbündel zertheilt sich beim Eintritt in den Krystall, wie wir sahen, in zwei Theile, das eine folgt den gewöhnlichen Gesetzen der Brechung, es ist die Fortsetzuug des einfallenden Bündels, und tritt nach *vo* in der Verlängerung von *SJ* aus dem Krystalle aus.

Fig. 111.



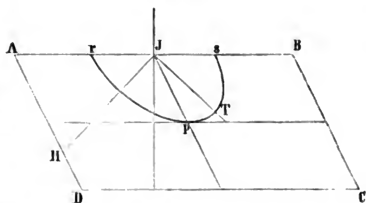
Dass dieses aus der Huyghens'schen Construction folgt, brauchen wir nicht besonders abzuleiten. Denn da die einfallenden Wellen der brechenden Fläche parallel sind, so sind es auch die gebrochenen Wellen, und da die Wellennormale hier mit dem gebrochenen Strahle zusammenfällt, so steht der gebrochene Strahl auf der brechenden Fläche senkrecht, er ist die Verlängerung des einfallenden Strahles. In dieser muss er daher auch beim Austritt aus dem Krystall sich fortpflanzen. Die Schwingungen des gebrochenen Strahles geschehen

senkrecht zur Axe, also auch senkrecht zum Hauptschnitt; letzterer ist die Polarisationsebene dieser Strahlen.

Die ausserordentlich gebrochenen Strahlen sind im Hauptschnitt, also in der Ebene *SJH* verschoben; sie pflanzen sich im Krystall nach *JV'* fort, und treten dann bei *V'* nach *V'E* parallel mit *VO* aus. Sie sind senkrecht zum Hauptschnitt polarisirt, ihre Schwingungen geschehen im Hauptschnitt.

Alles dieses gibt uns die Huyghens'sche Construction unmittelbar. Wir legen um irgend 3 Punkte, welche von der der brechenden Fläche parallelen Wellenfläche gleichzeitig getroffen werden, die ellipsoidische Wellenfläche, und an dieselbe eine gemeinschaftliche Berührungsebene. Diese Berührungsebene wird, wie unmittelbar aus der vollkommenen Gleichheit der drei Wellenflächen, welche ihre Mittelpunkte in der brechenden Fläche haben, folgt, der brechenden Fläche parallel. Die im Berührungspunkt jeder Wellenfläche errichtete Normale ist daher senkrecht zur brechenden Fläche, somit dem Einfallslothe parallel. Wie wir sahen liegt nun der Radius-vector, den wir an den Punkt legen, in welchem eine Ebene ein Rotationsellipsoid berührt, in dem durch die Rotationsaxe und die Normale bestimmten durch das Ellipsoid gelegten Schnitt. Da nun die in dem Berührungspunkt auf der Wellenebene errichtete Senkrechte dem Einfallslothe parallel ist, so folgt, dass dieser Schnitt in die Ebene des Hauptschnittes fällt, und dass somit der gebrochene Strahl ganz im Hauptschnitt des Krystalls liegt. Um nun die Richtung des Strahles zu bestimmen, sei *ABCD* Fig. 112 jener Hauptschnitt, *J* einer der Punkte, um welche wir die Wellenfläche *F* construirt haben und *JH* die Richtung der Axe. Der Hauptschnitt als ein durch die Rotationsaxe gelegter Schnitt des Ellipsoides, schneidet dasselbe in einer Ellipse, *rps*, deren kleine Axe in *JH* fällt, deren grosse Axe *JT* dazu senkrecht ist. Diese Ellipse wird nun im Punkte *p* von der Berührungsebene berührt, der Radius-vector *Jp* gibt uns also die Richtung der gebrochenen Strahlen. Wie man sieht, sind dieselben im Hauptschnitte verschoben, und zwar so, dass der ausserordentliche Strahl weiter von der Axe entfernt ist, als der ordentliche Strahl.

Fig. 112.



Die Schwingungsrichtung des ausserordentlichen Strahles liegt ganz in der Wellenebene, und zugleich muss sie auch durch den Strahl selbst gehen, wir erhalten demnach die Schwingungsebene, wenn wir durch

den Strahl und die Wellennormale eine Ebene legen; diese Ebene ist aber der Hauptschnitt; die Schwingungen des ausserordentlichen Strahles geschehen also im Hauptschnitte; er ist senkrecht zum Hauptschnitt polarisirt.

Wie wir sahen bleibt die Wellenfläche des ausserordentlichen Strahles der brechenden Fläche parallel; ist demnach die zweite Fläche *DC* der ersten *AB* parallel, so werden die Punkte derselben, welche überhaupt von der Welle getroffen werden, alle zugleich von der Welle getroffen; es pflanzen sich daher von allen diesen Punkten zugleich Elementarwellen in das folgende Mittel fort, und die allen gemeinsame Berührungsebene ist der zweiten brechenden Fläche wieder parallel. Ist nun das zweite Mittel ein isotropes, wie z. B. in dem gewöhnlichen Falle, wenn der Krystall von Luft umgeben ist, so fällt in diesem wieder der gebrochene Strahl mit der Wellennormale zusammen; und da diese dem Einfallslothe oder dem einfallenden Lichte parallel ist, so folgt, dass das aus dem Krystall austretende ausserordentliche Strahlenbündel *V'E* dem einfallenden parallel ist. Die Polarisationsebene desselben kann nicht geändert sein, da gar kein Grund dafür vorhanden ist; auch das austretende Bündel muss demnach senkrecht zum Hauptschnitte polarisirt sein.

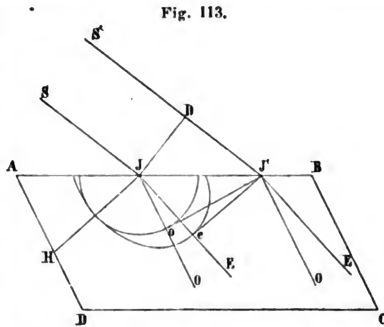
Alle Erscheinungen also, welche wir beim Durchtritte des Lichtes durch ein Kalkspathrhomboeder wahrgenommen haben, wenn ein Strahlenbündel die erste Fläche senkrecht traf, werden uns durch die Huyghens'sche Construction unmittelbar gegeben.

Wir bemerkten vorhin, dass im allgemeinen die ausserordentlichen Strahlen aus der Einfallsebene heraustreten, und sahen im vorigen §., wie die Huyghens'sche Construction diese Erscheinung ableitet; wir erwähnten dabei, dass jedoch in zwei Fällen der ausserordentliche Strahl in der Einfallsebene bleibt, wenn die Axe des Krystalles ganz in ihr liegt, der Hauptschnitt desselben also mit der Einfallsebene zusammenfällt, und wenn die Axe des Krystalles auf der Einfallsebene senkrecht ist. Beide Fälle lassen sich aus der Huyghens'schen Construction ableiten.

Was zunächst den ersten Fall betrifft, so sahen wir, dass die Normale der gebrochenen Welle immer in der Einfallsebene liegt, da die gebrochene Welle auf der Einfallsebene senkrecht ist. Der gebrochene Strahl liegt nun in der durch die Wellennormale und die Axe des Krystalls gelegten Ebene. Liegt daher die letztere ganz in der Einfallsebene, so fällt die durch beide gelegte Ebene mit der Einfallsebene zusammen, oder der ausserordentliche Strahl liegt ebenfalls in der Einfallsebene, welches auch der Winkel ist, unter welchem er die brechende Fläche trifft. Wir können demnach die Richtung beider Strahlen leicht durch eine ebene Construction erhalten. Es sei *ABCD* die Einfallsebene und zugleich der Hauptschnitt des Krystalles, *JH* die Richtung der Axe

(Fig. 113). Unter irgend einem Einfallswinkel i falle auf die Fläche AB ein Bündel paralleler Lichtstrahlen SJ $S'J'$. Den ordentlich gebrochenen Strahl $JOJ'O'$ erhalten wir wie früher, indem wir um J die kugelförmige Welle mit dem Radius Jo legen, dessen Länge in der bekannten Weise bestimmt ist. Da der ausserordentliche Strahl in derselben Ebene liegt, haben wir, um ihn zu erhalten, um die Axe JH nur den Durchschnitt der Einfallsebene und Wellenfläche zu legen; derselbe ist eine Ellipse; und die Tangente $J'e$ an diese Ellipse zu ziehen. Die Verbindungslinie JeE gibt die Richtung des ausserordentlich gebrochenen Strahles. Derselbe ist schwächer gebrochen als der ordentliche Strahl, und, wie die Figur zeigt, weiter von der Axe entfernt.

Fig. 113.



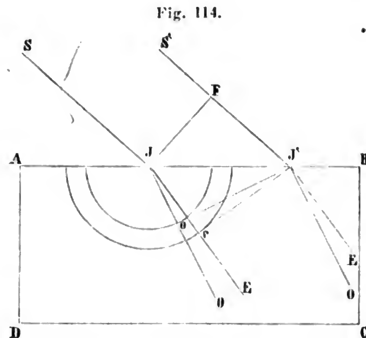
Dass, im Falle die optische Axe senkrecht zur Einfallsebene ist, der ausserordentliche Strahl in der Einfallsebene bleibt, folgt daraus, dass dann die Rotationsaxe des Wellenellipsoides senkrecht zur Einfallsebene ist. Die zur Einfallsebene senkrechte, also der Rotationsaxe parallele Berührungsebene, welche uns die ausserordentliche Welle liefert, berührt deshalb die Wellenfläche in einem Aequatorialschnitt, das heisst in einem durch den Mittelpunkt der Wellenfläche senkrecht zur Axe gelegten Schnitt. Da nun dieser Schnitt ein Kreis ist, so trifft die im Berührungspunkt errichtete Normale den Mittelpunkt der Wellenfläche, sie ist also selbst zugleich Radius-vector. In diesem Falle sind also auch für den ausserordentlichen Strahl Wellennormale und Strahl identisch. Da nun die Wellennormale immer in der Einfallsebene liegt, so also auch in diesem Falle der ausserordentliche Strahl.

Ist demnach (Fig. 114) $ABCD$ der Durchschnitt eines Krystalles, dessen Axe senkrecht zur Einfallsebene, der Ebene der Zeichnung, ist und $SJS'J'$ ein die obere Fläche treffendes Strahlenbündel, so erhalten wir zunächst die ordentlich gebrochenen Strahlen JO nach der gewöhnlichen Construction.

Um die ausserordentlich gebrochenen Strahlen zu erhalten, müssen wir bedenken, dass die Wellenfläche des ausserordentlich gebrochenen Lichtes von der Einfallsebene in dem Aequatorialschnitt geschnitten wird, in welchem sie von der gebrochenen Wellenebene berührt wird. Wir haben daher um den Einfallspunkt J nur einen Kreis zu legen, dessen

Radius *Je* gleich ist der Strecke, durch welche das Licht sich im Krystall senkreckt zur Axe fortpflanzt, während es in der Luft die Strecke *FJ'* zurücklegt, also für Kalkspath

Fig. 114.



$$Je = \frac{FJ'}{1{,}438}$$

und dann von *J'* aus an den Kreis eine Tangente zu ziehen. *JeE* ist dann die Richtung des ausserordentlichen Strahles.

Man wird nach dem vorigen sich nun leicht noch andere Fälle ableiten können, so z. B., dass auch nach der Huyghens'schen Construction keine Doppelbrechung eintritt, wenn das Licht parallel der Axe durch den Krystall tritt u. a. m. Das mitgetheilte genügt, um zu erkennen, wie die Erscheinungen am Kalkspath vollständig durch diese Construction dargestellt werden.

69 **Einaxige Krystalle.** Der Kalkspath ist nicht der einzige Krystall, in welchem die in den vorigen §§. beschriebenen und durch die Huyghens'sche Construction abgeleiteten Erscheinungen der Doppelbrechung des Lichtes sich zeigen, sondern alle zu den beiden krystallographischen Systemen mit einer Hauptaxe, dem tetragonalen oder quadratischen und dem hexagonalen Systeme gehörigen Krystalle zeigen ganz ähnliche Erscheinungen.

Den Gestalten des tetragonalen oder quadratischen Systemes liegt ein rechtwinkliges dreiaxiges Kreuz zu Grunde, von denen zwei Axen in einer Ebene liegen und unter einander gleich sind; die dritte Axe, welche auf dieser senkrecht steht und von den beiden andern verschieden ist, ist die Hauptaxe des Krystalles. Fällt Licht auf eine Platte eines Krystalles aus diesem System, so erleidet es im allgemeinen eine Doppelbrechung, ausser dann, wenn die gebrochenen Strahlen der krystallographischen Hauptaxe parallel, die gebrochene Wellenebene also zu derselben senkrecht ist.

Das hexagonale System wird am bequemsten auf 4 Axen bezogen, von welchen drei in einer Ebene liegen und sich unter einem Winkel von 60° schneiden; die vierte steht auf dieser Ebene senkrecht; die drei ersten sind unter einander an Grösse gleich, die vierte ist entweder grösser oder kleiner, sie ist daher die krystallographische Hauptaxe.

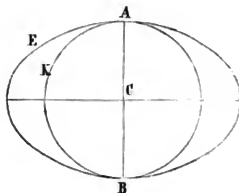
Auch diese Krystalle ertheilen dem Lichte im allgemeinen eine Doppelbrechung; der eine der Strahlen folgt dem gewöhnlichen Brechungsgesetz, sein Brechungsexponent ist immer derselbe; der andere ist durch die entwickelte Huyghens'sche Construction mit ellipsoidischer Wellenfläche zu erhalten. Nur wenn die gebrochenen Strahlen der krystallographischen Hauptaxe parallel sind, tritt keine Doppelbrechung ein.

Die Krystalle dieser beiden Systeme haben also das gemeinsame, dass sie bei der Brechung das Licht im allgemeinen in einen ordentlichen und einen ausserordentlichen Strahl zerlegen, und dass es nur eine Richtung gibt, in der eine solche Doppelbrechung nicht stattfindet. Sie sind demnach in optischer Beziehung nicht verschieden und werden deshalb mit dem gemeinsamen Namen der optisch einaxigen Krystalle bezeichnet. Unter optischer Axe wird dann eben die Richtung verstanden, in welcher keine Doppelbrechung stattfindet, und wie erwähnt, fällt diese Richtung mit der krystallographischen Hauptaxe zusammen.

Die einaxigen Krystalle zerfallen aber nach einer andern Richtung in zwei grosse Klassen in die positiven oder attractiven und in die negativen oder repulsiven Krystalle. Ein Repräsentant der letztern Klasse ist der Kalkspath; zu ihr gehören alle jene Krystalle, bei denen die Geschwindigkeit der ausserordentlichen Strahlen grösser, der Brechungsexponent derselben also kleiner ist als der der ordentlichen Strahlen. Das die Wellenfläche der ausserordentlichen Strahlen darstellende, um die Axe herumgelegte Rotationsellipsoid ist somit ein abgeplattetes, der zur Axe senkrechte Durchmesser des Aequatorialschnittes ist grösser als die Axe der Wellenfläche.

Man kann die Wellenflächen der beiden im Krystall sich fortpflanzenden Strahlen vereinigen und die beiden Flächen zusammen als die Wellenfläche der einaxig negativen Krystalle bezeichnen. Dieselbe besteht dann offenbar aus einer Kugel und einem Rotationsellipsoid, die wir erhalten, wenn wir den Kreis K und die Ellipse E (Fig. 115) um ihre gemeinsame Axe AB rotiren lassen. Die aus der Rotation des Kreises entstehende Kugel ist dann die Grenze, bis zu welcher sich in einer gegebenen Zeit von dem im Innern des Krystalls liegenden Punkte C die ordentlichen Strahlen fortgepflanzt haben, während das Ellipsoid die Grenze der gleichzeitig fortgepflanzten ausserordentlichen Strahlen darstellt. Die beiden Flächen berühren sich an den Endpunkten der kleinen Axe des Ellipsoides;

Fig. 115.



die Wellenfläche der ordentlichen Strahlen ist ganz von derjenigen der ausserordentlichen eingeschlossen.

Der Name repulsive Krystalle für die zu dieser Klasse gehörigen rührt daher, weil der ausserordentlich gebrochene Strahl, wenn die Einfallsebene ein Hauptschnitt des Krystalles ist, immer weiter von der Axe entfernt ist als der ordentliche Strahl und man deshalb bei Zugrundelegung der Emissionstheorie annahm, dass von der Axe der Krystalle eine abstossende Kraft ausgehe, welche einige Lichttheilchen der eingedrungenen Strahlen ablenke und so den ausserordentlichen Strahl veranlasse.

Die grössere Mehrzahl der einaxigen Krystalle gehört zu dieser Kategorie. Aus der von Beer[1]) gegebenen Zusammenstellung entnehmen wir folgende; die Brechungsexponenten der ordentlichen Strahlen sind mit *o*, die der ausserordentlichen mit *e* bezeichnet.

A. Tetragonale Krystalle.

Ammoniak doppelt-arseniksaures	$o = 1{,}578$;	$e = 1{,}524$	Sénarmont[2]),
Ammoniak doppelt-phosphorsaures	$o = 1{,}515$;	$e = 1{,}477$	Sénarmont,
Anatas	$o = 2{,}554$;	$e = 2{,}493$	Miller[3]),
Kali doppelt-arseniksaures	$o = 1{,}592$;	$e = 1{,}536$	Sénarmont,
Kali doppelt-phosphorsaures	$o = 1{,}507$;	$e = 1{,}476$	Sénarmont,
Kupferoxyd-Ammoniak, salzsaures	$o = 1{,}744$;	$e = 1{,}724$	Sénarmont.

B. Hexagonale Krystalle.

Apatit,			
Chlorcalcium,			
Kalkspath	$o = 1{,}6543$;	$e = 1{,}4833$	Malus[4]),
Korund,			
Natron, salpetersaures	$o = 1{,}481$;	$e = 1{,}251$	Marx[5]),
Rubin,			
Smaragd,			
Turmalin, weisser	$o = 1{,}6366$;	$e = 1{,}6193$	Miller.

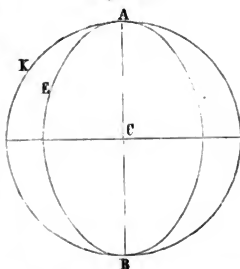
Lange Zeit glaubte man, dass sämmtliche einaxige Krystalle in diese Klasse gehörten, bis Biot im Jahre 1814 die Entdeckung machte[6]), dass in vielen Krystallen der ungewöhnliche Brechungsexponent der grössere sei. In diesen pflanzt sich also das Licht parallel der optischen Axe und somit als ordentlicher den gewöhnlichen Brechungsgesetzen

---

[1]) Beer. Einleitung in die höhere Optik. Braunschweig 1853.
[2]) Sénarmont. Annales de chim. et de phys. III. Sér. Tom. 33.
[3]) Miller. Poggend. Ann. LVII.
[4]) Malus. Théorie de la double réfraction. Paris 1810.
[5]) Marx. Schweigger Journal LVII.
[6]) Biot. Mémoires de l'Institut de France 1814.

folgender Strahl am schnellsten fort. Die ausserordentlichen Strahlen pflanzen sich immer langsamer fort, am langsamsten in einer zur optischen Axe senkrechten Richtung. Auch für diese Krystalle ist die Huyghens'-sche Construction unmittelbar anwendbar, nur ist das Rotationsellipsoid, welches die Wellenfläche der ausserordentlichen Strahlen darstellt, ein anderes, es ist ein in die Länge gezogenes Rotationsellipsoid, dessen der Axe parallele Rotationsaxe grösser ist als der Durchmesser des darauf senkrechten Aequatorialschnittes. Auch hier können wir die Wellenfläche des gebrochenen Lichtes gemeinsam durch eine Kugel und ein Rotationsellipsoid darstellen, welche wir erhalten, wenn wir den Kreis *K* und die Ellipse *E* (Fig. 116) um die, beiden gemeinschaftliche, Axe *AB* rotiren lassen. Die durch Rotation des Kreises *K* entstehende Kugel ist dann die Grenze, bis zu welcher der ordentlich gebrochene Strahl sich von einem Punkte *C* im Innern des Krystalles in einer gegebenen Zeit fortgepflanzt hat, während das Ellipsoid die Grenze ist, bis zu welcher sich die Lichtbewegung der ausserordentlichen Strahlen in derselben Zeit ausgebreitet hat. Die beiden Theile der Fläche, Kugel und verlängertes Rotationsellipsoid, berühren sich an den Endpunkten der grossen Axe des Ellipsoides, die Fläche der ordentlichen Strahlen umgibt also rings diejenige der ausserordentlichen Strahlen.

Fig. 116.



Da die ausserordentlichen Strahlen stärker gebrochen werden, sind sie der Axe näher gerückt als die ordentlichen Strahlen, sie schliessen mit der Richtung der Axe einen kleinern Winkel ein. Wegen der Annahme, dass die Axe der Krystalle einige der in den Krystall eingedrungenen Lichttheilchen anzöge und dadurch den ausserordentlichen Strahl erzeuge, nannte Biot diese im Gegensatz zu der ersten Klasse attractive Krystalle. Jetzt nennt man sie allgemein solche mit positiver Doppelbrechung.

Folgende Krystalle gehören in diese Kategorie:

A. Tetragonale Krystalle.

Apophyllit,		
Kalk-Kupfer, essigsaures,		
Rutil,		
Schwerstein	$o = 1{,}970$;	$e = 2{,}129$,
Zirkon	$o = 1{,}961$;	$e = 2{,}015$,
Zinnstein.		

B. Hexagonale Krystalle.

Amethyst,
Bergkrystall $o = 1{,}5471$; $e = 1{,}5563$ Rudberg [1]),
Dioptas $o = 1{,}667$; $e = 1{,}723$ Miller,
Eis,
Kali, schwefelsaures $o = 1{,}493$; $e = 1{,}502$ Sénarmont.

Um die Richtung der Strahlen in einem dieser Krystalle zu bestimmen, hat man nur die Wellenflächen, um den Einfallspunkt zu bestimmen, indem man den Radius der Kugel und die Rotationsaxe des Ellipsoides dem reciproken Werthe des Brechungsexponenten o, die zweite Axe des Rotationsellipsoides oder den Durchmesser von dessen Aequatorialschnitt dem reciproken Werthe des ausserordentlichen Brechungsexponenten e proportional macht.

70 **Physikalische Erklärung der Doppelbrechung.** Die Doppelbrechung des Lichtes besteht nach den Mittheilungen der vorigen §§. darin, dass die an der Grenzfläche eines einaxigen Krystalles ankommende Lichtbewegung in zwei zu einander senkrechte Componenten zerlegt wird, deren eine in einer zur Axe des Krystalles senkrechten Ebene liegt, es sind die Schwingungen des ordentlichen Strahles, während die andere in einer Ebene liegt, welche durch die Axe des Krystalles gelegt wird.

Diese beiden Componenten pflanzen sich im allgemeinen durch den Krystall mit verschiedenen Geschwindigkeiten fort, die erstere jedoch mit constanter, welches auch die Richtung ist, in welcher sie den Krystall durchsetzen, die letztere mit verschiedener Geschwindigkeit, je nach dem Winkel, welchen die Schwingungen mit der Axe des Krystalles bilden. Das Fortpflanzungsgesetz der Wellen und Strahlen, sowie die Polarisationsrichtung der ausserordentlichen Strahlen wird uns durch die Huyghens'sche Construction geliefert.

Eine physikalische Erklärung der Doppelbrechung hat daher die doppelte Aufgabe, erstens nachzuweisen, wie es kommt, dass eine Zerlegung des Lichtes in jene beiden Componenten stattfindet und dann das Gesetz aufzusuchen, nach welchem jede der beiden Componenten in dem Krystalle sich fortpflanzt; oder vielmehr, da jenes Gesetz vollständig durch die Huyghens'sche Construction gegeben ist, die letztere theoretisch zu begründen. Beides ergibt sich unmittelbar aus einer einfachen Hypothese über die Beschaffenheit des Lichtäthers, im Innern der einaxigen Krystalle, auf welche wir leicht durch Beachtung der im dritten Abschnitt des ersten Theiles untersuchten Gesetze der Wellenbewegung geführt werden.

---

[1]) Rudberg. Poggend. Ann. XIV.

Denken wir uns einen durchaus homogenen cylindrischen Stab oder eine cylindrische gespannte Saite und versetzen diese in transversale Schwingungen. Ein solcher Stab verhält sich rings um die Axe durchaus gleich, und in welcher Richtung wir ihn auch stossen und schwingen lassen, für alle diese Schwingungen sind die Grössen, welche die Fortpflanzungsgeschwindigkeit bestimmen, Elasticität und Dichtigkeit des Stabes sich genau gleich; alle diese Schwingungen pflanzen sich daher mit eben derselben Geschwindigkeit durch den Stab fort. Haben wir z. B. einen solchen Stab nach einer Richtung in Schwingung versetzt und stossen ihn dann nach einer andern Richtung, so setzen sich die Schwingungen nach beiden Richtungen zusammen, und so lange der Stab schwingt, beschreibt jedes Theilchen desselben die resultirende Bahn, welche aus jenen Theilbewegungen sich ergibt. Stossen wir den Stab noch nach einer dritten, vierten etc., aber immer zur Axe senkrechten Richtung, so setzen auch die hieraus hervorgehenden Schwingungen mit den ersten sich zusammen und jedes Theilchen des Stabes beschreibt die aus allen diesen Impulsen resultirende Bahn, so lange der Stab schwingt. Könnten wir diesem Stabe in sehr kurzer Zeit Stösse nach allen zur Axe senkrechten Richtungen geben, so würden sich alle diese Schwingungen mit gleicher Geschwindigkeit durch denselben fortpflanzen, sie würden sich daher überall combiniren, und jedes Theilchen würde die aus allen Impulsen resultirenden Bahnen beschreiben.

Die Schwingungen des Lichtäthers, welche wir als Licht wahrnehmen, geschehen alle parallel den Lichtwellen, in diesen aber nach allen möglichen zur Wellennormale senkrechten Richtungen; welches nun auch in einem isotropen Mittel, also im leeren Raume oder in der Luft, etc. die Richtung der Schwingungen sei, sie pflanzen sich immer mit derselben Geschwindigkeit fort. In einem unpolarisirten Lichtstrahl beschreibt jedes Lichttheilchen eine Bahn, welche aus den Impulsen nach allen Azimuthen resultirt. Ein sich in einem isotropen Mittel fortpflanzender Lichtstrahl verhält sich also gerade so wie der eben betrachtete homogene cylindrische Stab.

Denken wir uns jetzt aber einen Stab von elliptischem Querschnitt und versetzen diesen in Schwingungen. Weil die Dicke dieses Stabes nach verschiedenen Richtungen verschieden ist, ist auch die Elasticität des Stabes nach verschiedenen Richtungen verschieden, die durch eine der grossen Axe des Querschnittes parallele Biegung entwickelte Elasticität ist grösser als diejenige, welche durch eine Biegung nach einer andern Richtung entwickelt wird. Wir wollen der Kürze des Ausdruckes wegen die durch die erste Biegung entwickelte Elasticität, welche für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Schwingungen maassgebend ist, als die Elasticität des Stabes nach der grossen Axe, die andere als die

Elasticität nach der Richtung der kleinen Axe bezeichnen; überhaupt soll, wenn von der Elasticität eines Mittels nach einer bestimmten Richtung die Rede ist, darunter immer die durch eine Biegung, oder durch Schwingungen, welche nach dieser Richtung geschehen, entwickelte Elasticität verstanden werden, welche die aus der Gleichgewichtslage verschobenen Theilchen zurückzieht und nach §. 122 für die Oscillationsdauer und Geschwindigkeit der Fortpflanzung maassgebend ist.

Versetzen wir nun den Stab mit elliptischem Querschnitt in Schwingungen parallel der grossen Axe, so pflanzen sich die Schwingungen in dem Stabe am raschesten fort, versetzen wir ihn in Schwingungen parallel der kleinen Axe, so pflanzen sich diese am langsamsten fort. Stossen wir aber nun den Stab nach einer zwischen jenen beiden Richtungen liegenden, so beobachten wir immer (man sehe §. 137 des ersten Theiles) eine Zerlegung der dadurch erzeugten Schwingungen nach der Richtung der grössten und kleinsten Elasticität; dieselben pflanzen sich unabhängig von einander durch den Stab fort, jede mit der ihr eigenen Geschwindigkeit. Wir schliessen das aus der Beobachtung der Curven, welche ein Punkt dieses Stabes bei einem solchen schiefen Stosse durchläuft.

Wir haben nun schon mehrfach gesehen, dass die Aetherschwingungen des Lichtes denselben mechanischen Gesetzen folgen, welche wir im dritten Abschnitt des ersten Theiles entwickelt haben. Wenn demnach eine Lichtwelle sich in einem Mittel fortpflanzt, dessen Elasticität nach verschiedenen Richtungen verschieden ist, so muss auch hier eine Zerlegung der Schwingungen nach der Richtung der grössten und kleinsten Elasticität stattfinden, welches auch die ursprüngliche Richtung der Schwingungen war. Jede dieser polarisirten Wellen pflanzt sich dann mit der durch die Elasticität nach der betreffenden Richtung bedingten Geschwindigkeit fort, gemäss der früher entwickelten Gleichung

$$c = C . \sqrt{\frac{e}{d}} .$$

Wenn nun in einem besondern Falle von der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Bewegung auch die Richtung der Fortpflanzung abhängt, so werden sich die beiden senkrecht zu einander polarisirten Wellen von einander trennen müssen und jede nach der durch ihre Fortpflanzungsgeschwindigkeit bestimmten Richtung fortpflanzen.

In dem so eben Gesagten liegt nun sofort die Erklärung für die Theilung des Lichtes in zwei nach verschiedenen Richtungen sich fortpflanzende Strahlen bei seinem Eintritte in einen doppelbrechenden Krystall, wenn wir die Hypothese machen, dass die Elasticität des Aethers im Krystalle nach verschiedenen Richtungen eine verschiedene ist. Eine in den Krystall eintretende Welle unpolarisirten Lichtes muss sich dann in zwei polarisirte Wellen spalten, deren jede mit der ihr

eigenen Geschwindigkeit sich fortpflanzt, und da die Fortpflanzungsrichtung derselben bei der Brechung von der Fortpflanzungsgeschwindigkeit abhängt, so müssen diese Wellen nach verschiedenen Richtungen sich fortpflanzen.

Durch welche Constitution des Aethers diese verschiedene Elasticität bewirkt wird, darüber enthalten wir uns jeder Annahme; es kann dieselbe sehr verschieden sein[1]); wir wollen nur erwähnen, dass durch Zulassung unserer Hypothese in die Undulationstheorie nicht der Vorwurf erhoben werden kann, dass wir dieselbe zu Gunsten einer neuen Thatsache modificiren. Im Gegentheil, es ist die Annahme der Anisotropie des Aethers nur eine Folgerung aus der Undulationstheorie, gestützt auf die mechanischen Gesetze der Wellenbewegung in homogenen nicht isotropen Mitteln. Ueberdies erkennen wir in dem Krystall selbst einen anisotropen Körper, welcher nach verschiedenen Richtungen hin verschiedene Eigenschaften hat, verschiedene Härte, Spaltbarkeit, Elasticität etc. besitzt. Da wir nun wissen, dass zwischen den Molekülen des festen Körpers und denen des in ihm enthaltenen Aethers Wechselwirkungen stattfinden, so hat es zugleich nichts auffallendes, dass sich die Anisotropie auch auf den in dem Krystall enthaltenen Aether ausdehnt, besonders wenn wir erkennen, dass die Anisotropie des Aethers mit der des Krystalles in innigster Beziehung steht.

Es würde nun leicht sein aus den optischen Erscheinungen abzuleiten, wie die Elasticität des Aethers in den einaxigen Krystallen beschaffen sein muss, damit die Doppelbrechung in der mitgetheilten Weise erfolgen kann; indess wird es kürzer und klarer sein, wenn wir den umgekehrten Weg einschlagen. Wir werden die Hypothese über die Elasticität des Aethers in den einaxigen Krystallen, auf welche Fresnel[2]) durch rein mechanische Betrachtungen geführt wurde, voranstellen und aus dieser dann das Gesetz ableiten, nach welchem die Lichtbewegung, sowohl die ausserordentliche als die ordentliche, im Krystall sich fortpflanzt. Die Uebereinstimmung des so erhaltenen Satzes mit der Huyghens'schen Construction ist dann ein Beleg für die Richtigkeit unserer Annahme.

Fresnel nimmt an, dass die Elasticität des Aethers im Krystall nach verschiedenen Richtungen verschieden ist, in der Richtung der Axe ist sie am grössten bei negativen, am kleinsten bei positiven Krystallen. Bei negativen Krystallen nimmt sie stetig ab, so wie die betrachteten Richtungen mit der Axe grössere Winkel bilden, nach allen Richtungen jedoch, welche mit der Axe gleiche Winkel φ bilden, ist sie dieselbe.

---

[1]) Man sehe Beer, Einleitung in die höhere Optik p. 215 ff.

[2]) Fresnel. Mémoires de l'Acad. de Sciences Tome VII. Poggend. Annalen XXIII.

Am kleinsten ist sie in negativen Krystallen in einer zur Axe senkrechten Ebene, dort aber, da alle die möglichen in dieser Ebene liegenden Richtungen mit der Axe gleiche Winkel von 90° bilden, nach allen Richtungen dieselbe. Bei positiven Krystallen ist es umgekehrt, dort nimmt die Elasticität mit der Neigung einer Richtung gegen die Axe zu, und in allen zur Axe senkrechten Richtungen ist sie am grössten.

Das Gesetz, nach welchem sich die Elasticität in den einaxigen Krystallen mit der Richtung ändert, lässt sich durch eine rings geschlossene Fläche darstellen, welche Fresnel Elasticitätsfläche nennt. Dieselbe ist eine Rotationsfläche, deren Rotationsaxe in die optische oder krystallographische Hauptaxe des Krystalles fällt. Die Elasticität des Aethers nach irgend einer Richtung ist dann dem Quadrate des von dem Mittelpunkte in dieser Richtung an die Fläche gezogenen Leitstrahles proportional. Die Curve, welche wir zur Erzeugung der Elasticitätsfläche um die Axe rotiren lassen müssen, bestimmt Fresnel folgendermassen. Ist die Elasticität des Aethers für Schwingungen, welche parallel der Axe geschehen, proportional β^2 und für solche, welche zu derselben senkrecht sind, proportional α^2, so ist sie für Schwingungen, welche mit der Axe irgend einen Winkel ψ bilden, proportional ϱ^2, wo dann ϱ aus der Gleichung bestimmt wird

$$\varrho^2 = \beta^2 . \cos^2 \psi + \alpha^2 . \sin^2 \psi.$$

Ist demnach AO Fig. 117 und Fig. 118 gleich β und $OS = \alpha$, Fig. 117 für negative, Fig. 118 für positive Krystalle, und beschreiben

Fig. 117.

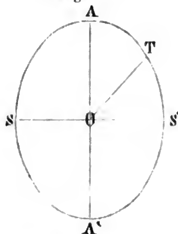
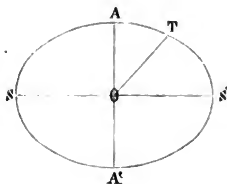


Fig. 118.



wir um diese beiden zu einander senkrechten Axen eine Curve $ASA'S'$, so dass die Leitstrahlen OT, welche mit der Axe einen beliebigen Winkel ψ bilden, bestimmt sind durch die Gleichung

$$OT^2 = AO^2 . \cos^2 AOT + OS^2 . \cos^2 S'OT = \beta^2 . \cos^2 \psi + \alpha^2 . \sin^2 \psi,$$

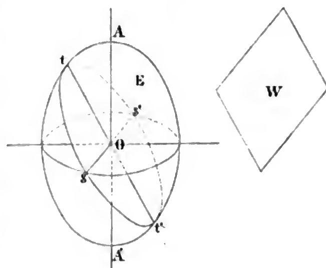
so würde diese Curve dem von Fresnel aufgefundenen Gesetz, nach welchem die Elasticität des Aethers in einem Krystall sich ändert, genügen; das heisst, denken wir uns in einem Krystall in einer durch die Axe gelegten Ebene diese Curve construirt, so würde das Quadrat

des in die Richtung OT fallenden Radius-vector der Curve der Elasticität des Aethers für Schwingungen, welche dieser Richtung parallel sind, proportional sein. Denken wir uns nun diese Curve um die Axe rotiren, so ist die entstehende Rotationsfläche die Elasticitätsfläche des Aethers; für Schwingungen, welche nach irgend einer Richtung geschehen, ist der Radius-vector der Fläche, welcher in dieser Richtung liegt, das Maass der Elasticität, seinem Quadrate ist die durch solche Schwingungen erregte Elasticität proportional. Bezeichnen wir dieselbe mit e, so ist

$$e = m \,.\, OT^2 = m \,.\, \varrho^2 = m\;(\beta^2 .\cos^2\psi + \alpha^2 .\sin^2\psi).$$

Wir erhalten nun die Fortpflanzungsverhältnisse einer in einen Krystall eindringenden nicht polarisirten Lichtwelle folgendermassen. Die Lichtwelle sei eine Ebene W und die Richtung, nach welcher sie zunächst im Krystalle sich fortpflanzt, bilde mit der Axe den Winkel φ. Wir denken uns nun um die Axe des Krystalles, den wir als negativ voraussetzen wollen, die Elasticitätsfläche E (Fig. 119) construirt, W sei die eintretende Wellenebene. Legen wir nun durch die Fläche E einen mit der eintretenden Wellenebene parallelen Diametralschnitt $tst's'$, so geben uns die Radien-vectoren dieses Schnittes Ot, Os, die Elasticität des Aethers für die Schwingungen, welche in der Welle diesen Richtungen parallel geschehen. Da nun die Fläche E durch die Rotation einer rings geschlossenen Curve entstanden ist, so ist sie selbst und deshalb auch jeder durch sie gelegte Schnitt rings geschlossen. Von den Radien-vectoren dieses Schnittes ist nun jedenfalls einer der grösste und einer der kleinste, ausser wenn der Schnitt senkrecht zur Axe, also ein Kreis ist; dann erhalten alle den kleinsten gleichen Werth α. Welches nun aber auch die Lage des Schnittes ist, immer fällt einer der Radien-vectoren, da der Schnitt durch den Mittelpunkt geht, in den Aequatorialschnitt; und da der Aequatorradius den kleinsten Werth von allen möglichen Radien-vectoren hat, so ist auch in diesem Schnitt der Radius Os, welcher in der Aequatorebene liegt, der kleinste.

Fig. 119.



Der grösste Radius-vector des Schnittes $tst's'$ ist der zu Os senkrechte Ot, da dieser von allen der Axe am nächsten ist. Derselbe ist der Durchschnitt des durch die Axe gelegten zu $tst's'$ senkrechten Schnittes $AtA't'$ mit dem Schnitte $tst's'$ und bildet mit der Axe den

Winkel $90^0 - \varphi$, er liegt also in dem durch die Axe gelegten auf *Os* senkrechten Hauptschnitte der Elasticitätsfläche.

Da nun immer eine Theilung der Schwingungen nach der Richtung der grössten und kleinsten Elasticität stattfinden muss, so zerspaltet sich die in den Krystall eindringende Welle in zwei, deren Schwingungen parallel *Os* also senkrecht zur Axe und parallel *Ot* also in einer durch die Axe gelegten Ebene und unter einer Neigung $90^0 - \varphi$ gegen die Axe geschehen.

Welches nun auch der Winkel φ sei, welchen die Normale der Welle mit der Axe bildet, es wird immer bei der Fortpflanzung der Welle durch den Krystall eine solche Theilung derselben eintreten müssen, denn immer schneidet ein der Welle paralleler Diametralschnitt die Elasticitätsfläche in einer solchen Curve, deren kleine Axe zu *At'* senkrecht ist, deren grosse in einem durch die Axe gelegten Schnitt auf der Wellennormale senkrecht ist und mit der Axe *AA'* den Winkel $90^0 - \varphi$ bildet. Nur in dem einen Falle, in welchem die Wellenebene *W'* senkrecht zur Axe ist, schneidet ein ihr paralleler Diametralschnitt die Elasticitätsfläche in einem Kreise; in dem Falle ist also die Elasticität nach allen Richtungen gleich, es tritt keine Spaltung der Welle ein, sie pflanzt sich ungetheilt durch den Krystall fort.

Die Theilung der Wellen, wie sie durch den Versuch gegeben wird, folgt also unter Annahme dieser Elasticitätsverhältnisse unmittelbar, es müssen sich immer durch den Krystall zwei Wellen fortpflanzen, ausser wenn die Fortpflanzungsrichtung der Welle in die Axe des Krystalles fällt.

Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit dieser Wellen ist immer verschieden, deshalb muss auch im allgemeinen bei dem Uebergange des Lichtes in den Krystall die Fortpflanzungsrichtung der Wellen verschieden sein. Für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit c einer Wellenbewegung haben wir früher ganz allgemein den Ausdruck erhalten

$$c = C \cdot \sqrt{\frac{e}{d}},$$

worin e die durch die Schwingungen in dem Mittel hervortretende elastische Kraft und d die Dichtigkeit des Mittels bedeutet. Für die erste der beiden Wellen, in welche W in dem Krystall zerlegt wird, ist nun e constant, nach welcher Richtung auch W in dem Krystalle sich fortpflanzt, und da die Dichtigkeit des Aethers in dem Krystalle als einem homogenen Mittel überall dieselbe ist, so folgt, dass für diese Welle die Fortpflanzungsgeschwindigkeit unabhängig von der Richtung ist, in welcher die Welle sich fortpflanzt. Bezeichnen wir den Aequatorialdurchmesser unserer Elasticitätsfläche mit α, so haben wir für diese Wellen

$$e = m \cdot \alpha^2$$

und somit für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit ω dieser Wellen

$$\omega = C . \sqrt{\frac{m\alpha^2}{d}} .$$

Setzen wir nun

$$C . \sqrt{\frac{m}{d}} = A ,$$

so wird

$$\omega = A . \alpha .$$

Wenn daher im Innern des Krystalles im Punkte O eine Lichtbewegung beginnt, hat sich immer nach der Zeit t eine Lichtwelle um O ausgebreitet, deren Schwingungen senkrecht zur Axe geschehen und deren Grenze eine Kugel vom Radius $r = \omega t$ ist.

Ist aber der Punkt O ein Punkt in der Grenzfläche des Krystalles, in welchem eine ankommende Welle eine Lichtbewegung erzeugt, so wird auch von diesem in den Krystall sich eine solche Bewegung fortpflanzen, deren Grenze im Krystall eine Halbkugel vom Radius ωt ist. Es folgt somit, dass wir, um die Richtung der in den Krystall übergegangenen Wellenebene zu erhalten, die gewöhnliche Huyghens'sche Construction anwenden können. Die Schwingungsrichtung der so erhaltenen gebrochenen Wellenebene ist senkrecht zur Axe, also auch senkrecht zum Hauptschnitt, die Polarisationsebene des Strahles ist somit der Hauptschnitt des Krystalles. Die Verhältnisse des ordentlich gebrochenen Strahles ergeben sich also vollkommen so wie die Erfahrung sie festgestellt hat.

Die Oscillationsrichtung der zweiten im Krystall sich fortpflanzenden Welle bildet mit der Axe den Winkel $90^0 - \varphi$, die durch diese Oscillationen entwickelte Elasticität ist proportional dem Quadrate des mit der Axe den gleichen Winkel $90^0 - \varphi$ bildenden Durchmessers Ot, es ist demnach

$$e = m . Ot^2$$

und deshalb die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Welle, welche dieser Richtung parallel oscillirt

$$c = C . \sqrt{\frac{m . Ot^2}{d}} = A . Ot .$$

Um nun die Wellenfläche dieser Wellen zu erhalten, das heisst die Grenze, bis zu welcher die Schwingungen, welche parallel der durch die Axe gelegten Ebene geschehen, sich fortpflanzen, wenn in O eine Lichtbewegung erregt wird, ist es nothwendig, die Abhängigkeit der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Schwingungen von dem Winkel, den diese oder die Fortpflanzungsrichtung mit der Axe bildet, zu bestimmen. Denn wenn in O eine Lichtbewegung erzeugt wird, pflanzen sich Wellenebenen W nach allen Richtungen fort, und jede dieser Wellen ergibt

eine, deren Schwingungen in einer durch die Axe gelegten Ebene erfolgen; die Richtung der Schwingungen in dieser Ebene ist aber für die verschiedenen Wellen verschieden.

Da aber die Elasticitätsfläche eine Rotationsfläche ist, alle durch die Axe gelegten Schnitte sich somit ganz gleich verhalten, so genügt es, die Geschwindigkeit c der Fortpflanzung in einem solchen Diametralschnitt aufzusuchen. Die Linie, welche in dieser Ebene die von O aus gleichzeitig erreichten Punkte aufnimmt, haben wir dann nur um die Axe rotiren zu lassen, um die Fläche zu erhalten, bis zu welcher sich die Lichtschwingungen gleichzeitig in dem Krystall ausgebreitet haben.

Ist zu dem Ende wieder $ASA'S'$ ein durch die Axe der Elasticitätsfläche gelegter Schnitt Fig. 120, in welchem Ot die Richtung der Schwingungen und der Radius-vector der Elasticitätsfläche ist, so dass

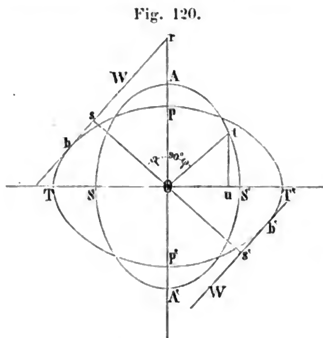
$$c = A . Ot$$

und

$$Ot = \sqrt{\beta^2 \cos^2 (90^0 - \varphi) + \alpha^2 \sin^2 (90^0 - \varphi)} = \sqrt{\beta^2 . \sin^2 \varphi + \alpha^2 . \cos^2 \varphi},$$

so ist der Abstand der Wellenebene, deren Schwingungen parallel Ot geschehen, von dem Anfangspunkte O zur Zeit t nach dem Anfange der Bewegung

Fig. 120.



$$d = c . t$$
$$= t . A . \sqrt{\beta^2 \sin^2 \varphi + \alpha^2 \cos^2 \varphi}$$

oder, wenn wir für t die Zeiteinheit einsetzen

$$d = \sqrt{A^2 . \beta^2 \sin^2 \varphi + A^2 \alpha^2 . \cos^2 \varphi}.$$

Nun ist $A\alpha$ die soeben mit ω bezeichnete Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes parallel der Axe AA; β^2 ist der Elasticität des Aethers in der Richtung der Axe proportional, $A\beta$ also die Geschwindigkeit der Fortpflanzung des Lichtes senkrecht zur Axe. Bezeichnen wir diese, welche dem reciproken Werthe des Brechungsexponenten e (§. 69) proportional ist mit ε, so erhalten wir für d

$$d = \sqrt{\varepsilon^2 . \sin^2 \varphi + \omega^2 . \cos^2 \varphi} \quad . \; . \; . \; . \; \text{I.}$$

Wie wir nun früher mehrfach sahen, ist die Wellenebene, welche sich in der Richtung Os fortgepflanzt hat, jene Ebene, welche die Wellenfläche, das heisst die Fläche, bis zu welcher die Lichtbewegung vom Punkte O aus nach allen Richtungen sich ausgebreitet hat, berührt.

Wenn wir nun nachweisen, dass die Wellenebene W Tangentialebene an einem Ellipsoide ist, so folgt auch, dass dieses Ellipsoid die Wellenfläche der ausserordentlichen Strahlen in einem einaxigen Krystalle ist.

Es lässt sich nun in der That mit Hülfe einiger weniger Sätze über die Ellipse nachweisen, dass der Durchschnitt der zur Schnittebene ASA' senkrechten Wellenebene mit dieser Ebene, rb, Tangente an der Ellipse $PTP'T'$ ist, welche um den Punkt O mit den Axen $OP = \omega$ und $OT = \varepsilon$ beschrieben ist, indem wir zeigen, dass der Abstand einer mit Ot parallelen an diese Ellipse gelegten Tangente von dem Punkte O, $Os = d$ ist. Daraus folgt dann unmittelbar, dass die durch rs senkrecht zu diesem Schnitte gelegte Wellenebene W Tangentialebene an dem durch Rotation der Ellipse $PTP'T'$ um AA' entstehenden Rotationsellipsoide ist und somit, dass dieses Rotationsellipsoid die Wellenfläche der ausserordentlichen Strahlen in einem einaxigen Krystalle ist.

Bezeichnen wir die Abstände irgend eines Punktes der Ellipse $PTP'T'$ von der Axe PP' mit x und von der Axe TT' mit y, so besteht zwischen den die Lage des Punktes bestimmenden Werthen von x und y, wie schon mehrfach erwähnt, die Gleichung

$$\frac{x^2}{\varepsilon^2} + \frac{y^2}{\omega^2} = 1 \quad . \; . \; . \; (a).$$

Legen wir nun an diese Ellipse die mit Ot parallele Tangente br, welche also ebenfalls mit der Axe OA den Winkel $brO = 90^0 - \varphi$ und somit mit der Axe TT' den Winkel φ einschliesst, so gilt, ebenfalls nach bekannten Sätzen der analytischen Geometrie, für die zusammengehörigen Abstände x und y der zur Tangente gehörigen Punkte, die Gleichung

$$y = \operatorname{tang}\varphi \, . \, x + q \quad . \; . \; . \; (b).$$

Da nun in dieser Gleichung $y = q$ wird, wenn $x = 0$ ist, so folgt, dass $q = Or$ gleich dem Abstande des Punktes r, in welchem die Tangente die Axe AO schneidet, von O ist. Für den senkrechten Abstand Os der Tangente von O erhalten wir daher, da

$$\frac{Os}{Or} = \sin Ors; \quad Os = q \, . \cos \varphi.$$

Nennen wir nun die Coordinaten des Punktes b, in welchem die Tangente die Ellipse berührt, x' und y', so können wir die Gleichung der Tangente, wie in der analytischen Geometrie bewiesen wird, auch schreiben

$$y = - \frac{\omega^2 \, . \, x'}{\varepsilon^2 \, . \, y'} \, . \, x + \frac{\omega^2}{y'} \quad . \; . \; . \; (c).$$

Die Richtigkeit der Gleichung (c) erkennt man schon daraus, dass, wenn x und y die Werthe x' und y' erhalten, zwischen diesen Werthen die Gleichung (a) bestehen muss, da der durch diese Werthe bestimmte Punkt auch zur Ellipse gehört. Wie man sieht, geht aber Gleichung (c)

in Gleichung a über, wenn x und y diese Werthe annehmen, denn dann wird

$$\frac{y'^2}{\omega^2} + \frac{x'^2}{\varepsilon^2} = 1 \; . \; . \; . \; . \; (a').$$

Da nun die Gleichungen (b) und (c) dieselbe Linie darstellen, so folgt

$$-\frac{\omega^2 x'}{\varepsilon^2 y'} = \operatorname{tang}\varphi; \quad q = \frac{\omega^2}{y'}$$

und somit

$$Os = \frac{\omega^2}{y'} \, . \cos\varphi.$$

Um nun den Abstand Os nur durch ω, ε und φ wiederzugeben, entwickeln wir den Werth für y' aus (a') und dem zuletzt erhaltenen Ausdruck für tang φ.

Wir erhalten dann aus (a')

$$\frac{x'^2}{\varepsilon^4} = \frac{1}{\varepsilon^2} - \frac{y'^2}{\omega^2 \, . \, \varepsilon^2}$$

und aus der Gleichung für tang φ

$$\frac{x'^2}{\varepsilon^4} = \frac{y'^2}{\omega^4} \, . \operatorname{tang}^2\varphi$$

somit

$$\frac{1}{\varepsilon^2} = \frac{y'^2}{\omega^4}\left(\operatorname{tang}^2\varphi + \frac{\omega^2}{\varepsilon^2}\right)$$

oder

$$\frac{\omega^2}{y'} = \sqrt{\varepsilon^2 \, . \operatorname{tang}^2\varphi + \omega^2} = \sqrt{\frac{\varepsilon^2 \sin^2\varphi + \omega^2 \cos^2\varphi}{\cos^2\varphi}}$$

und daraus schliesslich

$$Os = \frac{\omega^2}{y'} \, . \cos\varphi = \sqrt{\varepsilon^2 \, . \sin^2\varphi + \omega^2 \cos^2\varphi}.$$

Dieser Werth für Os ist, wie man sieht, genau gleich dem vorhin aufgefundenen für d. Der Abstand der an unsere Ellipse gezogenen mit Ot parallelen Tangente ist somit gleich demjenigen der Wellenebene von O. Es folgt also nach dem vorigen, dass der Durchschnitt der Wellenebene W Tangente an der Ellipse $PTP'T'$ ist, und somit die Ebene W selbst Tangentialebene an dem durch Rotation der Ellipse um AA' entstehenden Rotationsellipsoide ist. Dieses Ellipsoid, dessen Axen die Strecken sind, durch welche das Licht sich gleichzeitig parallel und senkrecht zur optischen Axe des Krystalles fortgepflanzt hat, ist somit die Grenze, bis zu welcher die Lichtbewegung vom Punkte O aus gleichzeitig nach allen Richtungen hin sich ausgebreitet hat, wenn in dem im Innern des Krystalles liegenden Punkte O eine Lichtbewegung erregt ist.

Ist nun der Punkt O ein Punkt in der Oberfläche des Krystalles, welcher durch eine ankommende Welle in Schwingungen versetzt wird,

so werden sich auch von diesem Schwingungen der Art in dem Krystalle fortpflanzen und die Fläche, welche zu einer bestimmten Zeit die Bewegungen begrenzt, wird die Hälfte des soeben bestimmten Ellipsoides sein, die wir erhalten, wenn wir durch O einen der brechenden Fläche parallelen Diametralschnitt legen. Eine solche Fläche war es aber, welche wir bei der Huyghens'schen Construction zur Bestimmung der ausserordentlich gebrochenen Wellen und Strahlen anwandten, wir erkennen somit, dass diese Construction auch theoretisch begründet ist, dass sie ihren Grund in der Beschaffenheit der Krystalle hat.

Anwendung einaxiger Krystalle als Polarisationsapparate. Die 71
beiden aus einem einaxigen Krystall austretenden Strahlen sind vollständig polarisirt, man kann sich daher solcher Krystalle am sichersten bedienen, um vollständig linear polarisirtes Licht zu erhalten, sicherer als dieses durch Reflexion geschehen kann, da durch diese fast immer, wenn auch nur schwach, elliptisch polarisirtes Licht erhalten wird.

In den meisten Fällen sind jedoch die doppelten Strahlen, welche uns die Krystalle liefern, unbequem, man hat daher auf verschiedene Weise bewirkt, dass nur einer von den beiden Strahlen in der gewünschten Richtung aus dem polarisirten Krystall austritt, dessen Polarisationsebene dann durch die Natur des Strahles gegeben ist.

Der einfachste Apparat dieser Art ist das achromatisirte Kalkspath-Prisma.

Man kittet ein rechtwinkliges Prisma aus einem Kalkspath-Krystall, dessen brechende Kante der optischen Axe des Krystalles parallel ist, mit einem ganz gleichen Prisma aus Glas, dessen mittlerer Brechungsexponent gleich dem der ausserordentlichen Strahlen ist, so zusammen, dass ihre brechenden Kanten parallel aber entgegengesetzt liegen; so dass also ein Parallelopiped entsteht. Als Kitt benutzt man den sehr durchsichtigen Canada-Balsam. Lässt man Licht senkrecht auf die Kathetenflächen dieser Combination fallen, welche mit den Hypothenusen-Flächen sich in den brechenden Kanten schneiden, so geht der ausserordentliche Strahl ungebrochen hindurch, der ordentliche wird abgelenkt, man erhält also einen polarisirten Strahl, dessen Polarisationsebene durch das Einfallsloth und eine der brechenden Kante parallele Linie bestimmt ist. Ist nämlich (Fig. 121) K das Kalkspath-Prisma und G das Glasprisma, so gehen nach §. 68 zunächst der ordentliche und ausserordentliche Strahl bis b in gleicher Richtung fort. Da der Brechungsexponent des Glases gleich dem des Kalkspathes für die ausserordentlichen Strahlen ist, so gehen diese auch ungebrochen durch das Glas weiter. Für die ordentlichen Strahlen ist der Brechungsexponent des Glases kleiner als der des Kalkspathes, es tritt daher eine Ablenkung der-

selben nach der brechenden Kante ein, dieselben treten nach *o* aus. Aehnliches tritt in der Lage Fig. 122 ein, im Glasprisma *G* pflanzt sich das ankommende Licht ungebrochen fort, die ausserordentlichen auch durch das Kalkspath-Prisma; die ordentlichen jedoch, für welche der Brechungsexponent beim Uebergange aus Glas in Kalkspath grösser als eins ist, werden von der brechenden Kante fort gebrochen, sie treten nach *o* in anderer Richtung aus, als die ausserordentlichen Strahlen.

Fig. 121.

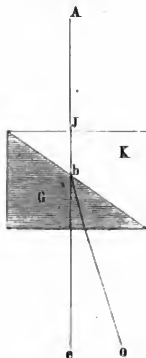
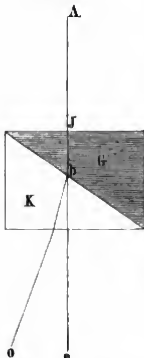
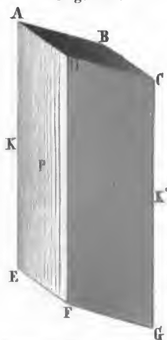


Fig. 122.



Nicolsches Prisma. Wegen der verschiedenen Dispersion des Lichtes in Kalkspath und Glas ist der austretende ausserordentliche Strahl niemals ganz ungefärbt zu erhalten. Das erreicht man mittels des jetzt in allen Polarisationsapparaten angewandten Nicolschen Prismas[1]), welches zugleich den Vorzug bietet, dass aus demselben überhaupt nur ein Strahl austritt. Dasselbe ist eine Combination zweier Kalkspathprismen, welche mit entgegengesetzt liegender aber paralleler brechender Kante durch eine Schicht Canada-Balsam an einander gekittet sind. Man stellt dasselbe auf folgende Weise dar. Ist *CG* ein natürliches verlängertes Kalkspathrhomboeder, dessen Axe durch die beiden Ecken *C* oder *E* geht, so dass eine durch *ACGE* gelegte Ebene ein Hauptschnitt des Krystalles ist, so bildet die Ebene *ABCD* mit der Kante *K* einen Winkel von 71°. Man schleift nun zunächst anstatt dieser und der ihr parallelen Fläche *EFG* andere an den Krystall, welche auf der durch *ACGE* gelegten Ebene ebenfalls senkrecht stehen, aber mit den Kanten *K* Winkel von 68° bilden. Ist das geschehen, so schneidet man den Kalkspath durch eine Ebene, welche ebenfalls senkrecht ist zur Ebene *ACGE*, und welche zugleich senkrecht ist auf den neu angeschliffenen Flächen. Die Schnittflächen werden gut polirt und darauf die beiden Stücke des Krystalles wieder in ihrer frühern Lage mit Canada-Balsam auf einander gekittet.

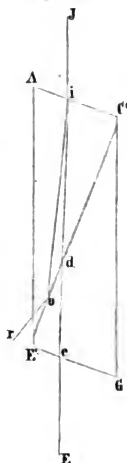
Fig. 123.



[1]) Nicol. Poggend. Ann. XXIX. und XLIX.

Lässt man nun auf ein solches Prisma ein Bündel paralleler Lichtstrahlen auf die neu angeschliffene Fläche parallel der Kante *K* auffallen, so tritt aus der dieser parallelen Fläche aus dem Prisma nur ein Strahlenbündel, und zwar das ausserordentliche, dessen Polarisationsebene senkrecht ist zum Hauptschnitt *ACGE*. Das ordentliche Strahlenbündel wird durch totale Reflexion an der Balsamschicht am Austreten gehindert. Sei, um dieses nachzuweisen Fig. 124 *AC'GE'* der durch den einfallenden Lichtstrahl *Ji* gelegte Hauptschnitt des Krystalles, *E'C'* sei der Durchschnitt dieser Ebene mit dem zu *AC'* senkrecht gelegten Schnitt, also mit der Schicht Canada-Balsam. Beim Eintritt in den Krystall wird der Lichtstrahl *Ji* in einen ordentlichen und ausserordentlichen gespalten; ersterer mit dem Brechungsexponenten 1,654 wird am stärksten abgelenkt, er pflanzt sich nach *io* fort. Der ausserordentliche Strahl, welcher in der Einfallsebene bleibt, weil dieselbe die Axe des Krystalles in sich aufnimmt, hat einen weit kleinern Brechungsexponenten, er pflanzt sich daher nach *id* fort, durchsetzt bei *d* die Balsamschicht und verlässt bei *e* den Krystall, um sich nach *eE* parallel mit *Ji* fortzupflanzen.

Fig. 124.



Der ordentliche Strahl wird bei *o* total nach *r* reflectirt. Denn der Brechungsexponent der ordentlichen Strahlen ist 1,654, der des Canada-Balsams beim Uebergange des Lichtes aus Luft in dieses Mittel ist 1,536, der letztere also optisch dünner als der Kalkspath für die ordentlichen Strahlen. Der relative Brechungsexponent der mittleren Strahlen beim Uebergange aus Kalkspath in Canada-Balsam ist

$$n = \frac{1,536}{1,654} = 0,92863 = \sin 68^0.$$

Die Grenzincidenz, bei welcher die ordentlichen Strahlen aus dem Kalkspath noch in den Balsam austreten können, ist demnach 68^0. Der Einfallswinkel der ordentlichen Strahlen, welcher gerade 68^0 betragen würde, wenn die ordentlichen Strahlen parallel *AE'* aufträfen, beträgt nun wegen der Ablenkung der Strahlen bei *i* immer mehr als 70^0, diese Strahlen können deshalb in die Schicht nicht eindringen; sie müssen total reflectirt werden.

Ein so hergestelltes Prisma liefert uns demnach nur ein Strahlenbündel und zwar ein senkrecht zur Ebene *AG* vollkommen polarisirtes Bündel. Es ist deshalb das sicherste und bequemste Mittel, um ein ungefärbtes vollkommen polarisirtes Strahlenbündel zu erhalten.

Von andern einaxigen Krystallen wendet man noch den Turmalin zur Herstellung von Polarisationsapparaten an. Man schneidet zu dem Ende aus einem Turmalin zwei planparallele Platten der Axe parallel heraus und fasst sie mittels Korkscheiben nach Art der Fig. 125 in Drahtringe, welche an einem mehrfach gebogenen Drahte befestigt sind und durch die Elasticität des Drahtes gegeneinander gedrückt werden. Der Turmalin besitzt die Eigenschaft die ordentlich gebrochenen Strahlen ganz zu absorbiren und nur die ausserordentlichen Strahlen, deren Polarisationsebene in diesen Platten zur Axe des Krystalles senkrecht ist, hindurchzulassen. Die Absorption vertritt also hier die Stelle der totalen Reflexion bei den Nicol'schen Prismen.

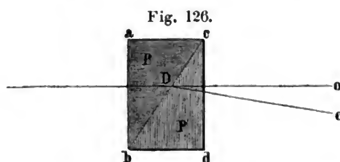
Fig. 125.



Dieser Polarisationsapparat, der sich durch seine grosse Einfachheit empfiehlt, hat nur den Nachtheil, dass meist wegen der dunklen Färbung der Krystalle auch die ausserordentlichen Strahlen sehr geschwächt werden. Ueberdies ist das polarisirte Licht in den Fällen immer gefärbt, zum Beobachten von Farbenerscheinungen ist daher der Apparat weniger geeignet. Dieser Apparat in etwas anderer Form ist zuerst von Marx angegeben[1]).

72 **Rochons Mikrometer**[2]). Eine besondere Anwendung der Doppelbrechung in einaxigen Krystallen ist im Rochon'schen Mikrometer gemacht, welches dazu dient, aus der bekannten Entfernung eines Gegenstandes seine Grösse und aus der bekannten Grösse seine Entfernung zu bestimmen. Zwei Prismen P und P' aus Bergkrystall (Fig 126) sind so hergestellt, dass in dem ersten abc die optische Axe des Krystalles zur Seite ab senkrecht ist, im zweiten dagegen der brechenden Kante c parallel, also zur Ebene der Zeichnung senkrecht ist. Die beiden bei a und d rechtwinkligen Prismen sind dann mit ihren Hypothenusen-Flächen an einander gekittet, so dass sie ein rechtwinkliges Parallelopiped geben. Fällt nun ein Lichtstrahl senkrecht oder nahezu senkrecht auf die Fläche ab des ersten Prismas, so pflanzt er sich ungebrochen und ungetheilt bis D fort. Wenn er bei

Fig. 126.



[1]) Marx. Schweigger Jahrbuch XLIX.

[2]) Rochon. Nova Acta Academiae Petropolitanae VI.

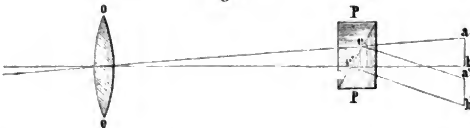
D in das zweite Prisma tritt, zertheilt er sich in zwei Strahlen; der ordentliche, dessen Brechungsexponent constant ist, pflanzt sich ungebrochen fort, und tritt nach o parallel mit dem einfallenden Strahle aus. Ein Theil erleidet die ausserordentliche Brechung und wird, da der Bergkrystall ein positiver Krystall ist, von der brechenden Kante fortgebrochen, und da die brechende Kante auf der Einfallsebene senkrecht steht, in der Einfallsebene gegen d hin abgelenkt. Beim Austritt wird er nochmals gebrochen und tritt dann nach e aus. Die Ablenkung des Strahles hängt, da die Axe zur Einfallsebene senkrecht und die Incidenz bei ein und demselben Apparat als constant angesehen werden kann, nur von dem brechenden Winkel bcd ab, und kann leicht nach den im ersten Abschnitt entwickelten Sätzen aus diesem und dem bekannten Brechungsexponenten für die ausserordentlichen Strahlen berechnet werden. Es ist für einen

brechenden Winkel	30°	40°	50°	60°
die Ablenkung	19′30″	28′20″	40′	57′40″.

Diese für die senkrechte Incidenz berechneten Werthe gelten mit sehr geringer Abweichung, wenn, wie es in der Praxis vorkommt, der Winkel, welchen die einfallenden Strahlen mit dem Einfallsloth bilden, ein wenig von dem rechten Winkel abweicht.

Bringt man nun diese Combination zweier Prismen zwischen das Objectiv o (Fig. 127) eines Fernrohrs und das objective Bild ab, welches

Fig. 127.



jenes von einem in der Entfernung x befindlichen Gegenstande entwirft, so sieht man durch das Ocular ausser dem ordentlichen Bilde auch noch das zweite abgelenkte ausserordentliche Bild $a'b'$. Da der Winkel, um welchen die ausserordentlichen Strahlen abgelenkt werden, bei einem gegebenen Prisma constant ist, so hängt der Abstand der gleichliegenden Punkte b und b' in den beiden Bildern nur ab von der Entfernung der Bildebene von dem Punkte im Mikrometer, nach welchem die ordentlichen und ausserordentlichen Strahlen convergiren. Sei c' dieser Punkt, und sei α der Winkel, welchen die ordentlichen und ausserordentlichen Strahlen mit einander bilden, so ist offenbar

$$bb' = c'b \,.\, \tang \alpha.$$

In den Fernrohren, in welchen das Mikrometer angebracht ist, kann man nun dasselbe verschieben, und an einer ausserhalb des Fernrohrs

angebrachten Scala den Abstand der Prismen von der Hauptbrennebene ablesen. Verschiebt man nun das Mikrometer so weit, dass die beiden Bilder sich gerade berühren, so hat man, wenn man dann den Abstand der Prismen von der Hauptbrennebene bestimmt, die nothwendigen Daten, um aus der bekannten Grösse des Gegenstandes seine Entfernung zu bestimmen, oder aus der Entfernung die Grösse.

Die Verschiebung des Bildes bb' ist nämlich dann gerade gleich der Grösse des Bildes. Nennen wir nun die Grösse des Bildes y, diejenige des Gegenstandes Y, die Entfernung des Bildes von der zweiten Hauptebene f, die des Gegenstandes von der ersten Hauptebene x, und die Hauptbrennweite F, so ist

$$bb' = y = \frac{f}{x} \cdot Y.$$

Weiter ist nun

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{F} - \frac{1}{x},$$

$$f = \frac{x \cdot F}{x - F},$$

$$y = \frac{x \cdot F}{x(x - F)} \cdot Y = \frac{F}{x - F} \cdot Y.$$

Da nun immer F gegen x sehr klein ist, dürfen wir dafür setzen

$$y = \frac{F}{x} \cdot Y.$$

Nennen wir nun den Abstand der Prismen von der Hauptbrennebene a, so können wir, da wegen der immer sehr grossen Entfernung x, f nur sehr wenig von F verschieden ist, auch die Entfernung $c'b$ gleich a setzen und erhalten dann

$$\frac{F}{x} \cdot Y = a \cdot \operatorname{tang} \alpha,$$

$$\frac{Y}{x} = \frac{a \cdot \operatorname{tang} \alpha}{F}.$$

Die Grösse $\frac{a \cdot \operatorname{tang} \alpha}{F}$ ist nun für jedes bestimmte mit einem solchen Apparat versehene Fernrohr constant, ist sie ein für allemal bestimmt und bezeichnen wir sie mit c, so wird

$$Y = cx$$

für die Grösse und

$$x = \frac{Y}{c}$$

für die Entfernung des beobachteten Gegenstandes, wenn x oder Y bekannt sind.

73 **Doppelbrechung in zweiaxigen Krystallen.** Die Brechungserscheinungen der drei übrigen Krystallsysteme mit drei ungleichen Axen, des isoklinischen oder rhombischen, des monoklinischen oder klinorhombischen, des triklinischen oder klinorhomboidischen, weichen von der Doppelbrechung

in den beiden bisher betrachteten Systemen in mehrfacher Beziehung ab. Während nämlich das Licht bei seinem Eintritt in einen einaxigen Krystall im allgemeinen in zwei Strahlen zerspalten wird, von denen der eine dem gewöhnlichen Brechungsgesetz folgt, der andere aber mittels der Huyghens'chen Construction aus dem die Wellenfläche dieser Strahlen darstellenden, für jeden Krystall constanten und constant liegenden Rotationsellipsoide erhalten werden kann, gibt es bei den Krystallen der drei andern Systeme keinen Strahl, welcher dem gewöhnlichen Brechungsgesetz folgt. Es tritt im allgemeinen auch hier eine Spaltung der einfallenden Lichtwelle in zwei ein, die ihnen angehörigen Strahlen treten aber beide aus der Einfallsebene heraus, und die Fortpflanzungsgeschwindigkeit beider Wellen ist verschieden, je nach der Richtung in welcher sie den Krystall durchsetzen. Das Gesetz, nach welchem sich die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten ändern, ist ein sehr verwickeltes.

Die Polarisationsebenen beider Strahlen in einaxigen Krystallen waren immer der durch den Krystall und das Einfallsloth gelegte Hauptschnitt und eine zu ihr senkrechte Ebene. Die beiden Strahlen in den zweiaxigen Krystallen sind auch immer senkrecht zu einander polarisirt, die Polarisationsebenen können aber je nach der Lage des Krystalles alle möglichen Richtungen haben.

Die drei vorhin erwähnten Krystallsysteme unterscheiden sich ferner von den einaxigen Krystallen dadurch, dass es hier mehrere Richtungen gibt, in denen keine Doppelbrechung eintritt. Wir nannten bei den einaxigen Krystallen jene Richtung die Axe, in welcher eine Lichtwelle, ohne in zwei zu zerfallen, durch den Krystall hindurchgeht. In diesem Sinne besitzen die Krystalle der drei letzten Systeme zwei Axen, denn es gibt in jedem zu ihnen gehörigen Krystalle zwei Richtungen, in welchen sich nur eine Welle durch den Krystall fortpflanzt. Indess findet zwischen diesen Axen und denen der einaxigen Krystalle doch ein wesentlicher Unterschied statt; denn in den einaxigen Krystallen trat, wenn keine Doppelbrechung der Wellen stattfand, auch keine der Strahlen ein; Strahl und Wellennormale waren in dem Falle identisch, und der einen Welle entsprach ein Strahl. Bei den zweiaxigen Krystallen indess gehört zu der in der Richtung der optischen Axen sich fortpflanzenden ungetheilten Welle eine unendliche Anzahl von Strahlen, welche auf dem Mantel eines Kegels liegen, und welche als ein Strahlencylinder den Krystall verlassen, wenn eine planparallele Platte in der Richtung ihrer optischen Axe von einer Lichtwelle durchsetzt wird.

Noch zwei andere Richtungen sind in diesen Krystallen vorhanden, welche, freilich in einem etwas andern Sinne, auf den Namen einer optischen Axe Anspruch haben; sie werden daher secundäre optische Axen genannt. In dieser Richtung pflanzt sich nämlich durch den Krystall nur ein einziger Strahl fort, dem jedoch eine unendliche Anzahl von Wellen-

ebenen angehören. Beim Austritt aus diesem Krystall zertheilt sich daher der Strahl, welcher in dieser Richtung den Krystall durchläuft in eine unendliche Menge von Strahlen, welche auf dem Mantel eines Kegels liegen, welcher nach dem Austrittspunkte des Strahles convergirt.

Schon diese wenigen Andeutungen über den Unterschied der einaxigen und zweiaxigen Krystalle genügen, um zu zeigen, dass die Doppelbrechung in den letztern eine viel verwickeltere ist, als in den erstern. Auf experimentellem Wege die Gesetze derselben aufzusuchen, ist nicht wohl möglich. Das ist auch in der That nicht geschehen, sondern dieselben wurden zuerst in der classischen Abhandlung Fresnels über die Doppelbrechung[1]) theoretisch aus den Principien der Undulationstheorie abgeleitet. Die von Fresnel und andern abgeleiteten Gesetze wurden dann später durch den Versuch bestätigt, und so wurde die Doppelbrechung in zweiaxigen Krystallen der entschiedenste Beweis für die Richtigkeit der Undulationstheorie, indem sie zeigte, dass das Princip derselben fruchtbar zu neuen Erscheinungen führte, welche der experimentirenden Physik entgangen waren. Damit war denn auch der Undulationstheorie der Sieg über die Emissionstheorie gesichert in dem heftigen Streite, welcher in den ersten Decennien dieses Jahrhunderts zwischen beiden gekämpft wurde.

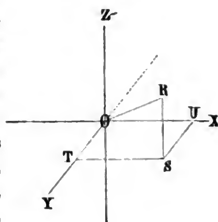
Wir werden daher von dem bisherigen Gange abweichend diese Erscheinung ebenfalls an der Hand der Theorie untersuchen, da es nur so möglich ist, einen Einblick in dieselben zu erhalten. Leider müssen wir uns hier jedoch mit einem allgemeinen Ueberblicke begnügen, da eine vollständige Ausführung und Ableitung der Einzelnheiten einen mathematischen Apparat erfordert, den anzuwenden die uns hier gestellte Grenze nicht gestattet.

Zur Ableitung der Lichterscheinungen in zweiaxigen Krystallen macht Fresnel über die Anisotropie des Aethers in denselben die allgemeinste Annahme; er nimmt an, dass die Elasticität desselben in allen durch einen Punkt gelegten Richtungen verschieden sei. Es ist hier keine Richtung vorhanden, welche die Eigenschaft der Hauptaxe hat, um welche sich die Elasticitäten symmetrisch gruppiren, so dass alle Richtungen, welche mit dieser gleiche Winkel bilden, auch gleiche Elasticität haben. Das Gesetz, nach welchem sich die Elasticität nach den verschiedenen durch einen Punkt gelegten Richtungen ändert, lässt sich auch hier durch eine ringsgeschlossene Fläche darstellen, welche drei zu einander senkrechte Axen hat, von denen jedoch nicht, wie bei den einaxigen Kry-

[1]) Fresnel. Mémoires de l'Acad. de France. T. VII. Poggend. Ann. Bd. XXIII. p. 372.
Man sehe auch Herschels Optik. §. 997—1006.

stallen zwei unter einander gleich sind, sondern welche alle drei verschieden sind. Diese drei Axen nennt Fresnel die Axen der optischen Elasticität. In dem isoklinischen oder rhombischen System fallen diese Axen mit den drei auf einander senkrechten Axen des Krystalles zusammen. Sind nun Fig. 128 *OX*, *OY*, *OZ* die drei auf einander senkrechten Axen, und ist die Elasticität des Aethers, welche durch Schwingungen parallel *OX* erregt wird, gleich a^2, diejenige parallel der *Y*-Axe gleich b^2 und diejenige parallel der *Z*-Axe gleich c^2, so findet Fresnel, dass die Elasticität nach irgend einer Richtung *OR*, welche mit der Axe *OX* den Winkel α bildet, mit *OY* den Winkel β, mit *OZ* den Winkel γ, durch die Gleichung gegeben ist

Fig. 128.

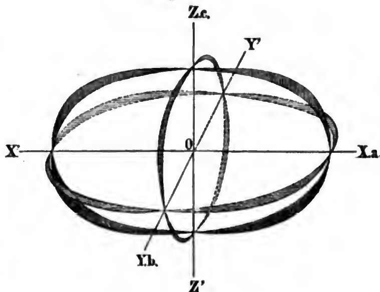


$$r^2 = a^2 \cdot \cos^2 \alpha + b^2 \cdot \cos^2 \beta + c^2 \cdot \cos^2 \gamma$$

und indem wir die Winkel α und β und γ alle möglichen Werthe annehmen lassen, erhalten wir die Elasticitäten nach allen möglichen durch *O* gelegten Richtungen.

Die Endpunkte der Längen *r*, deren Quadraten die Elasticität des Aethers nach dieser Richtung proportional ist, liegen auf einer ringsgeschlossenen Fläche, welche, wie der Mathematiker Magnus [1]) gezeigt hat, durch folgende Construction erhalten werden kann. Man construire um die drei Axen *a*, *b*, *c*, von denen $a > b > c$ sei, ein Ellipsoid (Fig. 129); und lege dann an die verschiedenen Punkte dieses Ellipsoides Tangentialebenen. Von dem Mittelpunkte *O* dieses Ellipsoides lasse man dann auf diese Tangentialebenen Senkrechte hinab. Die Punkte, wo diese Senkrechten die Tangentialebenen schneiden, sind dann Punkte der Elasticitätsfläche, das heisst die Länge der Senkrechten vom Mittelpunkte *O*

Fig. 129.



[1]) L. J. Magnus. Sammlung von Aufgaben und Lehrsätzen aus der analytischen Geometrie des Raumes.

Beer. Einleitung in die höhere Optik. Braunschweig 1853.

bis zu dem Punkte, wo sie die Tangente schneiden, genügt der von Fresnel angegebenen Gleichung

$$r^2 = a^2 . \cos^2 \alpha + b^2 . \cos^2 \beta + c^2 \cos^2 \gamma.$$

Dem Quadrate dieser Länge ist also die Elasticität nach dieser Richtung proportional.

Wenn wir nun an alle Punkte des Ellipsoides Tangentialebenen legen, und auf alle diese Ebenen von dem Mittelpunkte aus Senkrechte herablassen, so liegen alle die Punkte, in welchen diese Senkrechten die Tangentialebenen schneiden, auf einer Fläche, deren Radien-vectoren offenbar alle der von Fresnel für die Elasticitäten nach diesen Richtungen aufgefundenen Gleichung genügen.

Die Quadrate dieser Radien-vectoren geben uns also die Elasticität, welche durch Schwingungen nach der Richtung derselben erregt wird. Die Fläche ist somit die Elasticitätsfläche, das heisst, jene Fläche, deren Radien-vectoren uns die Elasticität nach der Richtung der Radien in der angegebenen Weise liefert.

Von dieser Fläche erhellt nun nach der angegebenen Construction sofort, dass sie eine ringsgeschlossene Fläche ist, welche das Ellipsoid überall umhüllt und dasselbe an den Endpunkten der drei Axen berührt, da die an den Endpunkten der Axen an das Ellipsoid gelegten Tangentialebenen auf den Axen senkrecht stehen. Die drei Axen des Ellipsoides sind somit auch die Axen der Elasticitätsfläche, und der Mittelpunkt des erstern ist zugleich der Mittelpunkt der letztern. Fig. 129 zeigt ausser den Durchschnitten durch das um die drei Axen a, b, c gelegte Ellipsoid mit den drei durch $OXOY$, $OXOZ$, $OYOZ$, gelegten Ebenen auch die Durchschnitte der Elasticitätsfläche mit eben denselben Ebenen. Diese Schnitte, welche je zwei Axen der Fläche aufnehmen, sind die Hauptschnitte der Fläche. Eine Betrachtung derselben zeigt, wie die Elasticität von der Richtung der X-Axe aus nach allen Seiten hin stetig abnimmt, aber in jeder durch die Axe gelegten Ebene nach einem andern Gesetz, in der Ebene XZ von a bis c, in der Ebene XY von a bis b, und in der zwischen diesen beiden liegenden Ebenen von a bis zu einem zwischen b und c liegenden Werthe. Ebenso ändert sich die Elasticität stetig, wenn man von einer der andern Axen ausgeht; von Z aus nimmt sie nach allen Seiten zu, von Y aus in der Richtung gegen X hin zu, gegen Z hin ab.

Ein Schnitt der Fläche, welche wir durch den Mittelpunkt legen, schneidet dieselbe immer in einer ringsgeschlossenen Curve, in welcher zwei auf einander senkrechte Axen den grössten und den kleinsten Durchmesser dieser Schnittcurven bilden. Ferner ist es leicht zu übersehen, dass es jedoch zwei ganz bestimmte durch die Axe OY gelegte und zur Ebene XZ senkrechte Schnitte durch die Fläche gibt, in welchen diese beiden auf einander senkrechten Durchmesser und mit diesen

alle übrigen Durchmesser der Schnittcurve einander gleich werden. Denn denken wir uns zunächst einen Schnitt durch die Fläche gelegt, welcher die Axen OY und OZ in sich aufnimmt, so sind b und c offenbar auch die Axen dieses Schnittes. Denken wir uns nun diesen Schnitt um die Axe OY gedreht, so wird die in OY fallende b auch für alle die dann entstehenden Schnitte eine Axe sein, während die andere zu ihr senkrechte Axe immer in der Ebene ZX liegt und in dieser von c bis a wächst. Da nun unserer Annahme nach $c < b$ aber $a > b$, so muss es eine bestimmte Lage des Schnittes geben, für welche die in der Ebene XZ liegende Axe gerade gleich b wird, also die beiden Axen gleich werden. Dann werden es aber auch alle übrigen Durchmesser, und der Schnitt wird ein Kreis. Solcher Kreisschnitte gibt es aber offenbar zwei und nur zwei, denn wir kommen zu denselben sowohl wenn wir den Schnitt ZY von der linken zur rechten, als auch wenn wir ihn von der rechten zur linken sich drehen lassen.

Denken wir uns jetzt in einem zweiaxigen Krystall diese Elasticitätsfläche um einen Punkt construirt, und nehmen an, dass sich nach irgend einer Richtung durch den Krystall eine Wellenebene fortpflanze. Zur Bestimmung der Fortpflanzungsverhältnisse legen wir dann durch die Elasticitätsfläche einen der Wellenebene parallelen Diametralschnitt. Die Radien-vectoren dieses Schnittes geben uns dann die Elasticitäten für die verschiedenen in der Wellenebene vorhandenen Schwingungen. Die soeben angestellte Betrachtung hat nun ergeben, dass die Richtungen der grössten und kleinsten Elasticität mit den beiden auf einander senkrechten Axen des Diametralschnittes zusammen fallen. Nach dem im §. 70 herangezogenen Principe wird sich daher die Welle in zwei zerspalten, deren Schwingungsrichtungen mit den Axen des Schnittes parallel sind, und welche sich mit verschiedener, durch die Quadrate der Halbaxen bestimmten Geschwindigkeit durch den Krystall fortpflanzen. Es werden sich daher im allgemeinen durch den Krystall nach einer und derselben Richtung, wenn eine Wellenebene in denselben eintritt, zwei senkrecht zu einander polarisirte Wellen mit verschiedener Geschwindigkeit fortpflanzen.

In zwei Fällen wird das jedoch nicht der Fall sein, immer dann, wenn die Wellenebene einem der beiden Kreisschnitte der Elasticitätsfläche parallel ist. Denn in den Fällen ist für die in den Krystall eintretenden Schwingungen keine Richtung einer grössten und kleinsten Elasticität vorhanden, sondern für alle Schwingungen ist die Elasticität die gleiche. Es tritt demnach keine Spaltung der Wellen ein, sondern in der Richtung der Normale für Kreisschnitte pflanzt sich nur eine Welle mit der Geschwindigkeit

$$v = A \,.\, b$$

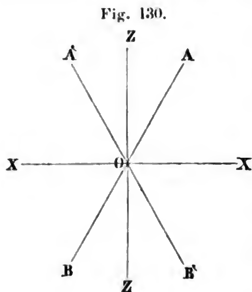
durch den Krystall fort. Da wir nun die Richtung in einem Krystall,

64*

in welchem sich nur eine Welle durch den Krystall fortpflanzt, als optische Axe definirten, so folgt, dass die auf den Kreisschnitten senkrechten Richtungen optische Axen sind, dass also die Krystalle, welche diese Elasticitätsfläche besitzen, zwei optische Axen haben. Da die Kreisschnitte immer zu der Ebene senkrecht sind, welche die grösste und kleinste Axe der Elasticitätsfläche in sich enthält, so folgt, dass ihre Normalen oder die optischen Axen immer in der durch die Axen der grössten und kleinsten Elasticität bestimmten Ebene liegen, oder dass eine durch die beiden optischen Axen gelegte Ebene immer die Axen der grössten und kleinsten Elasticität in sich aufnimmt, während die Axe der mittleren Elasticität auf dieser Ebene senkrecht steht.

Da ferner, wie aus der Ableitung der Kreisschnitte unmittelbar hervorgeht, die beiden Kreisschnitte mit der durch die Axe der mittlern und kleinern Elasticität gelegten Ebene gleiche Winkel einschliessen, so folgt weiter, dass die Axe der kleinern Elasticität den einen der von den beiden optischen Axen eingeschlossenen Winkel halbirt. Da nun die Axe der grössten Elasticität mit den drei so eben betrachteten Richtungen in einer Ebene liegt und auf der Axe der kleinsten Elasticität senkrecht steht, so folgt, dass die Axe der grössten Elasticität den andern der von den optischen Axen gebildeten Winkel halbirt. Welche dieser beiden Halbirungslinien aber die Axe der grössten und kleinsten Elasticität ist, d. h. wenn AB und $A'B'$ (Fig. 130) die optischen Axen eines Krytalles sind, ob die Halbirungslinie des stumpfen Winkels OX oder die des spitzen Winkels OZ die Axe der kleinsten Elasticität ist, das hängt ab von dem Verhältniss der mittlern Elasticitätsaxe zu den beiden andern. Liegt der Werth von b näher bei dem von a als von c, so liegen die Kreisschnitte offenbar näher bei der durch die Axe der grössern und mittlern Elasticität gelegten Ebene, die optischen Axen nähern sich daher der Axe der kleinsten Elasticität, diese halbirt den spitzen Winkel der beiden Axen. Krystalle, bei welchen das der Fall ist, nennt man optisch positive. Wenn dagegen die Axe der mittlern Elasticität derjenigen der kleinsten Elasticität näher liegt, so liegen die Kreisschnitte dieser Axe, ihre Normalen der grössern Axe näher. Der spitze Winkel der beiden optischen Axen wird deshalb dann von der Axe der grössten Elasticität halbirt, und der stumpfe von derjenigen der kleinsten Elasticität. Solche Krystalle nennt man negative.

Fig. 130.



Ohne Rücksicht darauf, welche die Axe der grössten, welche die-

jenige der kleinsten Elasticität ist, nennt man die Halbirungslinie des spitzen Winkels der beiden optischen Axen die erste, die des stumpfen Winkels die zweite Mittellinie des Krystalles.

Wenn nun in einem Krystalle die optischen Axen durch Beobachtung gegeben sind, so ist man im Stande die zur Construction der Elasticitätsfläche des Krystalles nothwendigen Constanten a, b, c zu erhalten. Jede derselben ist der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes, dessen Schwingungen der einen der drei Elasticitätsaxen parallel sind, proportional. Man kann daher die Grössen bestimmen, dadurch, dass man die Brechungsexponenten der Wellen bestimmt, welche sich parallel den Hauptschnitten der Elasticitätsfläche fortpflanzen. Wenn die Wellen senkrecht zum Hauptschnitt XZ sind, so ist immer eine Axe des mit der Welle parallelen diametralen Hauptschnittes die Axe b; welche Neigung also auch die Wellennormale gegen die Axe X oder Z habe, die eine der beiden Wellen pflanzt sich mit der constanten Geschwindigkeit Ab fort. Von den beiden Wellen, in welche sich eine einfallende Welle zerlegt, deren Normale in die durch die beiden optischen Axen gelegte Ebene fällt, pflanzt sich also eine nach dem gewöhnlichen Brechungsgesetz für isotrope Mittel fort. Wenn man demnach aus einem zweiaxigen Krystall ein Prisma schleift, dessen Grenzflächen senkrecht sind zur Ebene der optischen Axen, dessen brechende Kante somit parallel ist der Axe der mittlern Elasticität, wenn man dann in einer zur brechenden Kante senkrechten Ebene einen Lichtstrahl durch dieses Prisma gehen lässt, so wird dieser Lichtstrahl in zwei zerlegt, von denen der eine dem gewöhnlichen Brechungsgesetze folgt. Bestimmt man den Brechungsexponenten desselben nach der im ersten Abschnitte auseinander gesetzten Methode, so ist die mittlere Axe b der Elasticität dem reciproken Werthe dieses Brechungsexponenten proportional. Denn bezeichnen wir den Brechungsexponenten mit β, die Geschwindigkeit des Lichtes in der Luft mit v, diejenige im Krystall mit v_b, so ist

$$\beta = \frac{v}{v_b},$$

und da nach §. 70

$$v_b = A \cdot b,$$

so ist

$$b = \frac{v}{A \cdot \beta} = \frac{C}{\beta}.$$

Schleifen wir aus dem Krystall ein zweites Prisma, dessen Seiten mit der ersten Mittellinie der optischen Axen parallel sind, dessen brechende Kante senkrecht ist zur zweiten Mittellinie, so werden alle Strahlen, welche wir in einer zur brechenden Kante senkrechten Ebene in das Prisma eintreten lassen, in zwei zerfallen, von denen der eine nur Schwingungen besitzt, welche zur ersten Mittellinie parallel sind, welches

auch im übrigen die Neigung der einfallenden Strahlen gegen das Einfallsloth ist. Ist die erste Mittellinie die kleinste Axe c, so erhalten wir den Werth derselben aus dem reciproken Werthe des Brechungsexponenten γ dieses den gewöhnlichen Brechungsgesetzen folgenden Strahles wie oben

$$c = \frac{C}{\gamma}.$$

Um den dritten Hauptbrechungsexponenten α und aus diesem die Elasticitätsaxe a durch den Versuch zu bestimmen, bedarf es noch eines dritten Prisma, dessen Seiten der zweiten Mittellinie der optischen Axen parallel sind, dessen brechende Kante also mit dieser zusammen fällt. Ein Lichtstrahl, welcher in einer zur brechenden Kante senkrechten Ebene in das Prisma eintritt, zerfällt dann in zwei. Die Schwingungen des einen sind immer der zweiten Mittellinie also der Elasticitätsaxe a parallel; dieser Strahl hat demnach den constanten Brechungsexponenten α, und aus dem gemessenen Werthe ergibt sich

$$a = \frac{C}{\alpha},$$

so dass wir aus diesen 3 Brechungsexponenten für die drei Axen die zusammengesetzte Proportion erhalten

$$a : b : c = \frac{1}{\alpha} : \frac{1}{\beta} : \frac{1}{\gamma}.$$

Man sieht demnach, wie es zur Bestimmung der optischen Constanten eines zweiaxigen Krystalles, das heisst derjenigen Grössen, welche zur Bestimmung der Brechung des Lichtes in demselben nothwendig gekannt sein müssen, zunächst der Kenntniss der Ebene bedarf, welche die optischen Axen aufnimmt, und in dieser die Richtung der Axen selbst. Bei den Krystallen des isoklinischen Systemes bedarf es dieser nicht, da bei diesen die Richtung der Elasticitätsaxen mit derjenigen der krystallographischen Axen zusammen fällt, man also nur drei Prismen herzustellen braucht, deren brechende Kanten den drei krystallographischen Axen parallel sind. Man kann daher bei diesen Krystallen aus den beobachteten Werthen α, β, γ die Lage und Neigung der Axen bestimmen.

Bei den beiden andern Systemen dagegen fallen die optischen und krystallographischen Hauptrichtungen nicht zusammen, es bedarf deshalb hier immer zunächst einer Untersuchung über die Lage und Neigung der Axen. Das bequemste Mittel dafür liefern die Interferenzerscheinungen in Platten solcher Krystalle, welche wir im nächsten Kapitel betrachten werden.

74 **Wellenfläche in zweiaxigen Krystallen.** Durch die im vorigen Paragraphen vollständig bestimmte Fläche, welche uns die Elasticität des Aethers in einem zweiaxigen Krystalle nach jeder beliebigen Rich-

tung liefert, sind wir im Stande, sowohl die Wellen als auch die Strahlen zu erhalten, welche in einem zweiaxigen Krystalle auftreten, wenn eine Lichtwelle in einen solchen Krystall eintritt.

Es ist dazu nur nothwendig, dass wir ähnlich wie in §. 70 die Wellenfläche aufsuchen, welche von den Wellenebenen stets berührt wird. Wenn es nun auch eine grössere Schwierigkeit bietet, die Rechnungen hier wie dort durchzuführen, da wir hier keine Rotationsfläche vor uns haben, in welcher alle Schnitte gleichwerthig sind, so ist es doch leicht, den allgemeinen Charakter der Wellenfläche zu erkennen und die Hauptschnitte derselben vollständig zu construiren.

Von dem Punkte im Innern des Krystalles aus, welcher der Mittelpunkt einer Wellenbewegung ist, pflanzen sich nach jeder Richtung zwei Wellen mit verschiedener Geschwindigkeit fort; jede dieser Wellen ist Tangentialebene an der Wellenfläche, die letztere muss demnach, ähnlich wie diejenige der einaxigen Krystalle aus zwei Theilen oder zwei Schalen bestehen, eine innere und eine äussere; die langsamer sich fortpflanzenden Wellen sind Tangentialebenen an der innern, die rascher sich fortpflanzenden Tangentialebenen an der äussern Schale. Die beiden Schalen können aber nicht, wie bei den einaxigen Krystallen ganz in einander liegen und nur die beiden Endpunkte eines Durchmessers gemeinsam haben, da diese Krystalle zwei optische Axen haben, also von dem Mittelpunkte aus nach 4 Richtungen hin, von denen je zwei eine gerade Linie bilden, sich die beiden Wellen mit gleicher Geschwindigkeit oder überhaupt nur eine Welle fortpflanzt. Diese Wellen müssen also Tangentialebenen an beiden Schalen zugleich sein.

Soweit es überhaupt möglich ist, den Charakter der Wellenfläche ohne verwickelte Rechnung zu erhalten, erkennt man denselben aus der Betrachtung ihrer Hauptschnitte, das heisst der Curven, in welchen sie geschnitten wird durch die Ebenen, welche wir durch je zwei Axen der Elasticitätsfläche legen. Diese Schnitte geben uns zugleich an, wie weit sich die Lichtschwingungen gleichzeitig in diesen Ebenen ausbreiten.

Wir erhalten sie durch eine Construction und Rechnung, welche derjenigen des §. 70 für die Wellenfläche in einaxigen Krystallen genau gleich ist.

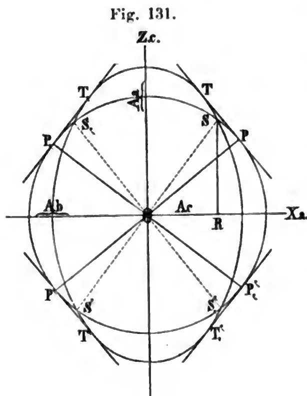
Nehmen wir zunächst an, es pflanze sich eine Lichtbewegung parallel einer in der Ebene der optischen Axen, also in einer durch die Elasticitätsaxen a und c gelegten Ebene, liegenden Richtung fort. War die einfallende Lichtwelle unpolarisirt, so zerfällt sie nach ihrem Eintritt in den Krystall in zwei, von denen die eine parallel der mittlern Elasticitätsaxe, welche zur Fortpflanzungsrichtung senkrecht ist, ihre Schwingungen vollführt, unter welchem Winkel gegen die eine oder andere Axe die Richtung der Fortpflanzung auch geneigt ist. Diese

Wellen pflanzen sich demnach mit constanter Geschwindigkeit nach allen in der Ebene XZ gelegenen Richtungen fort; sie sind nach allen Richtungen immer gleichzeitig gleichweit vom Anfangspunkt O und zwar um die Grösse

$$c = A.b$$

nach der Zeit $t = 1$ entfernt. Es folgt daraus, dass alle einen Kreis, den wir um O mit dem Radius $A.b$ (Fig. 131) beschreiben, berühren; und daraus dann weiter, dass dieser Kreis der Durchschnitt der Wellenfläche mit der Ebene XZ, derjenigen der optischen Axen, ist.

Fig. 131.



Die Schwingungen der zweiten der Wellen, in welche die eintretende Welle sich zertheilt, geschehen in der Ebene XZ und zwar, wenn die Richtung der Fortpflanzung mit der Axe c einen Winkel φ bildet, in einer Richtung, welche mit der Axe c den Winkel $90^0 - \varphi$, mit der Axe a den Winkel φ bildet. Die Elasticität des Aethers nach dieser Richtung ist durch den Radiusvector r der Elasticitätsfläche gegeben und dieser ergibt sich aus

$$r^2 = a^2 . \cos^2 \varphi + c^2 . \sin^2 \varphi.$$

Dieser Ausdruck fällt zusammen mit demjenigen, welcher die Elasticität des Aethers für die Schwingungen der ausserordentlichen Strahlen im einaxigen Krystalle bestimmte; die Fortpflanzungsverhältnisse der Wellen, deren Schwingungen in der durch die Axen a und c gelegten Ebene geschehen, müssen demnach ganz dieselben sein, welche wir für eine beliebige Ebene in einem einaxigen Krystall erhielten. Die Durchschnitte der zu dieser Ebene senkrechten Wellenebenen mit dieser Ebene müssen demnach Tangenten an einer Ellipse sein, die um O mit den Axen $OZ = A.a$ und $OX = A.c$ beschrieben ist, also an einer Ellipse, welche durch die Gleichung dargestellt wird

$$\frac{Z^2}{A^2 a^2} + \frac{X^2}{A^2 c^2} = 1.$$

Denn parallel der Axe OX pflanzt sich das Licht in der Zeiteinheit um die Strecke Ac, parallel der Axe OZ um Aa fort.

Diese Ellipse ist demnach auch der Durchschnitt der einen Schale der Wellenfläche durch die Ebene ac. Die Wellenfläche wird also von

dieser Ebene in einem Kreise und einer Ellipse geschnitten, von einem Kreise, dessen Radius Ab ist und von einer Ellipse, deren Mittelpunkt in den des Kreises fällt, und deren grosse Axe $OZ = Aa$, deren kleine Axe $OX = Ac$ ist.

Da nun $a > b > c$ ist, und somit auch $Aa > Ab > Ac$ ist, so folgt, dass der Radius des Kreises grösser als die kleine und kleiner als die grosse Axe der Ellipse ist. Die beiden Curven, Kreis und Ellipse schneiden sich daher in 4 Punkten S, S', $S_,$, $S_,'$, welche je zwei an den entgegengesetzten Endpunkten eines Kreisdurchmessers und symmetrisch zu den Axen a und c liegen, so dass die Verbindungslinien SS' und $S_,S'_,$ mit den Axen c und a gleiche Winkel einschliessen.

Für diejenigen Wellenebenen, welche den Kreisschnitten der Elasticitätsfläche parallel sind, ist die Elasticität des Aethers gleich b, ihr Abstand vom Anfangspunkt nach der Zeiteinheit also gleich Ab. Der Abstand der mit dieser Wellenebene parallel an die Ellipse gelegten Tangente von O ist also gleich dem Radius des Kreises, und somit ist diese Tangente auch Tangente des Kreises und zwar berührt sie den Kreis in dem Punkte P, wo die von O aus auf die Tangente herabgelassene Senkrechte die Tangente trifft.

Die durch diese Tangenten gelegten Wellenebenen sind also zugleich Tangentialebenen der innern und äussern Schale der Wellenfläche; nach der Richtung ihrer Normalen pflanzt sich also jedesmal nur eine Welle fort; die Richtung der letztern ist also diejenige der optischen Axen. Die Richtung der optischen Axen ist also durch die Normalen der Tangenten bestimmt, welche zugleich die Ellipse und den Kreis berühren.

Mit Hülfe dieses Satzes sind wir im Stande, aus den drei Hauptbrechungsexponenten, oder den Fortpflanzungsgeschwindigkeiten des Lichtes parallel den drei Elasticitätsaxen den Winkel zu bestimmen, den die beiden optischen Axen mit einander bilden. Dieser Winkel ist doppelt so gross, als der Winkel, den jede der optischen Axen mit der Axe c bildet. Bezeichnen wir letztern mit Z, so ist nach §. 70 der Abstand der den beiden Curven gemeinschaftlichen Tangente von dem Punkte O nach der Zeiteinheit

$$d = \sqrt{A^2c^2 . \sin^2 Z + A^2a^2 . \cos^2 Z.}$$

Da nun die Tangente auch den mit dem Radius Ab beschriebenen Kreis berührt, so ist zugleich $d = A . b$ und somit

$$b^2 = c^2 . \sin^2 Z + a^2 \cos^2 Z = c^2 + (a^2 - c^2) . \cos^2 Z,$$

$$\cos^2 Z = \frac{b^2 - c^2}{a^2 - c^2}.$$

Der Winkel, welchen die beiden optischen Axen mit einander bilden, ist dann $2Z$. Der Cosinus des Winkels, den die optischen Axen

mit der Elasticitätsaxe a bilden, ist dann der Sinus dieses Winkels; bezeichnen wir denselben mit X, so ist

$$\cos^2 X = \frac{a^2 - b^2}{a^2 - c^2}.$$

In eben derselben durch die Axen a und c gelegten Ebene liegen nun auch die beiden früher erwähnten secundären optischen Axen, die beiden Richtungen, in welchen zu mehreren Wellenebenen nur ein Strahl gehört. Wir definirten früher als Strahlen die Verbindungslinien der Wellenmittelpunkte mit den Berührungspunkten der zu den Strahlen gehörigen Wellenebenen. So sind OP und OT die zur Wellenebene PT gehörigen Strahlen, so dass den ungetheilten in der Richtung der optischen Axe sich fortpflanzenden Wellen mehrere Strahlen angehören.

In dem Punkte S nun, in welchem Kreis und Ellipse sich schneiden, lässt sich sowohl eine Tangente an den Kreis als auch an die Ellipse legen; die Linie OS ist also sowohl für die eine als auch die andere der durch diese Tangenten gelegten zur Ebene ab senkrechten Wellenebenen der zugehörige Strahl, die Richtungen OS sind also die optischen Axen für Strahlen, oder die secundären optischen Axen.

Um den Winkel zu erhalten, welchen die secundären optischen Axen mit einander bilden, haben wir nur die Länge OS des in die Richtung der optischen Axe fallenden Radiusvectors der Ellipse ZSS' zu bestimmen.

Wir haben für dieselbe

$$OS^2 = OR^2 + SR^2 = x^2 + z^2.$$

Da S ein Punkt der Ellipse ist, so ist

$$\frac{x^2}{A^2c^2} + \frac{z^2}{A^2a^2} = 1; \quad z^2 = A^2a^2 - \frac{A^2a^2}{A^2c^2} \cdot x^2.$$

Nennen wir nun den Winkel, welchen OS mit der Axe Z bildet, $ZOS = Z_1$, so ist

$$x = OR = OS \cdot \sin Z_1.$$

Setzen wir diese Werthe von z und x in die Gleichung für OS, so wird

$$OS^2 = OS^2 \cdot \sin^2 Z_1 + A^2a^2 - \frac{A^2a^2}{A^2c^2} \cdot OS^2 \cdot \sin^2 Z_1,$$

$$OS = \frac{1}{\sqrt{\frac{\cos^2 Z_1}{A^2a^2} + \frac{\sin^2 Z_1}{A^2c^2}}}.$$

Nun ist OS zugleich Radius des Kreises, also gleich $A \cdot b$.

Daraus folgt

$$\frac{A^2b^2 \cdot \cos^2 Z_1}{A^2a^2} + \frac{A^2b^2 \cdot \sin^2 Z_1}{A^2c^2} = 1$$

oder

$$\cos^2 Z_1 = \frac{\frac{1}{b^2} - \frac{1}{c^2}}{\frac{1}{a^2} - \frac{1}{c^2}}.$$

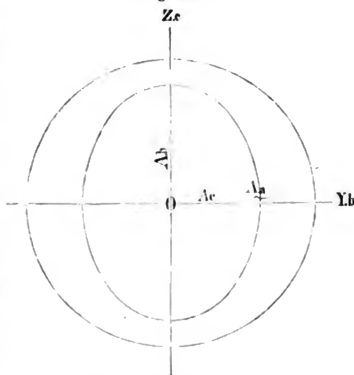
In ähnlicher Weise erhält man für den Winkel $SOX = X_1$

$$\cos^2 X_1 = \frac{\frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2}}{\frac{1}{a^2} - \frac{1}{c^2}},$$

so dass also die Winkel, den die secundären optischen Axen mit den Axen a oder c, oder mit einander bilden, einfach dadurch erhalten werden, dass wir in den Ausdrücken für die wahren optischen Axen anstatt der Quadrate der Halbaxen der Elasticitätsfläche deren reciproke Werthe einsetzen. Wie man somit die Richtung der secundären optischen Axen ebenfalls aus den Versuchen berechnen kann, ist unmittelbar klar.

Pflanzt sich eine Lichtwelle in einer durch die Axe der mittlern Elasticität b und der kleinsten Elasticität c gelegten Ebene fort, so wird sich dieselbe in zwei senkrecht zu einander polarisirte Wellen zerspalten, von denen die eine ihre Schwingungen parallel der Axe der grössten Elasticität vollführt, welches auch die Richtung ist, in welcher die Welle sich fortpflanzt. Diese Wellen pflanzen sich daher mit der constanten Geschwindigkeit Aa fort, und nach der Zeiteinheit berühren die Durchschnitte der Wellen mit der Ebene ab einen mit dem Radius Aa beschriebenen Kreis Fig. 132, dieser Kreis ist somit der Durchschnitt der äussern Schale der Wellenfläche mit der Ebene, welche von den Elasticitätsaxen b und c, der mittlern und der kleinsten, bestimmt wird. Der zweite Durchschnitt oder derjenige der innern Schale ist, wie man durch ganz analoge Betrachtungen wie vorhin erhält, eine Ellipse, deren grosse Axe Ab in die Elasticitätsaxe c, deren kleine Ac in die Elasticitätsaxe b fällt. Diese Ellipse wird vollständig von dem Kreise umschlossen, ohne dass sie nur einen Punkt gemein haben. Diese beiden Curven haben daher weder eine gemeinsame Tangente, noch auch für mehrere Tangenten eine ge-

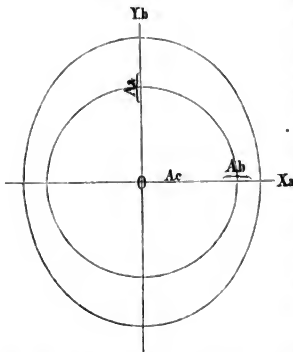
Fig. 132.



meinsame Verbindungslinie des Mittelpunktes mit dem gemeinsamen Berührungspunkte. Es pflanzen sich daher nach jeder Richtung zwei Wellen und zwei Strahlen fort.

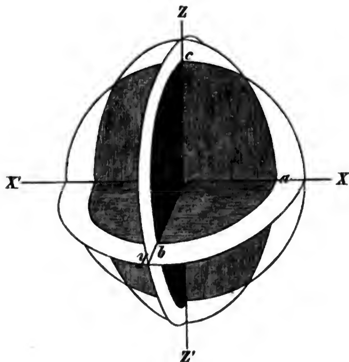
Wendet man ganz dieselben Betrachtungen auf den dritten durch die Wellenfläche gelegten Hauptschnitt an, welcher durch die Axen *a* und *b* der grössten und mittlern Elasticität bestimmt ist, so sieht man, dass zunächst die innere Schale durch einen Kreis geschnitten wird vom Radius *Ac*, da für die senkrecht gegen diesen Schnitt erfolgenden Schwingungen die Elasticität des Aethers immer proportional c^2 ist. Die äussere Schale wird von einer Ellipse geschnitten, deren grosse Axe *Aa* in die Axe der mittlern Elasticität *b* und deren kleine Axe *Ab* in die Axe der grössten Elasticität *a* (Fig. 133) fällt. Auch in diesem Hauptschnitte haben die beiden Schalen der Wellenfläche keinen gemeinsamen Punkt.

Fig. 133.



Einen Ueberblick über die Gestalt der Wellenfläche erhält man wenn man, wie in Fig. 134 die drei durch die Wellenfläche gelegten Hauptschnitte in einander fügt. Figur 134 ist perspectivisch darnach construirt. Die drei Hauptaxen der Elasticität sind wie bisher in das Axenkreuz *X*, *Y*, *Z* hineingelegt, so dass die grösste Axe *a* in die Axe *OX* die mittlere in die Axe *OY* und die kleinste *c* in die Axe *OZ* gelegt ist. Dadurch kommt in die Ebene *XZ* der Durchschnitt durch die Wellenfläche Fig. 131 der Kreis mit dem Radius *A . b* und die Ellipse mit den Axen *A . a*, welche in die Axe *ZZ* fällt, da die Elasticität senkrecht zu dieser Axe den grössten

Fig. 134.



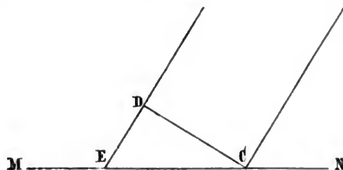
Werth a besitzt, und der Axe $A.c$, welche in der Richtung XX liegt.

Der Durchschnitt Fig. 132, der Kreis mit dem Radius $A.a$ und der Ellipse mit den Axen $A.b$ in Z und $A.c$ in Y kommt in die Ebene YZ zu liegen, welche die Elasticitätsaxen b und c in sich aufnimmt.

Der Durchschnitt Fig. 133 kommt in die Horizontalebene XY zu liegen, der Kreis mit dem Radius $A.c$ als Durchschnitt durch die innere Schale und die Ellipse mit der in Y fallenden Axe $A.a$ und der in X liegenden Axe $A.b$ als Durchschnitt durch die äussere Schale.

Um nun die Richtung zu erhalten, nach welcher die beiden in einem zweiaxigen Krystall aus einer eintretenden Wellenebene hervorgehenden Wellen und Strahlen im Krystall sich fortpflanzen, wird man mit dieser Wellenfläche die Huyghens'sche Construction ausführen. Ist demnach Fig. 135 CD eine Wellenebene, welche die Oberfläche MN eines zweiaxigen Krystalles trifft, in dem die Richtung der optischen Axen und somit diejenige der Elasticitätsaxen bekannt ist, so muss man um den Punkt C, welcher zuerst von der eintretenden Lichtwelle getroffen wird, die Wellenfläche construiren und dann von dem Punkte E aus an die beiden Schalen derselben Tangentialebenen legen.

Fig. 135.



Die Dimensionen derselben, oder die drei Axen Aa, Ab, Ac ergeben sich aus den drei Hauptbrechungsexponenten α, β, γ §. 73, indem

$$Aa = \frac{v}{\alpha} DE, \quad Ab = \frac{v}{\beta} DE, \quad Ac = \frac{v}{\gamma} DE$$

ist, da die Lichtbewegung sich nach den Richtungen der Axen um diese Strecken fortpflanzt, während sie in der Luft die Strecke DE zurücklegt, also während die Wellenebene vollständig in den Krystall übergeht.

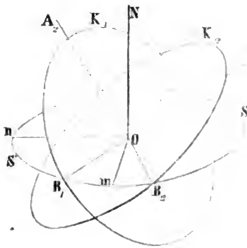
Aus der complicirten Gestalt der Wellenfläche ergibt sich dann unmittelbar, dass im allgemeinen beide gebrochenen Strahlen aus der Einfallsebene heraustreten, dass nur in seltenen Fällen einer derselben das gewöhnliche Gesetz der Brechung befolgen wird. Es würde zu weit führen, hier wie bei den einaxigen Krystallen einzelne Fälle zu betrachten.[1])

Ausser der Fortpflanzungsrichtung und Geschwindigkeit der Strahlen und Wellen bedarf es zur vollkommenen Bestimmung derselben

[1]) Man sehe einzelne Fälle in Beers Einleitung in die höhere Optik.

noch der Bestimmung der Polarisationsrichtung derselben. Auch diese lässt sich, wenn man die Richtung der optischen Axen kennt, vollkommen bestimmen.[1]) Sei zu dem Ende ON die Normale einer in den Krystall eingetretenen Welle Fig. 136 und SS der Schnitt, welcher der Wellenebene parallel durch die Elasticitätsfläche gelegt ist. Sind Om und On die Axen dieses Schnittes, so sind die Ebenen NOm und NOn die Oscillationsebenen der sich mit NO parallel fortpflanzenden Wellen. Sind nun K_1 und K_2 die Kreisschnitte der Elasticitätsfläche und OB_1 und OB_2 die Durchschnitte derselben mit der Ebene SS', so ist

Fig. 136.



$$OB_1 = OB_2 = b,$$

da der Radius der Kreisschnitte die Axe der mittlern Elasticität ist. Die beiden gleichlangen Durchmesser OB_1 und OB_2 des Schnittes SS' sind aber gleich gegen die Axen des Schnittes geneigt, oder die Axe Om halbirt den spitzen Winkel, welchen OB_1 und OB_2 mit einander bilden. Die zu Om senkrechte Axe On halbirt dann den andern stumpfen Winkel, den die beiden Richtungen OB_1 und OB_2 einschliessen.

Legen wir nun durch die Normale OA_1 des Kreisschnittes K_1 und die Normale ON der Ebene SS' eine Ebene, so ist dieselbe senkrecht zu OB_1; und ebenso ist die durch ON und die Normale des Kreisschnittes OA_2 gelegte Ebene senkrecht zu OB_2. Diese beiden in ON sich schneidenden Ebenen bilden daher dieselben Winkel mit einander wie die Richtungen OB_1 und OB_2. Die Oscillationsebenen der beiden Wellen nämlich NOm und NOn halbiren also ebenso die Winkel, welche jene beiden Ebenen mit einander bilden, wie Om den Winkel B_1OB_2 und On den stumpfen Winkel der beiden gleichen Durchmesser halbirt. Daraus ergibt sich also für die Oscillationsrichtung der in einem zweiaxigen Krystall sich fortpflanzenden Wellen folgender Satz:

Die Oscillationsebenen der beiden einer gegebenen Richtung parallel in einem zweiaxigen Krystall sich fortpflanzenden Wellen sind die Halbirungsebenen der Winkel, welche die beiden durch jede optische Axe und die gegebene Richtung gelegten Ebenen mit einander bilden.

Wie man unmittelbar sieht, ergeben sich die Oscillationsebenen der Wellen, welche sich parallel einer in einem Hauptschnitt liegenden

---

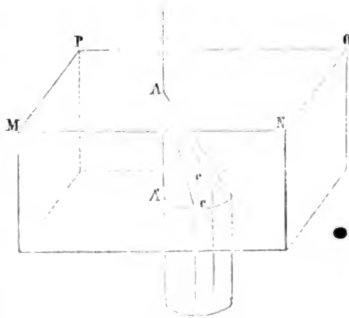
[1]) Beer. Einleitung in die höhere Optik p. 302.

Richtung fortpflanzen, aus diesem Satze sofort so, wie wir sie eben ableiteten.[1])

Conische Refraction. Wir sahen im vorigen Paragraphen, dass eine zu einer der optischen Axen senkrechte Wellenebene den Durchschnitt, welchen man der Ebene der optischen Axen parallel durch die Wellenfläche eines zweiaxigen Krystalles legt, in zwei Punkten berührt. 75

Nach den Untersuchungen von W. R. Hamilton[2]) berührt nun die zu den optischen Axen senkrechte, den Kreisschnitten der Elasticitätsfläche parallele Wellenebene die Wellenfläche nicht nur in diesen Punkten, sondern in einem Kreise, dessen Durchmesser gleich ist dem Abstande *PT* (Fig. 131) der beiden Berührungspunkte in der durch die optischen Axen gelegten Ebenen. Die Wellenfläche vertieft sich nämlich von allen Seiten her gegen *S* hin ähnlich wie von *P* und *T* aus; es bildet sich an dieser Stelle eine trichterförmige Vertiefung, deren oberer Rand von der durch *PT* zur Ebene der optischen Axen senkrecht gelegten Ebene berührt wird. Da nun die von dem Mittelpunkte einer Welle zu den Berührungspunkten einer Wellenebene hingezogenen Radienvectoren die den Wellen zugehörigen Strahlen liefern, nach denen wir die Fortpflanzung des Lichtes wahrnehmen, so folgt, dass zu der in der Richtung der optischen Axen sich fortpflanzenden Wellen unendlich viele Strahlen gehören, welche auf dem Mantel eines Kreiskegels liegen. Wenn demnach auf eine planparallele, senkrecht zu einer der optischen Axen *AA'* Fig. 137 geschliffene Krystallplatte eine Wellenebene senkrecht auffällt, so wird diese Wellenebene ungebrochen durch den Krystall parallel der optischen Axe sich fortpflanzen. In jedem Momente wird sie die

Fig. 137.



[1]) Ueber die Bestimmung der Wellenfläche und der Brechung in zweiaxigen Krystallen sehe man:
Fresnel. Ueber die doppelte Strahlenbrechung. Poggend. Ann. XXIII.
Ampère. Annales de chim. et de phys. XXXIX. p. 113. Poggend. Ann. XXX. p. 262.
Ferner eine Zusammenstellung der verschiedenen Methoden zur Ableitung der Wellenfläche. Beer. Einleitung in die höhere Optik.

[2]) Hamilton. Poggend. Ann. Bd. XXVIII.

um die Einfallsstelle A beschriebene Wellenfläche in dem Kreise CC berühren und die von der Einfallsstelle zu diesem Kreise CC gezogenen Radienvectoren sind die Strahlen, in welche sich der eintretende Strahl spaltet. Im Innern des Krystalles muss daher ein einfallender Strahl sich in einen Strahlenkegel zerspalten, welcher von der Eintrittsstelle aus divergirt, dessen Basis, der Berührungskreis CC um so grösser wird, je dicker die Krystallplatte ist. Wenn nun die Welle an die zweite Grenzfläche des Krystalles ankommt, so tritt die Lichtwelle, da sie senkrecht gegen die Begrenzungsfläche im Krystall sich fortpflanzte, auch nach einer zu derselben senkrechten Richtung, also immer sich selbst parallel hervor, um nach der frühern Richtung und mit der frühern Geschwindigkeit in der Luft sich fortzupflanzen. Jeder, der im Krystall zu dieser Wellenebene gehörigen Strahlen gibt nun aber beim Uebergang der Welle in Luft zu einem gebrochenen Strahle Anlass, welcher, da die Welle sich jetzt in einem isotropen Mittel bewegt, auf der Wellenebene senkrecht ist. Aus dem Krystall tritt daher anstatt des einen in den Krystall tretenden Strahles eine unendliche Anzahl von Strahlen, welche auf dem Umfange eines Cylinders liegen, dessen Basis der Kreis CC an der zweiten Grenzfläche des Krystalles ist. In dem Innern dieses Cylinders treten keine Strahlen aus, das Innere muss also dunkel sein und somit ein in den Krystall eintretender Strahl denselben als ein Lichtring verlassen, dessen Durchmesser abhängt von der Dicke der Platte und den optischen Constanten des Mittels. Der Durchmesser dieses Ringes muss aber nach dem Austritt des Lichtes aus dem Krystall constant sein.

Was wir hier für einen in den Krystall eintretenden Strahl abgeleitet haben, muss auch für ein sehr schmales Strahlenbündel gelten; eine genauere theoretische Untersuchung zeigt, dass die Dicke des hellen Ringes derjenigen des eintretenden Bündels gleich sein muss. Ist R der Radius des Kreises CC und r der Radius des einfallenden Bündels, so ist $R + r$ der Radius des äussern, $R - r$ der des innern Umfanges des austretenden Lichtringes.[1])

Da im Innern des Krystalles der eintretende Strahl in diesem Falle in einen Kegel zerspalten wird, welcher nach dem Durchtritt als Cylinder sich fortpflanzt, so bezeichnete Hamilton diese Erscheinung als innere conische Refraction.

Nachdem Hamilton diese Erscheinung aus der Undulationstheorie abgeleitet hatte, gelang es Lloyd[2]) dieselbe auch experimentell am Arragonit nachzuweisen. Am leichtesten gelingt es nach der Angabe von Beer[3]) auf folgende Weise.

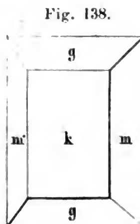
[1]) Beer. Einleitung in die höhere Optik. p. 354 ff.

[2]) Lloyd. Poggend. Ann. Bd. XXVIII. p. 91.

[3]) Beer a. a. O. p. 364.

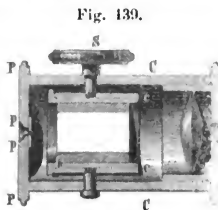
Der Arragonit, zum rhombischen System gehörig, krystallisirt in rhombischen Säulen (Fig. 138) mm'; die Winkel, in welchen sich die Säulenflächen m und m' schneiden, sind 116° 16' und 63° 44'. Die Flächen g nehmen die spitzen Ecken der Säule fort und die Fläche k, nach welcher der Krystall ziemlich deutlich spaltbar ist, schneidet die scharfen Kanten der Säule gerade ab. Die Axen des Krystalles und der optischen Elasticität sind die Axe der Säule mm' und die grosse und kleine Diagonale des Rhombus, den ein zur Axe senkrechter Schnitt der Säule ergibt.

Fig. 138.



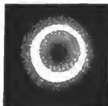
In dem Arragonit ist die Axe der Säule die erste Mittellinie, die zur Fläche k senkrechte Diagonale die zweite, ein senkrecht zu k durch die Axe der Säule gelegter Schnitt ist also die Ebene der optischen Axen; diese bilden einen Winkel von 20° mit einander, also in der eben bestimmten Ebene mit der Säulenaxe einen Winkel von 10°. Schleift man daher an einen Arragonit zu jener Ebene senkrecht ein Flächenpaar an, welches mit den Ebenen k Winkel von 100° bildet, so stehen diese auf den optischen Axen senkrecht, eine von diesen Ebenen begrenzte Platte hat also die vorhin geforderte Eigenschaft. Man lässt die Platte recht dick und fasst sie mittels Kork in eine Hülse h Fig. 139, so dass die Krystallaxe der Axe des Cylinders cc parallel ist, in welchen die Hülse h hineingesteckt wird. Die Hülse h ist in dem Cylinder cc um dessen Axe drehbar, und der Cylinder kann mit dem Knopfe S um eine quer durch den Cylinder CC gehende Axe gedreht werden, an welcher er befestigt ist. Der Cylinder CC trägt an seinem einen Ende die Metallplatte PP mit der Oeffnung pp, hinter welcher ein Staniolblättchen geklebt ist, welches in der Axe des Instrumentes ein feines Löchelchen besitzt. In dem andern Ende des Cylinders steckt eine Hülse mit Linse und Sehloch. Die Linse wird so eingestellt, dass man das durch die Doppelbrechung des Krystalles erzeugte Doppelbild der kleinen Oeffnung bei p scharf sieht. Durch eine Drehung der Hülse h bringt man es nun dahin, dass, wenn der Knopf S gedreht wird, die beiden Bilder der Oeffnung nicht aus einer zur Axe von S senkrechten Ebene heraustreten; dann fällt die Ebene der optischen Axen des Krystalles mit dieser zusammen. Dreht man dann den Knopf S in dem einen Sinne, so sieht man, je mehr die optische Axe des Krystalles der Axe des Cylinders CC parallel wird, die beiden Bilder der Oeffnung sich nähern; in dem Augenblicke nun,

Fig. 139.



wo sie ineinander überzugehen scheinen, bildet sich der glänzende kleine Lichtring Fig. 140 mit dunkler Mitte, dessen Dicke der Grösse der beiden Bilder der Oeffnung gleich ist. Auch ohne Linse kann man denselben schon wahrnehmen und sich so auch überzeugen, dass derselbe nicht weiter wird, wenn das Auge sich von dem Krystall entfernt.

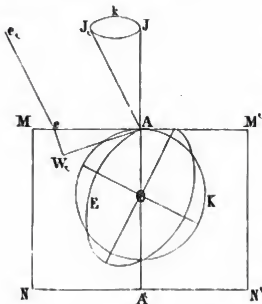
Fig. 140.



Noch eine zweite Art der conischen Refraction hat Hamilton[1]) aus einer genaueren Untersuchung der Wellenfläche abgeleitet und Lloyd[2]) durch den Versuch am Arragonit nachgewiesen, die äussere conische Refraction. Dieselbe tritt dann ein, wenn ein schmales Strahlenbündel einen zweiaxigen Krystall in der Richtung der secundären optischen Axen durchstrahlt. An den Punkt S (Fig. 131) des Hauptschnittes lassen sich zwei zum Hauptschnitte senkrechte Tangentialebenen an die Wellenfläche legen, denen beiden der Strahl OS angehört, und das gleiche gilt für alle durch OS gelegten Schnitte, so dass an dem Punkte S eine unendliche Anzahl von Tangentialebenen gelegt werden kann, und für alle diese die Gerade OS der Radiusvector ist, welcher den Mittelpunkt der Wellenfläche mit dem Berührungspunkt verbindet.

Denken wir uns daher auf irgend eine Weise im Innern eines zweiaxigen Krystalles MN Fig. 141 eine Lichtbewegung im Punkte O erregt. AA_1 sei die Richtung einer secundären Axe senkrecht zur Grenzfläche MM_1 und MN ein Schnitt, welcher der Ebene der optischen Axen parallel durch den Krystall gelegt ist. Der Durchschnitt der Wellenfläche mit dieser Ebene ist dann der Kreis K und die Ellipse E. Dem Strahl OA gehört dann in diesem Hauptschnitt als Wellenebene an, erstens die Ebene, welche durch die im Punkte A an den Kreis K gezogene mit AM parallele Tangente senkrecht zur Schnittebene MN gelegt wird, und zweitens jene Ebene, welche durch die Tangente AW_1, die in demselben Punkte A an die Ellipse E gezogen ist, senkrecht zur Schnittebene MN gelegt wird. Jede dieser Wellenebenen tritt durch MM' in das isotrope Mittel aus; die erstere, welche der brechenden Fläche parallel ist, tritt parallel mit sich selbst nach AJ aus, die

Fig. 141.



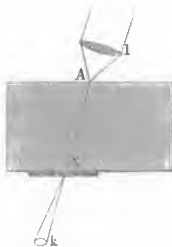
[1]) Hamilton. Poggend. Ann. Bd. XXVIII.
[2]) Lloyd. Poggend. Ann. Bd. XXVIII.

zweite, welche gegen die brechende Fläche geneigt ist, wird in der Richtung W_1ee_1 gebrochen, sie pflanzt sich in der Luft von A aus nach AJ_1 fort. Diesen beiden Wellen entsprechen die beiden Strahlen AJ und AJ_1, welche von A aus divergiren. Ganz dasselbe, was von diesem Schnitt der Wellenfläche gilt, gilt für alle übrigen, und so tritt bei A das auf einem Kegelmantel, dessen Basis der Kreis k ist, liegende Strahlenbündel aus. Im Innern des Kegels befinden sich keine Strahlen, dasselbe ist dunkel; es tritt also bei A ein Lichtring aus, der immer breiter wird, je weiter man sich von MM entfernt, wenn man die ganze Oberfläche des Krystalles mit einer undurchsichtigen Platte bedeckt und nur bei A senkrecht über O eine kleine Oeffnung macht.

Wenn man nun auf diese Oeffnung von aussen ein conisches Strahlenbündel, dessen Basis der Kreis k ist, leitet, so werden die Wellenebenen, welche den auf dem Kegelmantel liegenden Strahlen angehören, so gebrochen, dass ihre Strahlen im Krystall sämmtlich in der Richtung AO sich fortpflanzen und dann wird bei A', an dem andern Endpunkte der optischen Axe, ein eben solcher Strahlenkegel den Krystall verlassen und als ein Lichtring der beschriebenen Art wahrgenommen werden, wenn man bis auf den Punkt A' die ganze Fläche NN undurchsichtig macht.

In dieser Weise nun hat Lloyd in der That die äussere conische Refraction nachgewiesen in einer Arragonitplatte, welche senkrecht gegen die erste Mittellinie geschliffen war, in welcher somit, wie wir sogleich zeigen werden, die secundären optischen Axen mit dem Einfallslothe einen Winkel von 9° 56′ 27″ bilden. Er concentrirte mit einer Linse ein Bündel paralleler Sonnenstrahlen, so dass es als ein Strahlenkegel nach dem Punkte A der Oberfläche des Krystalles convergirte, und verschob auf der andern Seite des Krystalles ein mit einer feinen Oeffnung versehenes Metallblättchen und fand dann, wenn die Richtung AA' mit dem Einfallslothe einen Winkel von ungefähr 10° bildete, dass aus der Oeffnung A' ein Strahlenkegel der beschriebenen Art hervorging. Der Durchmesser desselben wurde um so grösser, je weiter der Schirm, auf welchem er den Ring projiciren liess, von dem Krystall entfernt wurde.

Fig. 142.



Optische Constanten zweiaxiger Krystalle. Damit ein zweiaxiger Krystall in optischer Beziehung vollständig bestimmt ist, bedarf es der Kenntniss der Richtung und Grösse der Axen der Elasticitätsfläche, oder da die letztere den Hauptbrechungsexponenten umgekehrt proportional 76

ist, der Kenntniss dieser. Kennt man diese Daten, so ist die Wellenfläche zu construiren, somit die Lichtbewegung im Innern des Krystalles vollkommen bestimmt.

Die Richtung der Elasticitätsaxen ist bei den zweiaxigen Krystallen nicht so einfach zu bestimmen, wie bei den einaxigen, wo sie immer mit den krystallographischen Axen gleiche Richtung haben; von den zweiaxigen Krystallen ist das nur der Fall bei den dem rhombischen System angehörigen. Die vollständig bekannten Krystalle gehören daher auch diesem Systeme an. Die optischen Axen liegen immer in einer durch zwei Krystallaxen bestimmten Ebene und symmetrisch zu den Axen des Krystalles, da die Elasticitätsaxen immer in den letztern liegen. Der Winkel zwischen den optischen Axen ist aber oft für verschiedene Farben verschieden, das heisst die Richtung der optischen Axen ist für die verschiedenen Farben eine andere. Die Aenderung in der Lage der Axe ist meist nur klein und immer stetig, so dass die Winkel der Axen für die brechbareren Strahlen immer kleiner oder grösser sind.

Wir lassen hier die Angaben für einige Krystalle folgen und bezeichnen dem §. 73 gemäss den kleinsten Brechungsexponenten mit α, den grössten mit γ, den mittlern mit β.

Arragonit.[1]) Für Strahlen mittlerer Brechbarkeit ist

$$\alpha = 1{,}532; \quad \beta = 1{,}686; \quad \gamma = 1{,}690.$$

Daraus berechnet sich der Winkel, welchen die optischen Axen mit der Axe der kleinsten Elasticität c einschliessen, $Z = 80^0\ 58'$, derjenige mit der Axe der grössten Elasticität X zu $9^0\ 2'$. Die Axe der grössten Elasticität ist also die erste Mittellinie, der Krystall nach der Bezeichnungsweise des §. 73 ein optisch negativer. Der Winkel der optischen Axen ist $18^0\ 4'$. Für rothe Strahlen ist er kleiner $17^0\ 59'$, für violette grösser $18^0\ 27'$.

Der Winkel der secundären optischen Axen wird nach §. 74 für Strahlen mittlerer Brechbarkeit $19^0\ 53'$.

In welche der Krystallaxen die einzelnen Elasticitätsaxen fallen, ist im vorigen §. angegeben.

Topas.[2]) Für Strahlen mittlerer Brechbarkeit ist

$$\alpha = 1{,}6145; \quad \beta = 1{,}6166; \quad \gamma = 1{,}6240.$$

Der Winkel der optischen Axen mit derjenigen der kleinsten Elasticität wird daraus $Z = 28^0\ 29'$, die Axe der kleinsten Elasticität ist also hier die erste Mittellinie, der Krystall ein positiver, der Winkel der optischen Axen $56^0\ 58'$. Er nimmt vom rothen Ende des Spectrums zum violetten hin ab. Der Winkel der secundären optischen Axen ist $56^0\ 42'$.

---

[1]) Rudberg. Poggend. Ann. Bd. XVII.

[2]) Rudberg a. a. O.

Der Topas krystallisirt in rhombischen Säulen, an denen als Stammform Prismenflächen auftreten, welche einen Winkel von 124° 19′ mit einander bilden. Die erste Mittellinie ist der Axe der Säule, die zweite der Makrodiagonale des erwähnten Prisma parallel.

Salpeter.[1]) Für Strahlen mittlerer Brechbarbeit ist

$$\alpha = 1{,}333; \quad \beta = 1{,}5046; \quad \gamma = 1{,}5052.$$

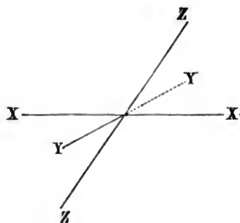
Daraus wird $Z = 86^0\ 55'$, der Krystall ist somit negativ, die Axe der grössten Elasticität ist die erste Mittellinie, der spitze Winkel der optischen Axen ist $6^0\ 10'$.

Die Krystallform des Salpeter ist derjenigen des Arragonites gleich und auch bei ihm ist die Säulenaxe die erste Mittellinie und die Makrodiagonale des Rhombus *mm* Fig. 138 die zweite Mittellinie.

Die Richtung der Elasticitätsaxen für die Krystalle der beiden andern Systeme lässt sich nicht aus der Krystallform bestimmen, sondern nur dadurch, dass man die optischen Axen aufsucht. Bei den klinorhomboidischen Krystallen hat sich noch gar keine allgemeine Beziehung zwischen den optischen und krystallographischen Hauptrichtungen auffinden lassen. Für die klinorhombischen gelten folgende Sätze.

Diesem System liegt ein Axenkreuz X, Y, Z Fig. 143 zu Grunde, von denen die Axe Y auf der Ebene der beiden andern senkrecht steht; diese, die Axe der Symmetrie, ist immer eine Elasticitätsaxe, die beiden andern Axen fallen daher in die Ebene XZ, ihre Richtung aber lässt sich aus den krystallographischen Verhältnissen nicht bestimmen.

Fig. 143.



Die Ebene der optischen Axen liegt nun entweder senkrecht auf der symmetrischen Ebene XZ oder sie fällt mit dieser Ebene zusammen.

In allen Fällen haben die optischen Axen der verschiedenen Farben verschiedene Richtungen. Steht die Ebene der optischen Axen auf XZ senkrecht, so kann die Axe Y erste oder zweite Mittellinie sein. Ist sie erste Mittellinie, so ändert die zweite in XZ liegende ihre Lage von Farbe zu Farbe; die Ebene der optischen Axen dreht sich um die Axe Y, wenn man von der einen Farbe zur andern übergeht, indem die in die Ebene der Symmetrie fallenden Elasticitätsaxen eine für die verschiedenen Farben verschiedene Lage haben. Ist die Axe der Symmetrie für alle Farben die zweite Mittellinie, so ändert die erste Mittellinie ihre Lage von Farbe zu Farbe.

[1]) Miller. Poggend. Ann. Bd. XXXVII.

Wenn die optischen Axen in die Ebene *XZ* fallen, so ist die erste Mittellinie für die verschiedenen Farben meist verschieden gelegen; da nun auch meist der Winkel, den die optischen Axen mit einander bilden, verschieden ist, so liegen die Axen um die Mittellinie für die Strahlen mittlerer Brechbarkeit nicht symmetrisch; es liegen daher im allgemeinen in dem einen Axenbündel die Axen der brechbarern, in dem andern die der weniger brechbaren Strahlen der Mittellinie näher; und die Bündel, in welche die optischen Axen auseinander treten, sind verschieden gross [1]).

Viertes Kapitel.

Interferenz des polarisirten Lichtes.

77 **Fresnel-Arago's Gesetze der Interferenz polarisirten Lichtes.** Die beiden Lichtstrahlen, in welche das Licht bei seinem Durchtritt durch einen doppelbrechenden Krystall zerfällt, können in vielen Fällen zur Interferenz gebracht werden, und geben dann zu den schönsten und mannigfaltigsten Farbenerscheinungen Anlass. Dieselben lassen sich im wesentlichen leicht ableiten, mit Hülfe der beiden noch übrigen von Fresnel und Arago aufgestellten Gesetze über die Interferenz polarisirten Lichtes, welche sich als drittes und viertes den beiden im §. 60 erwähnten Gesetzen anschliessen [2]).

Die beiden Gesetze sind folgende:

1. Zwei senkrecht zu einander polarisirte Strahlen können auf eine Polarisationsebene gebracht werden; sie interferiren dann mit einander, wenn sie ursprünglich nur eine Polarisationsebene besassen, wenn sie also durch die Zerlegung eines polarisirten Lichtstrahles entstanden sind. Bei der Bestimmung der Interferenz muss aber unter Umständen der Wegedifferenz der beiden Strahlen eine halbe Wellenlänge hinzugezählt werden, unter Umständen nicht.

2. Wenn zwei senkrecht zu einander polarisirte Strahlen aber aus nicht polarisirtem Licht entstanden sind, so interferiren sie nicht bei der Zurückführung auf eine Polarisationsebene.

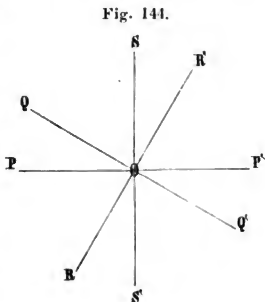
Es wird unnöthig sein die experimentellen Beweise für diese Sätze, welche Fresnel und Arago führten, mitzutheilen, da sämmtliche Erscheinungen, welche wir noch zu betrachten haben, ebensoviel Beweise für die Richtigkeit derselben sind; wir wollen nur zeigen, dass dieselben sich unmittelbar aus der Undulationstheorie ergeben.

[1]) Weiteres Beer. Einleitung in die höhere Optik.

[2]) Poggend. Ann. Bd. XII. p. 376 ff.

Denken wir uns zu dem Ende, dass ein polarisirter Strahl senkrecht auf eine doppelbrechende Platte eines Krystalles, etwa eine parallel der Axe aus einem Kalkspath geschnittene Platte falle. Es sei PP' Fig. 144 die Schwingungsebene des auf den Krystall fallenden Lichtes, und QQ' die Richtung der Axe in demselben. Der einfallende Strahl wird dann in dem Krystall in zwei zu einander senkrecht polarisirte zerlegt, deren einer seine Schwingungen parallel QQ', der andere parallel RR' vollführt. Fixiren wir den Moment, in welchem die Schwingungen des eintretenden Strahles in der Richtung OP geschehen, so sind in den beiden durch Zerlegung im Krystall entstandenen, die Schwingungen nach OQ und OR gerichtet. Diese beiden Strahlen pflanzen sich nun durch den Krystall mit verschiedener Geschwindigkeit fort, die Länge der Welle eines nach OQ schwingenden Strahles ist grösser als die des andern. Sei der Krystall nun so dick, dass im Innern desselben m Wellen des ersten und n Wellen des zweiten Strahles sich befinden, wo m und n ganze Zahlen sind und n grösser als m, so werden beide Strahlen den Krystall ohne Phasendifferenz oder vielmehr mit einer Phasendifferenz von einer Anzahl ganzer Wellenlängen verlassen, das heisst, die Schwingungen werden an der Austrittsstelle zugleich von O nach Q und R geschehen. Da nun die Strahlen von der Austrittsstelle an sich in dem isotropen Mittel nach der gleichen Richtung und mit der gleichen Geschwindigkeit fortpflanzen, so werden von da an die Bewegungen des Aethers in den beiden Strahlen immer zugleich nach Q und R oder nach Q' und R' geschehen. Die Strahlen treten nun in ein Nicol'sches Prisma, welches so gestellt sei, dass die Schwingungsebene des aus demselben austretenden Strahles parallel PP' ist. In dem Prisma wird nun wieder jeder der beiden Strahlen OQ und OR in zwei zerlegt, deren einer nach OP, deren anderer nach OS schwingt. Letztere treten nicht durch den Nicol hindurch; die beiden ersten sind parallel polarisirt, und es ist klar, dass die Resultirende der Bewegung des Aethers in dem aus dem Nicol tretenden Strahle einfach die Summe der beiden nach OP zerlegten Componenten der beiden Strahlen ist.

Fig. 144.



Ist die Dicke der Platte eine andere, so wird der eine Strahl dem andern um eine andere Strecke voreilen; ist die durch den Geschwindigkeitsunterschied erlangte Phasendifferenz z. B. ein ungerades Vielfaches einer halben Wellenlänge, so treten die beiden Componenten aus, indem

die Bewegung in der einen nach OQ, in der andern nach OR' gerichtet ist. Von da an pflanzen sie sich in dem isotropen Mittel so fort, dass die Bewegungen immer gleichzeitig nach Q und R' oder nach Q' und R gerichtet sind. In dem Nicol gibt jeder der Strahlen eine in PP' fallende Componente, und zwar sieht man, dass die von QQ' herrührende Componente nach OP geht, wenn die von RR' stammende nach OP' geht und umgekehrt. In der gemeinsamen Polarisationsebene interferiren also die beiden Strahlen mit der Phasendifferenz einer halben Wellenlänge, mit derjenigen, welche sie durch die verschiedene Geschwindigkeit im Krystall erhalten haben. Gleiches gilt, welches auch die Phasendifferenz ist, welche zwischen den Strahlen in Folge der verschiedenen Geschwindigkeit, mit der sie den Krystall durchsetzt haben, besteht.

Ist aber der zweite Nicol, welcher die aus dem Krystalle austretenden Strahlen aufnimmt, so gestellt, dass die Schwingungen der aus ihm tretenden Strahlen parallel SS' geschehen, so wird es anders. Nach dieser Richtung geben die ohne Phasendifferenz aus dem Krystall austretenden Strahlen, die also zugleich nach OQ und OR schwingen, Componenten, von denen die erste nach OS, die zweite nach OS' gerichtet ist. Die Componenten haben entgegengesetzte Phase, sie interferiren mit der Phasendifferenz einer halben Wellenlänge. Um demnach die Interferenz zu bestimmen, muss zu der durch den Geschwindigkeitsunterschied der Strahlen im Krystall erlangten Phasendifferenz der Unterschied einer halben Wellenlänge hinzugezählt werden.

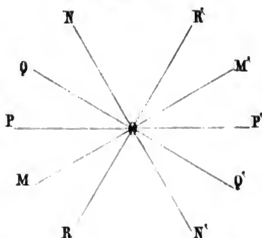
Ebenso in dem zweiten der betrachteten Fälle; die in den Nicol eintretenden Strahlen schwingen zugleich nach OQ und OR', ihre nach SS' zerlegten Componenten also beide nach OS, die Resultirende ist die Summe beider Componenten. Auch hier also muss zur Phasendifferenz in Folge des Geschwindigkeitsunterschiedes eine halbe Wellenlänge hinzugezählt werden, um die Interferenz zu erhalten.

Vergleichen wir die beiden verschiedenen Lagen des Nicol, so sehen wir, dass im ersten Falle die Polarisationsebene desselben mit der ursprünglichen Polarisationsebene in demselben Winkel zwischen den beiden Polarisationsebenen der getheilten Strahlen lag, im zweiten Falle in dem andern Winkel, den O und R mit einander bilden, als die ursprüngliche Ebene, und zugleich, dass eben darin der Grund für das verschiedene Verhalten liegt. Es ergibt sich demnach aus dieser Betrachtung, dem Fresnel'schen Satze gemäss, wenn ein polarisirter Strahl in zwei senkrecht zu einander polarisirte zerlegt wird, und diese dann in eine Polarisationebene zurückgebracht werden, dass dieselben dann mit der inzwischen erlangten Phasendifferenz interferiren, wenn die neue Polarisationsebene in demselben Winkel zwischen den beiden Polarisationsebenen der getheilten Strahlen liegt, als die frühere, dass aber zu der erlangten Phasendifferenz eine halbe Wellenlänge hinzugezählt werden muss, wenn die neue Polarisa-

tionsebene so liegt, dass die Polarisationsebene der beiden Strahlen, in welche der ursprüngliche Strahl auseinander ging, noch weiter auseinander gehen müssen, damit dieselben wieder eine gemeinschaftliche Polarisationsebene erhalten.

Das zweite der angeführten Gesetze ist eine nothwendige Folge des ersten und der Beschaffenheit des natürlichen Lichtes. Wie wir sahen besteht das letztere aus einer raschen Folge von nach allen möglichen Richtungen polarisirtem Lichte. Falle nun auf unseren Krystall ein Strahl natürlichen Lichtes; derselbe wird in zwei zu einander senkrecht polarisirte zerlegt nach QQ' und RR', und sei nun PP'' die Polarisationsebene, auf welche die beiden Strahlen schliesslich zum Zwecke der Interferenz zurückgeführt werden. In dem natürlichen den Krystall treffenden Licht wird nun in einem bestimmten Moment die Schwingungsrichtung MM' sein, in einem folgenden, jedoch dem ersten unendlich nahen PP', dann QQ', dann NN' und noch später RR', alle diese Schwingungsrichtungen treten in unendlich kurzer Zeit auf. Jede dieser Schwingungen wird nach QQ' und RR' zerlegt und schliesslich nach PP'' geführt. Von diesen Schwingungsrichtungen des unpolarisirten Strahles fallen nun aber ebensoviel mit PP in denselben Winkel QOR, als in den andern der von den beiden Polarisationsebenen gebildeten Winkel QOR'. Die erstern interferiren daher mit der im Krystall erhaltenen Phasendifferenz, bei den zweiten muss zur Phasendifferenz eine halbe Undulation hinzugezählt werden; geben daher erstere das Maximum der Helligkeit, so letztere das Minimum und umgekehrt, so dass die Wirkung sich aufhebt. Betrachten wir z. B. die beiden Schwingungsrichtungen OM und ON, und nehmen an, die Dicke des Krystalles sei so, dass in ihm die ordentlichen und ausserordentlichen Strahlen die Phasendifferenz $n\lambda$ erhalten. OM zerlegt sich dann nach OQ und OR, und beide geben eine Resultante nach OP, ON aber zerlegt sich nach OQ und OR', ersteres gibt nach PP' zerlegt eine Schwingung nach OP, letzteres nach OP', die Schwingungen sind also entgegengesetzt. Welches also auch die Phasendifferenz ist, welche die beiden Strahlen OQ und OR im Krystall erhalten, der zuletzt nach PP polarisirte Strahl wird immer die gleiche Helligkeit haben, da die Interferenzen sich immer aufheben.

Fig. 145.



Das zweite der erwähnten Gesetze ist also nicht so zu verstehen, dass die Vibrationen, welche aus zwei zu einander senkrechten Polarisationsebenen auf eine zurückgeführt werden, wenn sie aus natürlichem Lichte ent-

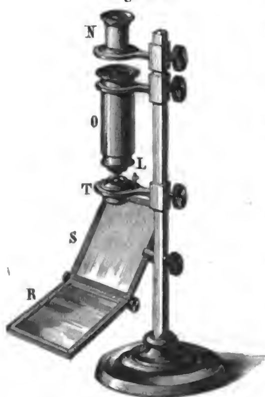
standen, überhaupt nicht auf einander wirken, sondern vielmehr so, dass die Wirkungen, weil sie von den Elementarschwingungen her entgegengesetzt werden, sich aufhalten.

78 **Farbenringe in Platten aus einaxigen Krystallen, welche senkrecht zur Axe geschnitten sind.** Mit Hülfe dieser beiden Gesetze ist es nun leicht abzuleiten, welche Erscheinungen auftreten, wenn ein Bündel polarisirten Lichtes durch eine Krystallplatte hindurchtritt. Untersuchen wir zunächst die Erscheinungen, welche sich zeigen, wenn die Platten aus einaxigen Krystallen senkrecht zur Axe geschnitten sind.

Um dieselben wahrzunehmen, bringt man eine nicht zu dünne Platte, etwa 2^{mm} dick, welche von parallelen eben geschliffenen Seiten begrenzt ist, entweder zwischen die beiden Turmaline, der §. 71 erwähnten Turmalinzange, oder zwischen zwei in ähnlicher Weise gefasste Nicol'sche Prismen, oder besser noch in einen der zu diesem Zwecke besonders construirten Polarisationsapparate, den Nörremberg'schen oder Dove'schen Polarisationsapparat.

Den Nörremberg'schen Polarisationsapparat, wie ihn jetzt nach der Angabe Nörrembergs der Mechaniker Steeg zu Homburg verfertigt, zeigt (Fig. 146). Von dem Auffangspiegel *R* wird das Licht des hellen Himmels auf den Spiegel *S* reflectirt, so dass es von diesem unter dem Polarisationswinkel zurückgeworfen senkrecht, also der Axe der Röhren *O* und *N* parallel in die Höhe geht. An dem obern Ende des kurzen Rohres *T* ist eine Linse von kurzer Brennweite gefasst, so dass die nahezu parallelen Strahlen, welche in das Rohr *T* eintreten nach einem nahe über *T* liegenden Punkte convergiren. Auf die das Rohr *T* oben begrenzende Platte, den Objectivtisch, wird die zu untersuchende Krystallplatte gelegt. Der Punkt, nach welchem die Strahlen convergiren, liegt dann in der Krystallplatte ungefähr in der obern Grenzfläche. Nachdem die Strahlen den Krystall verlassen haben, treten sie divergirend in die Linse *L*, welche in dem untern Ende des Rohres *O* gefasst ist, und werden so wieder convergent, so dass sie nach dem über *N* befindlichen Auge convergiren. In der Röhre *N* befindet sich ein Nicol'sches Prisma, welches die Strahlen, ehe sie das Auge treffen, wieder auf eine Polarisationsebene zurückführt. Die

Fig. 146.

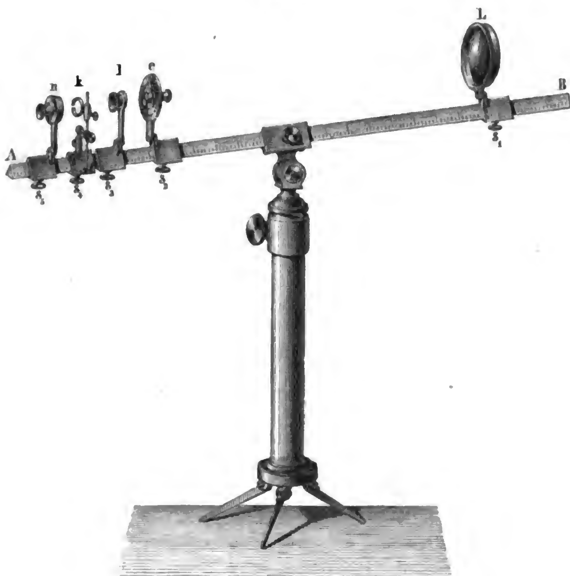


Strahlen durchsetzen also den Krystall als ein convergirender Lichtkegel, und treffen dann das Auge als ein schwächer convergirender Kegel. Die Röhre *N* mit dem Nicol lässt sich in ihrer Fassung drehen, sie trägt eine Marke, welche auf der Kreistheilung der Fassung die Lage der Polarisationsebene des Nicol anzeigt. Steht die Marke auf 0^0, so ist die Polarisationsebene des Nicol derjenigen des Polarisationsspiegels *S* parallel.

Im Dove'schen Polarisationsapparate, welchen der Mechaniker Hirschwald zu Berlin nach Doves Angabe verfertigt, wird das Licht durch einen Nicol polarisirt.

Auf dem durch einen gewöhnlichen Fernrohrfuss getragenen dreiseitigen Prisma *AB* (Fig 147) sind an den Hülsen s_1, s_2, s_3, s_4, s_5 die

Fig. 147.



verschiedenen Theile des Apparates befestigt; s_1 trägt eine Sammellinse von ungefähr 40 Centimeter Brennweite, s_2 das polarisirende Nicol'sche Prisma und am Ende desselben gegen *A* hin eine Linse von ungefähr 4 Centimeter Brennweite. Die Scheibe, in deren Centrum das Rohr mit

Nicol und Linse drehbar befestigt ist, trägt auf ihrem Rande eine Kreistheilung, auf welcher ein der Polarisationsebene des Nicol paralleler und an der den Nicol enthaltenden Röhre befestigter Radius einsteht. Der Ständer s_3 trägt eine Linse von ungefähr 4 Centimeter Brennweite, s_4 einen Ring, in welchem die Krystallplatten befestigt werden können, und s_5 das zweite Nicol'sche Prisma, welches wie das erste in dem Centrum einer mit Kreistheilung versehenen Scheibe drehbar befestigt ist, und dessen Polarisationsebene ebenfalls durch einen mit der den Nicol enthaltenden Röhre fest verbundenen Radius angegeben wird.

Um mit diesem Apparate Versuche anzustellen, stellt man die Linse *L* so, dass die vom hellen Himmel oder einer Lampe auf sie fallenden Strahlen in der Vorderfläche *e* des Nicols vereinigt werden. Die von dort divergirend ausgehenden polarisirten Strahlen werden durch die beiden Linsen, die am Nicol 3 Centimeter von der Einfallsebene *e* der Strahlen entfernte und die Linse *l*, welche von letzterer 8 Centimeter entfernt ist, in einen convergenten Strahlenkegel verwandelt, der durch den Krystall und den zweiten Nicol, vor welchem noch eine schwache Zerstreuungslinse angebracht ist, in das hinter dem zweiten Nicol befindliche Auge dringt.

Bringt man nun in einen der erwähnten Polarisationsapparate eine planparallele senkrecht zur Axe geschnittene Platte eines einaxigen Krystalles, so sieht man, wenn die Polarisationsebene des zweiten Nicols oder Turmalins der Polarisationsebene des ersten oder derjenigen des Spiegels *S* im Nörremberg'schen Apparate parallel ist, und bei Anwendung homogenen Lichtes im Krystalle das Ringsystem Fig. 148 von abwechselnd

Fig. 148.

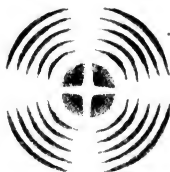


Fig. 149.



hellen und dunklen Ringen, welches von einem weissen Kreuze durchsetzt ist, dessen Arme der Polarisationsebene parallel und zu ihr senkrecht sind. Die Mitte des Systemes ist hell, um dieselbe legt sich ein dunkler, um diesen ein heller, wieder ein dunkler Ring und so fort.

Ist dagegen die Polarisationsebene des zweiten Nicols zu derjenigen des den Krystall treffenden Lichtes senkrecht, so sieht man in dem Krystall das von einem schwarzen Kreuze durchsetzte Ringsystem (Fig. 149). Die Mitte der Erscheinung ist dunkel, dann folgt ein heller Ring, auf

diesen ein dunkler u. s. f. Die Arme des schwarzen Kreuzes sind der Polarisationsebene des einfallenden Lichtes und derjenigen des zweiten Nicol parallel[1]).

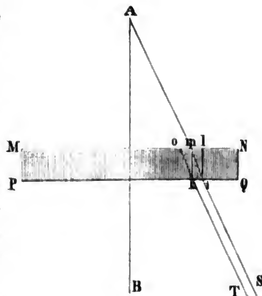
Die Ringe werden enger oder weiter, je kleiner oder grösser die Wellenlänge des angewandten Lichtes ist; wendet man anstatt des homogenen weisses Licht an, so verwandeln sich die hellen und dunklen Ringe in farbige von derselben Farbenfolge als die Newton'schen Ringe. Sind die Polarisationsebenen der beiden Nicol parallel, so ist die Farbenfolge dieselbe wie bei den Newton'schen Ringen im durchgelassenen, sind sie gekreuzt, wie im reflectirten Licht. Im zweiten Falle sind also die Ringe complementär zu den im ersten Falle gefärbt.

In allen Fällen, das heisst mögen wir einfaches oder zusammengesetztes Licht anwenden, mögen die Nicols parallel oder gekreuzt sein, sieht man, dass die Ringe um so deutlicher werden, die Farbenunterschiede oder die Helligkeitsunterschiede um so mehr hervortreten, je weiter man von den Armen des hellen oder dunklen Kreuzes sich gegen die Mitte der zwischen den Kreuzesarmen enthaltenen Quadranten entfernt.

Diese Erscheinungen ergeben sich aus den bisher betrachteten Gesetzen der Doppelbrechung und Interferenz des polarisirten Lichtes folgendermassen[2]).

Wie wir sahen, erhalten wir dieselben, wenn ein convergenter Strahlenkegel die Krystallplatte durchsetzt. Sei nun Fig. 150 *MNPQ* ein Durchschnitt durch eine senkrecht zur Axe geschliffene Kalkspathplatte, und *AB* die zu den Begrenzungsflächen der Platte senkrechte Axe des in das bei *A* befindliche Auge kommenden Strahlenkegels. Sei ferner das in die Platte eindringende Licht unter einem Winkel von 45° gegen die Durchschnittsebene *MNPQ* polarisirt, und befinde sich zwischen dem Auge und der Platte ein Nicol'sches Prisma, dessen Polarisationsebene derjenigen des einfallenden Lichtes parallel sei. Ein in der Axe *AB* den Krystall durchsetzender Lichtstrahl, wird dann ungebrochen und unzertheilt bleiben, da

Fig. 150.



[1]) Zuerst beobachtet von Wollaston im Kalkspath, von Seebeck und Brewster. M. s. Lloyd Geschichte der Optik übers. von Klöden. Berlin 1836.

[2]) Die vollständige Ableitung gab zuerst Airy. Cambridge Philos. Transact. vol. IV. Poggend. Ann. XXIII.

jede durch die Axe gelegte Ebene ein Hauptschnitt des Krystalles ist, also der eintretende Strahl im Hauptschnitte polarisirt ist, und deshalb nicht doppelt gebrochen wird.

Anders jedoch verhält es sich mit dem Strahle *Tk*; dessen Polarisationsebene bildet mit der Ebene *MNPQ* einen Winkel von 45°, er zerfällt daher in zwei, einen ordentlich gebrochenen, welcher dem Hauptschnitte *MNPQ* parallel polarisirt ist, und einen ausserordentlich gebrochenen, dessen Polarisationsebene zur Ebene *MNPQ* senkrecht ist. Ersterer pflanzt sich nach *km*, letzterer nach *ko* fort. Gleiches gilt für den Strahl *Si* und für alle, welche gegen die Axe des Krystalles oder des Strahlenkegels geneigt sind. Nun wird, da der Kegel ganz continuirlich mit Strahlen angefüllt ist, zu jedem Strahle *Tk* ein anderer *Si* so liegen, dass der von *Si* kommende ausserordentliche Strahl in demselben Punkte *m* und nach derselben Richtung *mA* den Krystall verlässt, wie der ordentlich gebrochene Strahl *km*, welcher von dem Strahle *Tk* herrührt. Denn denken wir uns von *A* aus den Strahl *Am* auf den Krystall fallen, so wird derselbe doppelt gebrochen nach *mk* ordentlich und nach *mi* ausserordentlich. Diese beiden Strahlen werden dann ein den Krystall nach unten hin verlassendes mit einander und mit *Am* paralleles Strahlenpaar liefern. In dem continuirlichen den Krystall treffenden Strahlenkegel gibt es nun aber immer zwei Strahlen, welche gerade so liegen, wie jenes Strahlenpaar, das aus *Am* entstehen würde; von diesen beiden Strahlen müssen daher bei *m* und nach der Richtung *mA*, der ordentliche *km* und der ausserordentliche *im* aus dem Krystall austreten.

In *mA* pflanzen sich demnach zwei zu einander senkrecht polarisirte Strahlen fort. Diese beiden Strahlen sind aber in verschiedener Phase. Legen wir durch *i* eine zu den einfallenden Strahlen senkrechte Ebene *ie*, so sind in dieser die von derselben weit entfernten Lichtquelle kommenden Strahlen in gleicher Phase; von da an hat dann der eine der beiden Strahlen den Weg $ek + km$, der andere nur den Weg *im* zurückgelegt. Da ferner der eine Strahl *km* stärker gebrochen ist, so hat er sich im Krystalle langsamer fortgepflanzt, oder auf der Strecke *km* liegen eine grössere Anzahl von Wellenlängen oder Bruchtheilen derselben, als auf *im*. Der von *Tk* herrührende Theil des nach *mA* sich fortpflanzenden Strahles ist daher gegen den andern, zu ihm senkrecht polarisirten, um eine bestimmte Phasendifferenz verschoben. Diese beiden Strahlen werden nun in dem obern Nicol wieder auf eine der frühern parallele Polarisationsebene zurückgeführt; sie interferiren daher mit jener Phasendifferenz, welche sie auf den verschiedenen Wegen und durch die verschiedene Geschwindigkeit erhalten haben.

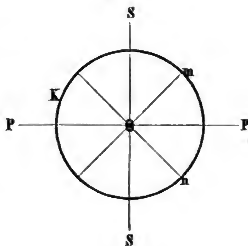
Diese Phasendifferenz wird nun von der Axe *AB* aus nach allen Seiten hin ganz stetig zunehmen, mit je grösserer Neigung die Strahlen *Tk* den Krystall durchsetzen, in einem um die Axe *AB* beschriebenen

Kreise, wird sie aber überall gleich sein. Gehen wir von der Axe in irgend einem Radius aus, so wird die Phasendifferenz, welche in der Axe, wo keine Doppelbrechung stattfindet, gleich Null ist, in einem gewissen Abstande für eine bestimmte Farbe eine halbe Wellenlänge sein, weiterhin auf eine, anderthalb u. s. f. Wellenlängen steigen, es werden also abwechselnd helle und dunkle Ringe, oder da dieselben im weissen Lichte einen verschiedenen Radius haben, farbige Ringe die Mitte umgeben müssen.

Die Intensität des Lichtes muss jedoch für die verschiedenen Punkte eines und desselben Kreises verschieden sein. Im §. 58 sahen wir, dass ein polarisirter Strahl von einem doppelbrechenden Krystall in zwei Strahlen verschiedener Intensität zerlegt wird, und zwar, dass, wenn α der Winkel ist, welchen die Polarisationsebene des einfallenden Strahles mit dem Hauptschnitte des Krystalles bildet, die Intensität des ordentlichen Strahles gleich ist $J . \cos^2 \alpha$, die des ausserordentlichen $J . \sin^2 \alpha$, wenn dann J die Intensität des einfallenden Strahles bedeutet.

Ist nun PP (Fig. 151) die Polarisationsebene des einfallenden Lichtes und der Kreis K auf der Fläche PQ (Fig. 150) des Krystalles um die Axe AB gelegt; so ist für den an irgend einem Punkte m dieses Kreises den Krystall treffenden Strahl der Radius Om des Kreises die Richtung des Hauptschnittes, denn eine durch On senkrecht zur Ebene des Kreises gelegte Ebene nimmt die Axe des Krystalles und das Einfallsloth des Strahles in sich auf. Ist nun $\sphericalangle\, moP = \alpha$ und a die Amplitude des einfallenden Strahles, so sind die Amplituden beider Componenten, in welche die einfallenden Schwingungen zerlegt werden $a . \cos \alpha$ und $a . \sin \alpha$. Dieselben sind nur dann gleich, wenn $\alpha = 45^0$ nach der einen oder andern Seite von PP ist. Ist $\alpha = 0$, so ist $a . \sin \alpha = 0$, es tritt also in einem mit der ursprünglichen Polarisationsebene parallelen Durchschnitt des Krystalles keine Doppelbrechung ein, dort durchsetzen den Krystall nur ordentlich gebrochene Strahlen. Man sieht das auch daraus, dass alle in PP den Krystall treffenden Strahlen parallel dem Hauptschnitte polarisirt sind. Ebenso findet keine Doppelbrechung in der zu PP senkrechten Ebene SS statt, für welche $\alpha = 90^0$ somit $\cos \alpha = 0$ ist. In diesen beiden Ebenen findet demnach auch gar keine Interferenz statt, das einfallende Licht geht ungeändert durch den Krystall hindurch. Da nun unserer Voraussetzung nach die Polarisationsebene des zweiten Nicol der des einfallenden Lichtes parallel ist, so muss auch durch diesen

Fig. 151.



das Licht ungeändert hindurchgehen, es muss also unter allen Umständen das Ringsystem durch ein helles Kreuz durchsetzt werden, dessen Arme der Polarisationsebene der beiden Nicol parallel und zu ihr senkrecht sind.

So lange nun der Winkel α nur wenig von 0^0 oder 90^0 verschieden ist, ist die Amplitude des einen der beiden Strahlen immer nur klein, sie wächst, je mehr sich derselbe dem Werthe 45^0 nähert. Bei der Zurückführung auf die frühere Polarisationsebene wird daher der Intensitätsunterschied der hellen und dunklen Ringe in der Nähe der Ebenen *PP* und *SS* nur unbedeutend sein. Deshalb erscheint das weisse Kreuz in die Breite gezogen, und die hellen und dunklen Ringe im homogenen, die farbigen im weissen Lichte treten um so deutlicher und schöner auf, je mehr die betrachteten Punkte der Mitte zwischen den Kreuzesarmen sich nähern.

Die Ringfigur (Fig. 149) mit dem schwarzen Kreuze bei gekreuzten Nicols folgt nun aus dieser Entwicklung, und dem ersten der im vorigen Paragraphen angeführten Gesetze unmittelbar. Die Polarisationsebene, auf welche die beiden Strahlen nach ihrer Zerfällung zurückgeführt werden, liegt nicht in demselben Winkel, wie die frühere, sondern in dem andern, von den beiden Polarisationsebenen gebildeten Winkeln. Die in *m* einfallenden nach *PP* (Fig. 151) polarisirten Strahlen werden nach *Om* und *On* zerlegt und dann auf die Polarisationsebene *SS* zurückgeführt, zur Bestimmung der Interferenzen muss also zu den inzwischen erlangten Phasenunterschieden eine halbe Wellenlänge hinzugezählt werden. Wo also im vorigen Falle bei homogenem Lichte Helligkeit war, muss jetzt Dunkelheit sein und umgekehrt; die Farbe, welche bei weissem Lichte vorhin im Maximum war, ist jetzt in derselben Stelle im Minimum, die Ringe müssen daher complementär gefärbt sein. Wo keine Doppelbrechung, also auch keine Interferenz stattfindet, parallel *PP* und *SS*, muss Dunkelheit sein, weil die parallel *PP* polarisirten Strahlen den zweiten Nicol nicht durchsetzen können; daher das schwarze Kreuz, welches aus den oben entwickelten hier ebenso anwendbaren Gründen in die Breite gezogen sein muss.

Da die Ringe Folge sind der Phasendifferenz, welche die beiden Theilstrahlen in dem Krystall erhalten haben, so werden die Durchmesser der Ringe durch alle die Umstände verkleinert oder vergrössert werden, welche bei constanter Neigung der Strahlen gegen die Axe die Phasendifferenz vergrössern oder verkleinern. Je grösser daher die Verschiedenheit in der Brechbarkeit der Strahlen bei constanter Dicke der Krystallplatte ist, um so kleiner ist der Durchmesser der Ringe. Ebenso muss aber auch bei einem und demselben Krystalle der Durchmesser um so kleiner werden, je dicker die Platte ist, da um so grösser die Strecke ist, welche von den beiden Strahlen mit verschiedener Geschwindigkeit

durchlaufen ist. Versuch und Theorie ergeben übereinstimmend, dass die Durchmesser der Ringe der Quadratwurzel aus der Dicke der Platte umgekehrt proportional sind. Nennen wir die Durchmesser bei einer Plattendicke von 1^{mm} eins, so sind sie bei 4^{mm} Dicke gleich ein halb u. s. f.

Das Auftreten der Ringe ist in allen einaxigen Krystallen mit Ausnahme des Bergkrystalles dasselbe, sowohl positive als negative Krystalle zeigen ganz dieselben Ringe. Nur der Apophyllit, der unterschwefelsaure Kalk, und der Vesuvian zeigen im weissen Lichte eine ganz eigenthümliche Farbenfolge, die ihren Grund darin hat, dass die Doppelbrechung derselben für verschiedene Farben verschieden ist. Der Apophyllit z. B. ist für blaues Licht positiv, für rothes negativ doppelbrechend und für zwischen diesen beiden liegende Strahlen einfach brechend[1]).

Erscheinungen in Bergkrystallplatten, welche senkrecht zur Axe geschnitten sind. Von den übrigen Krystallen unterscheidet sich der Bergkrystall durch eigenthümliche Erscheinungen, wenn man Platten dieses Krystalles, welche senkrecht zu seiner Axe geschnitten sind, in den Polarisationsapparat bringt. 79

Wendet man die Turmalinzange oder den Dove'schen oder Nörremberg'schen Polarisationsapparat an, welche ein grosses Gesichtsfeld besitzen, so sieht man anstatt der Fig. 149 bei gekreuzten Nicols die Fig. 152. Die Ringe, welche beim Kalkspath und den übrigen einaxigen Krystallen ganz nahe an der dunklen Mitte anfangen, zeigen sich erst in einiger Entfernung von der Mitte, nahe dem Rande des Gesichtsfeldes. Das schwarze Kreuz ist verschwunden, statt dessen zeigen sich nur die äussersten Ringe von schwarzen Büscheln durchzogen, gewissermassen von den Resten des schwarzen Kreuzes. Diese 4 dunklen Büschel haben dieselbe Richtung als die Arme des schwarzen Kreuzes bei den übrigen einaxigen Krystallen. Der bemerkenswertheste Unterschied zeigt sich aber in der Mitte der ganzen Erscheinung, dieselbe ist nie schwarz, sondern immer und zwar je nach der Dicke der Platte verschieden gefärbt. Bei einer Dicke von ungefähr 4^{mm} ist die Farbe der Mitte orange-gelb[2]).

Fig. 152.



Von da ab, wo die Ringe auftreten, zeigen sie dieselbe Farbenfolge, wie die Ringe in sonstigen Krystallen, so dass also ein verschiedenes Verhalten der Quarzplatten nur in Bezug auf diejenigen Strahlen sich

[1]) Herschel. Cambridge Philos. Transact. vol. I.

[2]) Arago. Mémoires de l'Institut de l'Acad. de France 1811.

zeigt, welche nahezu parallel der optischen Axe durch sie hindurchgegangen sind. Welcher Art die Einwirkung des Quarzes auf die nahe parallel der Axe durch ihn hindurchgegangenen Strahlen ist, übersehen wir am besten bei Anwendung homogenen Lichtes.

Nehmen wir an, die Quarzplatte habe die Dicke von 1^{mm}, wo fast nur die Mitte der Erscheinung, nicht die Ringe sich zeigen, und es liege auf dem obern Nicol ein gut homogen gefärbtes Glas. Bei gekreuzten Nicols ist dann bei andern Krystallen die Mitte des Gesichtsfeldes dunkel, beim Quarz jedoch nicht; liegt die senkrecht gegen die Axe geschnittene Qarzplatte zwischen den Nicol'schen Prismen, so müssen wir den obern Nicol um eine bestimmte Anzahl von Graden drehen, um das Gesichtsfeld wieder dunkel zu erhalten. Die Grösse der Drehung ist für verschiedene Farben verschieden, sie beträgt nach den Messungen von Biot[1]) für

	äusserstes Roth		17°,49	mittleres	Roth	19°,0
Grenze zwischen	Roth und	Orange	20°,47	„	Orange	21°,4
„ „	Orange „	Gelb	22°,31	„	Gelb	24°,0
„ „	Gelb „	Grün	25°,67	„	Grün	27°,8
„ „	Grün „	Blau	30°,04	„	Blau	32°,3
„ „	Blau „	Indigo	34°,57	„	Indigo	36°;1
„ „	Indigo „	Violett	37°,68	„	Violett	40°,8
	äusserstes Violet		44°,08			

Aus diesen Versuchen ergibt sich, dass die Polarisationsebene der parallel der Axe durch einen Bergkrystall hindurchgetretenen Strahlen gedreht wird, und weiter, dass die Drehung für die verschieden gefärbten Strahlen einen verschiedenen Werth hat. Denn durch das Nicol'sche Prisma geht das polarisirte Licht nicht hindurch, das Gesichtsfeld ist dunkel, wenn die Polarisationsebene des Prisma senkrecht ist zu derjenigen des das Prisma treffenden Lichtes. Da nun das Gesichtsfeld dunkel ist, wenn das Prisma um eine bestimmte Anzahl Grade gedreht ist, so folgt, dass dann die Polarisationsebene des die Quarzplatte verlassenden Lichtes zu derjenigen des Prisma senkrecht ist, somit dass die Polarisationsebene des durch die Quarzplatte hindurchgegangenen Lichtes gegen diejenige des eintretenen Lichtes um ebensoviel gedreht ist, als wir das Prisma aus der gekreuzten Stellung drehen mussten, um das Gesichtsfeld wieder dunkel zu machen.

Aus der Thatsache der verschiedenen Drehung für verschiedenes Licht erklärt sich nun sofort die Erscheinung, dass bei Anwendung weissen Lichtes das Gesichtsfeld niemals weiss, hell oder dunkel, sondern immer farbig ist. Wir sahen früher, dass wenn die Polarisations-

---

[1]) Biot. Mémoires de l'Institut de l'Acad. de France. Tome II. Paris 1819.

ebene des Nicols mit derjenigen des ihn treffenden Lichtes den Winkel α bildet, dass dann die Intensität des aus dem Nicol tretenden Lichtes dem Quadrate von $\cos \alpha$ proportional ist. Wie nun die Versuche von Biot ergeben, hat α für die verschiedenen Farben immer einen andern Werth, wenn weisses Licht durch eine Quarzplatte gegangen ist. Sind die Nicols gekreuzt, so ist für keine Farbe α gleich 0, also wird keine Farbe ausgelöscht; drehen wir den Nicol um 17°,49 nach der einen Seite, so wird Roth vollständig ausgelöscht, die andern Farben sind aber noch mit um so grösserer Intensität vorhanden, als ihre Polarisationsebene stärker gedreht ist. Durch weiteres Drehen verschwindet dann immer eine andere Farbe, aber die frühern treten dann wieder auf. Es verschwinden also nie alle Farben zugleich, deshalb kann das Gesichtsfeld nie dunkel werden; es sind aber auch nie alle Farben nach dem Durchtritt durch den zweiten Nicol in derselben Stärke vorhanden, als im weissen Lichte, deshalb muss das Gesichtsfeld immer farbig erscheinen.

Dass bei gekreuzten Nicols das Gesichtsfeld eine verschiedene Farbe darbietet, wenn die Dicke der Quarzplatte eine verschiedene ist, folgt aus dem von Biot[3]) bewiesenen Satze, dass die Drehung der Polarisationsebene mit der Dicke der Quarzplatte sich ändert. Dieselbe ist für eine Platte von doppelter Dicke doppelt, für eine von dreifacher Dicke dreimal so gross, als für die Platte einfacher Dicke.

Die Drehung der Polarisationsebene ist also einfach der Dicke der Platten proportional. Mit den von Biot angegebenen Werthen der Drehung für eine Dicke der Quarzplatte von 1mm kann man daher leicht die Drehung der Polarisationsebenen der verschiedenen Farben für beliebige Platten, und somit ihre Färbung bei gekreuzten Nicols berechnen. So gibt z. B. Airy[4]) an, dass die Mitte einer Quarzplatte, deren Dicke 0,17 Zoll engl. = 4,3mm war, gelb erschienen sei. Die Zahlen von Biot ergeben als Drehungen der einzelnen Farben: Roth = 81°,7; Orange = 92°,2; Gelb = 103°,2; Grün = 120°; Blau = 139°; Indigo = 155°; Violett = 175°,44. Die Polarisationsebenen der Strahlen bilden somit mit derjenigen des obern Nicols Winkel von: Roth = 8°,3; Orange = 2°,2; Gelb = 13°,2; Grün = 30°; Blau = 49°; Indigo = 65°; Violett = 85°,44. Somit geht Orange fast ungeschwächt, Roth und Gelb nur wenig geschwächt, Blau, Indigo und Violett aber nur wenig hindurch. Nach den Gesetzen der Farbenmischung resultirt daraus eine gelbe Farbe. Für eine Dicke von 6,7mm fand Airy Pflaumroth; die Biot'schen Zahlen geben als Drehungen Roth = 127°,3; Orange = 133°,28; Gelb = 160°,8; Grün = 186°; Blau = 216°,4; Indigo = 241°,8 und Violett = 273°.

[1]) Biot a. a. O.

[2]) Airy. Transactions of the Cambridge Philos. Soc. Vol. IV. Poggend. Ann. XXIII.

Beachtet man, dass eine Drehung von 90° die Polarisationsebene der Strahlen derjenigen des Nicol parallel, eine Drehung von 180° wieder zu derselben senkrecht, und eine von 270° wieder mit ihr parallel macht, so erhält man für den Winkel α, welchen die Polarisationsebenen der einzelnen Strahlen mit derjenigen des Nicol bilden: Roth = 37°; Orange = 43°; Gelb = 70°,8; Grün = 84°; Blau = 53°,6; Indigo = 28°,2; Violett = 3°. Man sieht Roth, Indigo und Violett sind am stärksten vertreten, so dass eine blaurothe Farbe resultirt, welche derjenigen der reifen Pflaumen ähnlich ist.

Untersucht man verschiedene Quarzplatten derselben Dicke, so findet man zwischen denselben einen merkwürdigen Unterschied in ihrem optischen Verhalten; man findet nämlich Platten, welche die Polarisationsebene nach der rechten Seite, andere, welche sie nach der linken Seite drehen[1]). Das heisst, man muss unter Anwendung homogenen Lichtes bei einigen Krystallen den obern Nicol im Sinne der Bewegung des Zeigers einer Uhr aus der gekreuzten Stellung drehen, damit das Gesichtsfeld wieder dunkel wird, bei andern aber um ebensoviel nach der entgegengesetzten Richtung. Erstere Krystalle nennt man rechtsdrehende, letztere linksdrehende.

Rechts und links drehende Quarze lassen sich auch ohne homogenes Licht unterscheiden. Wir sahen, dass die Drehungen der Polarisationsebene um so grösser ist, je brechbarer das Licht ist. Drehen wir daher den obern Nicol bei einem rechtsdrehenden Krystall nach rechts hin von einer bestimmten Farbe aus, so erscheinen nach und nach Farben, in welchen die immer brechbareren Lichtarten im Maximum sind. Gehen wir z. B. von der Parallelstellung der Nicols bei einer Platte von 4,3^{mm} aus, so beobachtet man dann eine blauviolette Färbung, dreht man nun nach rechts hin, so nimmt die Intensität des Blau und Violett ab, die des Roth und Orange wächst; hat man um 81° gedreht, so ist das Roth im Maximum, bei weiterer Drehung nimmt das Roth wieder ab, das Orange und Gelb herrscht vor, bei einer Drehung von 90° wird die Färbung gelb, darauf folgt Grün, Blau u. s. f. Bei einer Drehung zur linken ist die Farbenfolge umgekehrt.

Bei einem linksdrehenden Krystalle erscheinen die Farben dagegen in der Reihenfolge der Brechbarkeit, wenn wir den obern Nicol nach der linken Seite hin drehen.

Schon die krystallographische Beschaffenheit der Quarze lässt es erkennen, ob sie rechtsdrehend oder linksdrehend sind. Es kommen nämlich an den Quarzkrystallen, welche als eine Combination der sechsseitigen Säule mit der doppeltsechsseitigen Pyramide oder deren Hemiedrie

[1]) Biot a. a. O.

dem Rhomboeder erscheinen, eigenthümliche hemiedrische zu den Krystallaxen nicht symmetrisch liegende Flächen vor, welche nur an den abwechselnden Säulenecken erscheinen. Es sind das die Flächen *b* und *d* (Fig. 153 und 154); Krystalle derart nennt man plagiedrische. Die Trapezflächen *b* und *d* liegen mit den Flächen *a*, *c*, *e* in einer Zone, das heisst die Flächen *a*, *b*, *c*, *d*, *e* schneiden sich in parallelen Kanten. Die plagiedrischen Krystalle unterscheiden sich nun dadurch, dass in manchen Individuen die Kantenzone *a*, *b*, *c*, *d*, *e* von links oben nach rechts unten geht (Fig. 153) in andern von rechts oben nach links unten (Fig. 154). Erstere Krystalle sind linksdrehende, das heisst, man muss unter Anwendung homogenen Lichtes bei Platten aus Krystallen dieser Art das zweite Nicol'sche Prisma entgegengesetzt wie den Zeiger einer Uhr aus der gekreuzten Stellung herausdrehen, damit das Gesichtsfeld wieder dunkel wird, oder damit unter Anwendung weissen Lichtes die Farben in der prismatischen Reihenfolge auftreten. Die Krystalle der zweiten Art (Fig. 154), bei denen die erwähnte Kantenzone von oben rechts nach links unten geht, sind rechtsdrehend. Die Richtung des Pfeiles gibt in beiden Fällen die Drehung der Polarisationsebene an, wenn das Licht von *A* nach *B* durch den Krystall tritt. Die Drehung der Polarisationsebene geschieht also stets in einem Sinne, welcher entgegengesetzt ist dem, in welchem die Kantenzone der Trapezflächen um dem Krystall herumliegt[1]).

Fig. 153.

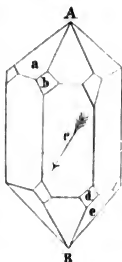


Fig. 154.



Die bisher beschriebenen und auf eine Drehung der Polarisationsebene zurückgeführten Erscheinungen in Quarzplatten bezogen sich entweder nur auf die Beobachtungen bei gekreuzten Nicols, oder, wenn wir dieselben aus dieser Stellung entfernten, beachteten wir nur die Farbenänderungen der Mitte. Indess zeigen sich bei einer Drehung des obern Nicols noch andere Erscheinungen, welche zuerst Airy vollständig beschrieb.

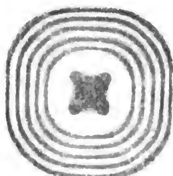
Die Ringe, welche man in Quarzplatten sieht, sind nur bei gekreuzten und parallelen Nicols kreisrund; bei der Drehung des zweiten Nicols aus diesen Stellungen nehmen sie allmählich eine quadratähnliche

---

[1]) J. F. W. Herschel. Transact. of the Cambridge Philos. Soc. Vol. I. On light. §. 1042. Dove. Farbenlehre. p. 248. Berlin 1853.

Form an, indem sie sich in den Richtungen, welche die von den Polarisationsebenen der Nicol'schen Prismen gebildeten Winkel halbiren, ausbiegen. Während der Drehung nach der Rechten scheinen sich die Ringe in rechtsdrehenden Krystallen zu erweitern, in linksdrehenden zu verengern; das umgekehrte zeigt sich bei einer Drehung nach der linken. Bei nicht zu dicken Platten zeigt sich (Fig. 155) in der Mitte des ersten Ringes ein farbiges kurzarmiges Kreuz, dessen Arme in die Richtung der Diagonalen der Ringe fallen, und dessen Farbe mit der Drehung sowie mit der Dicke der Platten sich ändert. Bei dünnen Platten aus rechtsdrehenden Krystallen geht bei Drehung nach rechts hin die Farbe des Kreuzes von blau durch violett zu gelb. Bei linksdrehenden resultirt dieselbe Farbenfolge bei entgegengesetzter Drehung [1]).

Fig. 155.



Legt man zwei Quarzplatten auf einander, von denen die eine rechts- die andere linksdrehend ist, so ist die resultirende Drehung der Polarisationsebene gleich der Differenz der Drehungen, welche jede Platte für sich erzeugen würde. Sind daher beide Platten von gleicher Dicke, so wird die Drehung aufgehoben und die Mitte des Gesichtsfeldes bleibt bei gekreuzten Nicols dunkel. Indess verhält sich eine solche doppelte Platte doch nicht wie die eines nicht drehenden einaxigen Krystalles, sondern es erscheinen die Farbenringe mit den schwarzen Büscheln wie bei einer einzigen Platte von gleicher Dicke, ausserdem aber vier in einander gewundene Spiralen (Fig. 156), welche von einem kurzen gegen die Polarisationsebene des einfallenden Lichtes und des obern Nicols geneigten Kreuze ausgehen und die Kreise durchschneiden. Die Neigung der Kreuzesarme gegen die Polarisationsebene ist gleich der Hälfte des Winkels, um welchen die Polarisationsebene durch die eine Platte gedreht wird. Die Durchschnittspunkte der Spiralen mit den farbigen Ringen liegen in der Polarisationsebene der Nicols.

Fig. 156.



Die Spiralen sind verschieden gewunden, je nachdem das Licht zu erst in die linksdrehende oder in die rechtsdrehende Platte tritt Fig. 156 zeigt sie so, wie sie auftreten, wenn das Licht zuerst in die linksdrehende Platte tritt [2]).

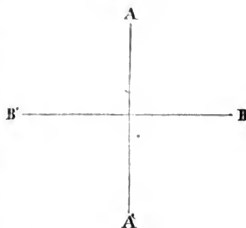
---

1) Airy a. a. O.
2) Airy a. a. O.

Ableitung der Erscheinungen im Bergkrystall. Circularpolarisation. Die im vorigen §. beschriebenen Erscheinungen in Quarzplatten sind von Fresnel[1]) durch die Annahme erklärt worden, dass in dem Quarz parallel der Axe eine eigenthümliche Art der Doppelbrechung eintrete, dass das durch den Krystall hindurchgehende Licht in zwei circular polarisirte Strahlen zerlegt werde, von denen der eine rechts gedreht der andere linksgedreht sei, also in zwei Strahlen zerfalle, in welchen die Aethermoleküle in kreisförmigen Bahnen sich bewegen, in der einen im Sinne der Bewegung eines Uhrzeigers, in der andern im entgegengesetzten.[2]) Der eine der beiden Strahlen pflanzt sich durch den Krystall rascher fort; in rechts drehenden der rechts circulare, im links drehenden der links circular polarisirte Strahl. Es gelang Fresnel[3]) durch einen einfachen Versuch das Dasein beider Strahlen nachzuweisen. Später hat dann Airy[4]) aus der Fresnel'schen Annahme alle im vorigen angegebenen Einzelnheiten analytisch abgeleitet und berechnet. Wir begnügen uns hier, den Nachweis zu liefern, dass die Drehung der Polarisationsebene und die Biot'schen Gesetze derselben aus dieser Annahme folgen, und den Fresnel'schen Versuch mitzutheilen. Betreffs der eigenthümlichen Gestalten der farbigen Ringe verweisen wir auf Airy's Abhandlung. 80

Wie wir früher sahen, resultirt ein circular polarisirter Strahl durch die Interferenz zweier geradlinig senkrecht zu einander polarisirten Strahlen gleicher Intensität, welche in der Phase um eine viertel Wellenlänge differiren. Geschehen die Schwingungen des einen Strahles parallel AA (Fig. 157), die des andern parallel BB, so wird die Drehung der schwingenden Moleküle in dem einen oder andern Sinne erfolgen, je nachdem die Bewegung parallel BB der andern um $^1/_4$ Wellenlänge voraus ist oder hinter ihr zurück ist. Hieraus ergibt sich, dass wir jeden geradlinig polarisirten Strahl als aus der Interferenz zweier entgegengesetzt circular polarisirter Strahlen gleicher Wellenlänge hervorgehend betrachten können. Denn wird die Bewegung des geradlinig polarisirten Strahles durch die Gleichung gegeben

Fig. 157.



[1]) Fresnel. Annales de chim. et de phys. T. XXVIII. Poggend. Ann. XXI.

[2]) Man sehe §. 123 des ersten Theiles.

[3]) Fresnel a. a. O.

[4]) Airy. Transact. of the Cambridge Philos. Soc. Vol. IV. Poggend. Ann. XXIII.

$$y = a \, . \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right),$$

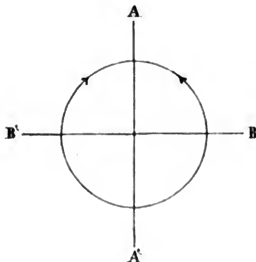
so können wir dieselbe schreiben

$$y = \frac{a}{2} \, . \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) + \frac{a}{2} \, . \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x - \frac{1}{4}\lambda}{\lambda}\right)$$
$$+ \frac{a}{2} \, . \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) - \frac{a}{2} \, . \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x - \frac{1}{4}\lambda}{\lambda}\right).$$

Die Summe dieser vier Glieder ist dem Ausdrucke für y gleich; das erste und dritte Glied stellt die mit AA parallele Bewegung dar; stellt das zweite und vierte nun mit BB parallele Bewegungen dar, so ist die Phasendifferenz dieser beiden Bewegungen eine halbe Wellenlänge, die jeder einzelnen gegen die mit AA parallele eine viertel Wellenlänge. Die durch das zweite Glied dargestellte schwingende Bewegung ist derjenigen des ersten um $\frac{1}{4}\lambda$ voraus, die durch das vierte dargestellte hinter der des dritten um $\frac{1}{4}\lambda$ zurück. Die Bewegungen eins und zwei geben daher einen links circular polarisirten Strahl, wenn wir annehmen, dass das Licht von hinten gegen die Ebene der Zeichnung sich fortpflanzt, und die Oscillationen nach rechts und oben mit dem positiven Vorzeichen versehen; die Bewegungen drei und vier geben einen rechtscircular polarisirten Strahl, in welchem die Aethertheilchen sich in dem Sinne der Bewegung eines Uhrzeigers bewegen.

Von dieser Zerlegungsweise des linear polarisirten Strahles kann man sich durch folgende Betrachtung eine deutliche Vorstellung machen. Ist der Kreis Fig. 158 die Bahn der Aethermoleküle in beiden Schwingungen, so wirken auf die Aethertheilchen in jedem Momente drei Impulse; z. B. wenn es sich bei A befindet, einer nach A', einer nach B und einer mit dem letztern von genau gleicher Stärke nach B'. Die beiden nach B und B' gerichteten Bewegungen heben sich daher auf und es bleibt nur die lineare Bewegung parallel AA' übrig.

Fig. 158.



Denken wir uns nun, dass ein geradlinig parallel BB' polarisirter Strahl an irgend einer Stelle seiner Bahn in zwei solche circular polarisirte Strahlen zerfalle und in dieser Weise durch die Strecke d sich fortpflanze. Haben die beiden circular polarisirten Strahlen gleiche Wellenlänge, so wird die Bewegung des Aethers am Ende der Strecke d dargestellt durch

$$y = \frac{a}{2} \cdot \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x+d}{\lambda}\right) + \frac{a}{2} \cdot \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x+d}{\lambda}\right)$$
$$+ \frac{a}{2} \cdot \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x+d}{\lambda}\right) - \frac{a}{2} \cdot \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x+d}{\lambda}\right)$$

und wie man unmittelbar sieht, ist die resultirende Bewegung wieder die frühere, geradlinig parallel *BB* polarisirt, das heisst, die Schwingungen geschehen parallel *AA*, ihre Gleichung ist

$$y = a \cdot \sin \left(\xi - 2\pi \frac{d}{\lambda}\right),$$

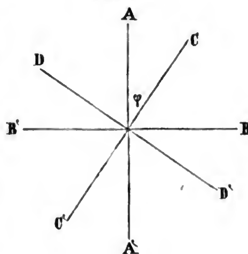
wenn wir $2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) = \xi$ setzen.

Anders jedoch, wenn wir annehmen, dass die Wellenlängen der beiden circular polarisirten Strahlen in der Strecke *d* verschieden, dass sie λ' und λ'' sind, dann erhalten wir für die resultirende Bewegung am Ende von *d*

$$y' = \frac{a}{2} \cdot \sin \left(\xi - 2\pi \frac{d}{\lambda'}\right) + \frac{a}{2} \cdot \cos \left(\xi - 2\pi \frac{d}{\lambda'}\right)$$
$$+ \frac{a}{2} \cdot \sin \left(\xi - 2\pi \frac{d}{\lambda''}\right) - \frac{a}{2} \cdot \cos \left(\xi - 2\pi \frac{d}{\lambda''}\right).$$

Man sieht, die algebraische Summe dieser vier Glieder ist nicht dem frühern Werthe von y gleich. Indess auch jetzt geht aus der Interferenz der beiden Strahlen am Ende der Strecke *d*, von wo aus sie sich wieder mit gleicher Wellenlänge fortpflanzen, ein linear polarisirter Strahl hervor, dessen Polarisationsebene aber gegen die frühere um einen Winkel φ geneigt ist. Diesen Winkel φ können wir aus der Bedingung bestimmen, dass kein nach einer zur Richtung dieser Ebene senkrechten Richtung polarisirtes Licht aus dem Zusammenwirken der 4 Bewegungen entstehe. Sei nun, um diese Bedingung analytisch auszudrücken, *AA* die ursprüngliche Schwingungsrichtung, *BB* die dazu senkrechte Richtung, in welcher die Componenten schwingen, welche die Circularpolarisation erzeugten. *CC'* bilde mit *AA'* den Winkel φ und *DD'* sei zu *CC'* senkrecht. Jede der vier in y' enthaltenen Bewegungen gibt dann im allgemeinen sowohl eine *CC'* parallele Componente als auch eine parallel *DD'*. Die Summe der *CC'* parallelen Componenten ist

Fig. 159.



$$v = \cos\varphi \cdot \frac{a}{2} \sin \left(\xi - 2\pi \frac{d}{\lambda'}\right) + \sin\varphi \cdot \frac{a}{2} \cos \left(\xi - 2\pi \frac{d}{\lambda'}\right)$$
$$+ \cos\varphi \cdot \frac{a}{2} \sin \left(\xi - 2\pi \frac{d}{\lambda''}\right) - \sin\varphi \cdot \frac{a}{2} \cos \left(\xi - 2\pi \frac{d}{\lambda''}\right).$$

Die mit DD' parallele Componente wird ebenso

$$u = \sin\varphi \, . \, \frac{a}{2} \, . \, \sin\left(\xi - 2\pi\,\frac{d}{\lambda'}\right) - \cos\varphi \, . \, \frac{a}{2} \, . \, \cos\left(\xi - 2\pi\,\frac{d}{\lambda'}\right)$$
$$+ \sin\varphi \, . \, \frac{a}{2} \, . \, \sin\left(\xi - 2\pi\,\frac{d}{\lambda''}\right) + \cos\varphi \, . \, \frac{a}{2} \, . \, \cos\left(\xi - 2\pi\,\frac{d}{\lambda''}\right).$$

Ist nun $u = 0$, so resultirt nur eine mit CC' parallele Bewegung. Ob $u = 0$, das hängt offenbar nur von dem Werthe des Winkels φ ab; entwickeln wir aus der Gleichung $u = 0$ den Werth von φ, so gibt uns dieser den Winkel, welchen die Schwingungsebene des aus der Interferenz der beiden circular polarisirten Strahlen resultirenden linear polarisirten mit der ursprünglichen Schwingungsebene bildet.

Wir erhalten dann

$$\sin\varphi \left\{\frac{a}{2}\sin\left(\xi - 2\pi\,\frac{d}{\lambda'}\right) + \frac{a}{2}\sin\left(\xi - 2\pi\,\frac{d}{\lambda''}\right)\right\}$$
$$- \cos\varphi \left\{\frac{a}{2}\cos\left(\xi - 2\pi\,\frac{d}{\lambda'}\right) - \frac{a}{2}\cos\left(\xi - 2\pi\,\frac{d}{\lambda''}\right)\right\} = 0.$$

$$\operatorname{tang}\varphi = \frac{\cos\left(\xi - 2\pi\,\frac{d}{\lambda'}\right) - \cos\left(\xi - 2\pi\,\frac{d}{\lambda''}\right)}{\sin\left(\xi - 2\pi\,\frac{d}{\lambda'}\right) + \sin\left(\xi - 2\pi\,\frac{d}{\lambda''}\right)}$$

und nach einer bekannten trigonometrischen Formel

$$\operatorname{tang}\varphi = \operatorname{tang}\pi \, . \, d\left(\frac{1}{\lambda'} - \frac{1}{\lambda''}\right)$$

oder

$$\varphi = \pi \, . \, d\left(\frac{1}{\lambda'} - \frac{1}{\lambda''}\right).$$

Die Schwingungsebene oder Polarisationsebene des aus der Interferenz der circular polarisirten Strahlen resultirenden linear polarisirten, ist also in diesem Falle um einen Winkel φ gedreht, welcher der Strecke proportional ist, in der die circular polarisirten Strahlen verschiedene Wellenlängen hatten, und welcher überdies abhängt von der Wellenlänge der Strahlen. Ist ferner $\lambda'' > \lambda'$, so ist φ positiv, die Drehung geschieht in dem Sinne des Zeigers einer Uhr, ist $\lambda'' < \lambda'$, so ist φ negativ, die Drehung geschieht nach der entgegengesetzten Seite. Ist aber $\lambda'' > \lambda'$, so heisst das, der rechts circulare Strahl eilt dem andern voraus, da die Schwingungsdauer beider Strahlen die gleiche ist, ist $\lambda'' < \lambda'$, so eilt der links circulare Strahl dem andern vor.

Die Fresnel'sche Annahme, dass die parallel der Axe in einen Bergkrystall eindringenden linear polarisirten Strahlen in zwei entgegengesetzt circular polarisirte zerlegt werden, von denen der eine dem andern je nach der Farbe mehr oder weniger voreile, erklärt also die beobachteten Drehungserscheinungen vollkommen.

Um nun das Dasein dieser beiden Strahlen nachzuweisen, schnitt Fresnel aus einer Säule rechtsdrehenden Bergkrystalles ein Prisma *r*, dessen brechender Winkel 152⁰ war, und dessen Seiten gegen die Axen des Krystalles die gleiche Neigung hatten. Ein eben solches schnitt er aus einem links drehenden Krystall, und theilte es dann mit einem durch die brechende Kante senkrecht zur Axe des Krystalles gelegten Schnitte in zwei Theile *l* und *l'* Fig. 160. Er kittete diese an das erste Prisma, so dass die Combination Fig. 160 entstand, ein Cylinder, dessen Axe der Axe des Krystalles parallel ist, dessen Endflächen auf derselben senkrecht sind und dessen mittlerer Theil aus einem Prisma von rechtsdrehendem Quarze, und dessen beide äussern Theile aus zwei Halbprismen linksdrehenden Quarzes bestanden. Da die Brechungsexponenten beider Quarze dieselben sind, so kann ein durch diese Combination hindurchgehender Strahl keine Ablenkung durch einfache Brechung erhalten, und da die Axe der Krystalle auf den Endflächen senkrecht ist, bei senkrechter Incidenz des Lichtes auch keine Zertheilung des Strahles durch gewöhnliche Doppelbrechung eintreten.

Fig. 160.



Fresnel fand nun aber, dass immer, wenn man einen Lichtstrahl *ab* auf den Cylinder fallen liess, zwei Strahlen *eg* und *fh* denselben verliessen und ferner, dass die austretenden Strahlen, mochte *ab* polarisirt sein oder nicht, keine Spur von Polarisation erkennen liessen, sie verhielten sich gerade so wie die durch das Parallelopiped (§. 64) circular polarisirten Strahlen. Ein parallel der Axe durch einen Bergkrystall gehender Strahl wird also immer in zwei circular polarisirte Strahlen zerlegt, und das Auseinandertreten derselben in dem angewandten Apparate beweist, dass der eine in dem Krystall sich rascher bewegt als der andere, und dass derjenige, welcher in dem ersten Krystall sich rascher bewegt, in dem mittlern sich langsamer bewegt.

Denn in dem links drehenden ersten Prisma zerfällt der Strahl in die zwei circularen Strahlen, von denen der links circulare sich rascher fortpflanzt als der rechts circulare. Beide Strahlen pflanzen sich wegen der senkrechten Incidenz nach *b* fort, und treten dort in den rechts drehenden Krystall ein; sie behalten in demselben den Charakter ihrer Polarisation bei, aber in *r* pflanzt sich der links circulare langsamer fort, *r* ist für ihn optisch dichter, er wird daher nach *bd* zum Einfallslothe hin gebrochen. Der rechts circulare Strahl pflanzt sich aber in *r* rascher fort als in *l*, für ihn ist also *r* optisch dünner, er wird nach *bc* vom Einfallslothe fortgebrochen. Beim Eintritt in *l'* wird nun der in *r* raschere *bc* wieder der langsamere, er wird, da die brechende Kante des

letzten Prisma umgekehrt liegt als die des mittlern, weiter nach oben, von der brechenden Kante fort, nach *ce* gebrochen; der langsamere *bd* wird der raschere, und daher nach *df* gebrochen. Schliesslich verlassen dann die Strahlen in der Richtung *eg* und *fh* den Krystall.

Die Spaltung des Strahles ist also nur in Folge der verschiedenen Geschwindigkeit der beiden Strahlen in den Krystallen möglich.

Zugleich zeigte Fresnel, dass diese Doppelbrechung für die verschieden farbigen Strahlen verschieden war und lieferte so den vollständigen Beweis für die Richtigkeit der Annahmen, welche er der Erklärung der Drehung der Polarisationsebene im Quarz zu Grunde legte.

81 **Circularpolarisation in Flüssigkeiten. Saccharimeter.** Die bisher beschriebenen Erscheinungen einer Drehung der Polarisationsebene zeigen sich nicht nur beim Quarz, sondern auch bei dem im regulären System krystallisirenden chlorsauren Natron und besonders bei mehreren Flüssigkeiten, wie Biot und Seebeck[1]) gleichzeitig beobachteten. Biot fand[2]), dass die Polarisationsebene gedreht wird:

Rechts von Citronenöl, Zuckersyrup, Auflösungen von Dextrin, Weinsteinsäure, rechtsdrehender Traubensäure und alkoholischer Auflösung von Kampfer.

Links von arabischem Gummi, Lorbeeröl, Terpentinöl und dessen Dämpfen und links drehender Traubensäure.

Bei den Flüssigkeiten ist jedoch die Drehung nur sehr schwach, so dass man dicke Schichten der Flüssigkeiten anwenden muss, um sie merklich zu machen. Nach Biot dreht z. B. eine Schicht, welche die Dicke eines Millimeter hat, die Polarisationsebene des rothen Lichtes im Quarz um 19^0, dagegen in concentrirtem Zuckersyrup um $0^0{,}55$, im Citronenöl um $0^0{,}43$, in Terpentinöl um $0^0{,}271$.

Zur Beobachtung der Circularpolarisation in Flüssigkeiten wird man daher stets dicke Schichten dieser Flüssigkeiten anwenden müssen. Man füllt daher die zu untersuchenden Flüssigkeiten in Röhren von ca. 20 Centim. Länge und 1 Centim. Durchmesser, welche man mit planparallelen Glasplatten an den Enden verschliesst und dann in einem dem Dove'schen Polarisationsapparate ähnlichen Apparate zwischen zwei Nicolsche Prismen bringt. Man hält dann ein homogen gefärbtes Glas vor das Auge und erhält Sinn und Grösse der Drehung, indem man den Winkel beobachtet, um welchen man den zweiten Nicol aus der gekreuzten Stellung drehen muss, damit das Gesichtsfeld wieder dunkel erscheint.

---

[1]) Biot und Seebeck. Biot Traité de physique. T. IV. Paris 1818.

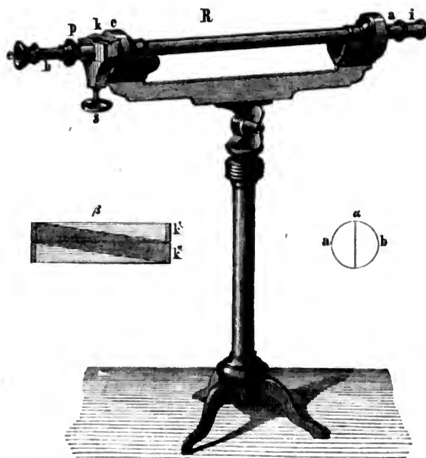
[2]) Biot. Annales de chim. et de phys. T. LII. Poggend. Annal. XXVIII. XXXII. XXXVIII. Mémoires de l'Académie. Tome II. Paris 1819.

Pasteur. Poggend. Ann. LXXX. (Rechts- und Links-Traubensäure.)

Da Biot gefunden hat, dass die Drehung der Polarisationsebene durch eine Zuckerlösung bei gleicher Länge der Flüssigkeitsschicht dem Gehalte der Lösung an Zucker proportional ist, so hat man das Drehungsvermögen der Lösungen angewandt, um daraus den Gehalt des Zuckers zu berechnen.

Der vollkommenste und empfindlichste Apparat dieser Art ist das Soleil'sche Saccharimeter (Fig. 161). Dasselbe beruht auf dem vorhin

Fig. 161.



erwähnten Satze von Biot, dass die Drehung der Polarisationsebene, wenn das Licht durch eine Anzahl von drehenden Körpern hindurchgeht, gleich ist der Summe der Drehungen, welche das Licht in jedem einzelnen Körper erfährt, wenn alle die Polarisationsebene in dem gleichen Sinne drehen, und gleich der Differenz der Drehungen, wenn das Licht in einigen nach rechts, in andern nach links gedreht wird. In der Röhre *a* befindet sich ein Prisma von Doppelspath, in welchem das bei *i* eintretende Licht polarisirt wird; der ungewöhnliche Strahl pflanzt sich in der Axe des Instrumentes fort, während der gewöhnliche abgelenkt und von der schwarzen Innenwand der Röhre verschluckt wird. In der Ocularröhre *b* des Instrumentes bei *p* findet sich ebenfalls ein Doppelspath-Prisma, dessen Hauptschnitt senkrecht ist zum Hauptschnitte des polarisirenden Prisma; der ungewöhnliche Strahl des ersten würde also in diesem nur die gewöhnliche Brechung erleiden, oder da auch

hier der gewöhnliche Strahl fortgenommen wird, so würde das Gesichtsfeld, wenn zwischen den beiden Prismen sich sonst nichts befände, ganz dunkel erscheinen.

Nun aber tritt das Licht zuerst in eine Doppelplatte von Quarz, das heisst in eine Quarzplatte von $3^{mm},75$ Dicke, welche Fig. 161 α besonders gezeichnet ist, deren rechte Hälfte b aus einem rechtsdrehenden, deren linke Hälfte a aus einem links drehenden Quarze geschnitten ist. Die beiden Stücke sind in einem verticalen Durchmesser zusammengekittet, und dann gemeinsam geschliffen, so dass ihre Dicke genau $3^{mm},75$ ist. Beide Hälften der Platten sind bei parallelen oder gekreuzten Polarisationsebenen gleich gefärbt, und zwar bei gekreuzten Polarisationsebenen mit der sogenannten empfindlichen Farbe, einem röthlichen Violett; denn in der rechten Hälfte sind genau dieselben Farben nach rechts um 90^0 gedreht, wie in der andern Hälfte nach links, sie müssen also bei gekreuzten Polarisationsebenen gleichgefärbt erscheinen. Dass diese Färbung die angegebene sein muss, ergibt eine Berechnung der Drehungen nach den Biot'schen Zahlen. Die Farbe wird die empfindliche genannt, weil die geringste Drehung der Polarisationsebenen die beiden Hälften merklich verschieden färbt. Dreht man die zweite Polarisationsebene nur ein wenig nach rechts, so wird die rechte Hälfte sofort roth, die linke blau gefärbt; auch dieses ergeben die Biot'schen Zahlen unmittelbar, sie zeigen, dass eine Drehung der Polarisationsebene zur rechten, die rechte Hälfte der Platte dem Maximum des roth ebensoviel nähert, als es die linke davon entfernt; in der rechten Hälfte herrscht daher das Roth, in der linken das Blau vor.

Aus der Doppelplatte tritt nun das Licht in die mit der zu untersuchenden Flüssigkeit gefüllte Röhre R (Fig. 161). Das geringste Drehungsvermögen der Flüssigkeit gibt sich dann dem bei e in den Apparat blickenden Auge in einer verschiedenen Färbung der beiden Hälften der Doppelplatte zu erkennen, indem eine Drehung der Polarisationsebene in dieser Flüssigkeit ganz denselben Effect hat als eine Drehung des zweiten Prisma.

Um die Grösse der Drehung zu messen und so aus dieser den Zuckergehalt der angewandten Flüssigkeit zu bestimmen, wird die Drehung der Flüssigkeit mit jener einer Quarzplatte von verschiedener aber bekannter Dicke verglichen. Zu dem Ende tritt das Licht, nachdem es die Röhre R verlassen hat, zunächst in eine rechtsdrehende Bergkrystallplatte bei c und aus dieser in zwei keilförmige Platten eines linksdrehenden Quarzes, welche, wie in Fig. 161 β, zusammengestellt sind, so dass sie eine planparallele Platte von links drehendem Krystall bilden. In der Stellung Fig. 161 β ist diese Platte genau von derselben Dicke als die rechtsdrehende Platte c, so dass also die Wirkung beider Platten sich ganz aufhebt. Die Keile k' und k'' sind, wie es die Figur

zeigt, mit Glasprismen zu planparallen Platten zusammengekittet und in Messingrähmchen gefasst, welche unten gezähnt sind. In die Zähne passt ein Trieb, welcher an dem Knopfe *s* befestigt ist, so dass eine Drehung dieses Knopfes die beiden Keile in einer zur Axe des Instrumentes senkrechten Richtung, den einen nach rechts, den andern nach links hin verschiebt. Die Dicke der aus den beiden Keilen zusammengesetzten planparallelen Platte wird dadurch in genau bestimmbarer Weise geändert. Dreht man den Knopf *s* von oben gesehen wie den Zeiger einer Uhr, so geht k' nach rechts, k'' nach links, die Dicke wird vergrössert, dreht man entgegengesetzt, so wird die Dicke kleiner. Die Veränderung der Dicke wird durch einen kleinen in der Hauptfigur bei k angedeuteten auf dem Keile k' befestigten Maassstab, auf welchen eine auf dem Rahmen des Keiles k'' befestigte Marke einsteht, beobachtet. Steht die Marke auf 0, so sind die Keile in der mittlern Stellung, in welcher die Summe ihrer Dicken gleich ist der Dicke der Platte *c*.

Das Verfahren, um mittels dieses Apparates den Zuckergehalt einer Lösung zu bestimmen, ergibt sich aus der Beschreibung des Apparates unmittelbar. Damit die Doppelplatte gleich gefärbt sei, muss die algebraische Summe aller Drehungen der Polarisationsebene des Lichtes, nachdem es die Doppelplatte verlassen hat, gleich 0 sein. Ist in der Röhre *R* keine oder eine nicht drehende Flüssigkeit, so ist das der Fall, wenn die Marke an der Theilung auf 0 steht, da dann die Drehung der Polarisationsebene nach rechts hin in der Platte *c* durch die genau ebenso grosse Drehung in den beiden Keilen aufgehoben wird. Ist aber in der Röhre *R* eine rechts drehende Zuckerlösung enthalten, so muss die Dicke der links drehenden Platte vergrössert werden, und zwar um so viel, dass in ihr die Polarisationsebene so viel nach links gedreht wird, wie in der Flüssigkeit der Röhre *R* und in der Platte *c* dieselbe nach rechts gedreht wird. Die Drehung der Flüssigkeit wird also durch eine Verschiebung der Keile compensirt; diese Verschiebung ist daher das Maass des Drehungsvermögens der Flüssigkeit. Da nun bei constanter Länge der Flüssigkeitsschicht das Drehungsvermögen dem Zuckergehalte proportional ist, so lässt sich auch dieser aus der Verschiebung der Quarzkeile bestimmen.

Zur Erleichterung dieser Rechnung ist dem Instrumente eine kleine Abhandlung von Moigno beigelegt, in welcher die Constanten des Instrumentes, der Werth eines Skalentheiles, das heisst, welchem Gehalte an Zucker die Verschiebung der Keile um einen Theil der Skala entspricht, bestimmt sind.

Die empfindliche Farbe der Doppelplatte erscheint natürlich nur, wenn die in der Röhre enthaltene Flüssigkeit nicht gefärbt ist. Um jedoch auch bei gefärbten Flüssigkeiten die empfindliche Farbe zu er-

halten, lässt Soleil das Licht, nachdem es durch das zweite Kalkspathprisma gegangen, noch durch eine Bergkrystallplatte und einen Nicol gehen, dessen Polarisationsebene gedreht werden kann. Dadurch kann die Farbe der Doppelplatte geändert werden, ohne dass die Färbung der beiden Hälften eine verschiedene wird, da das aus dem zweiten Kalkspathprisma hervortretende Licht auf ein und dieselbe Polarisationsebene zurückgeführt ist. Es ist indess leicht ersichtlich, dass die Flüssigkeit nur sehr wenig gefärbt sein darf, da sonst die Absorption des Lichtes in ihr so bedeutend ist, dass keine Beobachtung mehr möglich ist.

Dass der Soleil'sche Apparat überhaupt zur Untersuchung der Circularpolarisation in Flüssigkeiten sehr geeignet ist, bedarf wohl keiner besondern Erwähnung.

82 **Erscheinungen in Blättchen und Platten, welche parallel der Axe aus einaxigen Krystallen geschnitten sind.** Wenn man aus einem einaxigen Krystalle Platten parallel der Axe herausschneidet, und diese zwischen die beiden Nicols eines Polarisationsapparates bringt, so muss das Licht, welches in die Platte eindringt, immer doppelt gebrochen werden, ausser wenn der Hauptschnitt derselben der Polarisationsebene des ersten Nicol parallel oder zu ihr senkrecht ist. Da die beiden senkrecht zu einander polarisirten Strahlen nun mit verschiedener Geschwindigkeit durch den Krystall sich fortpflanzen, so werden sie mit verschiedener Phase den Krystall verlassen, und so, wenn sie durch den zweiten Nicol auf eine Polarisationsebene zurückgeführt werden, zu Interferenzerscheinungen Anlass geben.

Sind die Blättchen sehr dünn, so werden wegen der Kürze des Weges, welchen die getheilten Strahlen mit verschiedener Geschwindigkeit durchlaufen, die Phasendifferenzen der nach gleicher Richtung sich fortpflanzenden Strahlen überall dieselben sein, die Helligkeit oder Färbung des Blättchens wird daher auch überall dieselbe sein. Dreht man das Blättchen in seiner Ebene, so tritt keine Aenderung der Farbe ein, da in Folge einer solchen Drehung die Phasendifferenz der Strahlen nicht geändert werden kann, indess tritt eine Aenderung der Intensität ein, da, je kleiner der Winkel ist, welchen der Hauptschnitt des Blättchens mit der Polarisationsebene des einfallenden Lichtes bildet, um so kleiner auch die Amplitude der einen der beiden Componenten ist, in welche das Licht im Krystall zerlegt wird.

Ist z. B. die Phasendifferenz der Strahlen einer bestimmten Lichtart gerade eine halbe Wellenlänge, und beobachten wir, indem wir ein mit der entsprechenden Farbe gefärbtes Glas vor das Auge halten, so findet man, bei paralleler Stellung der Nicols das Gesichtsfeld hell, als wäre das Blättchen nicht eingeschoben, wenn der Hauptschnitt des

Blättchens mit der Polarisationsebene des einfallenden Lichtes zusammenfällt. Dreht man nun das Blättchen, so wird das Gesichtsfeld immer dunkler, bis der Hauptschnitt desselben mit der untern Polarisationsebene einen Winkel von 45° bildet, und von da an nimmt die Helligkeit wieder zu, bis Hauptschnitt und Polarisationsebene auf einander senkrecht stehen, also wiederum keine Doppelbrechung in dem Blättchen stattfindet. Dreht man weiter, so nimmt die Helligkeit wieder bis nach einer Drehnng von 45° ab, dann wieder zu, bis die Polarisationsebene und der Hauptschnitt wieder zusammenfallen. Das umgekehrte ist der Fall, wenn die beiden Nicols gekreuzt sind; dann erscheint das Blättchen dunkel, sowohl wenn sein Hauptschnitt mit der Polarisationsebene des untern als des obern Nicol zusammenfällt, indem in beiden Fällen keine Doppelbrechung stattfindet; dagegen ist das Blättchen hell, wenn der Hauptschnitt gegen die Polarisationsebenen geneigt ist, und am hellsten, wenn er mit ihnen Winkel von 45° bildet.

Untersucht man das Blättchen im weissen Lichte, so erscheint es weiss bei parallelen Nicols, wenn der Hauptschnitt desselben der Polarisationsebene des untern Nicols parallel oder zu ihr senkrecht ist; dreht man es, so zeigt sich diejenige Farbe, welche entsteht, wenn aus dem weissen Licht die Farbe fortgenommen wird, für welche die Phasendifferenz der Strahlen eine halbe Wellenlänge ist; die Färbung ist am reinsten, wenn der Hauptschnitt des Blättchens mit der Polarisationsebene der Nicols 45° bildet.

Sind die Nicols gekreuzt, so ist das Blättchen complementär gefärbt.

Die Färbung der Blättchen erklärt sich unmittelbar aus den Beobachtungen mit homogenem Lichte, und diese sind unmittelbare Folgerungen des ersten der an die Spitze dieses Kapitels gestellten Fresnel-Arago'schen Gesetze.

Ist z. B. die Dicke des Blättchens so, dass die Phasendifferenz für die rothen Strahlen gerade eine halbe Wellenlänge beträgt, so wird bei Parallelstellung der Nicols und einer solchen Lage des Blättchens, dass sein Hauptschnitt mit der Polarisationsebene einen Winkel von 45° bildet, das rothe Licht durch Interferenz vernichtet und orange und gelb am meisten geschwächt, das Blättchen muss daher eine grüne Färbung erhalten; bei gekreuzten Nicols dagegen zeigt der Versuch mit homogenem Licht, dass gerade die Farben im Maximum sind, welche bei parallelen Nicols im Minimum sind, die Färbung des Blättchens muss daher roth sein, complementär zu derjenigen bei parallelen Nicols.

Nach dem Fresnel-Arago'schen Gesetze muss zur Bestimmung der Interferenz senkrecht zu einander polarisirter und dann auf eine Polarisationsebene zurückgeführter Strahlen, eine halbe Wellenlänge zu der inzwischen erlangten Phasendifferenz hinzugefügt werden, wenn die neue

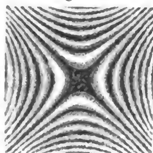
Polarisationsebene nicht mit der frühern in demselben von den Polarisationsebenen der senkrecht zu einander polarisirten Strahlen eingeschlossenen Winkel liegt, im andern Falle interferiren die Strahlen mit der verlangten Phasendifferenz. Das ist der Grund des verschiedenen Verhaltens der Blättchen bei gekreuzten oder parallelen Nicols.

Da die Phasendifferenz der mit einander interferirenden Strahlen dadurch erzeugt wird, dass die beiden senkrecht zu einander polarisirten Strahlen das Krystallblättchen mit verschiedener Geschwindigkeit durchlaufen, so folgt, dass die Farbe der aus demselben Krystall genommenen Blättchen mit der Dicke derselben sich ändert. Es ist ohne weiteres ersichtlich, dass bei zunehmender Dicke derselben die Reihenfolge der Farben, wenn die Nicols gekreuzt sind, derjenigen der Newton'schen Ringe im reflectirten Lichte, wenn die Nicols parallel sind derjenigen der Newton'schen Ringe im durchgelassenen Lichte gleich sein wird. Wächst die Dicke des Blättchens von 0 an stetig, so wird bei gekreuzten Nicols zuerst das Blau erster Ordnung auftreten, wenn die Phasendifferenz der brechbarsten Strahlen eine halbe Wellenlänge geworden ist; bei zunehmender Dicke, wenn die Phasendifferenz für grün gleich einer halben Wellenlänge wird, ist diese Farbe im Maximum, aber auch blau und roth sind nicht weit von dem Maximum entfernt, es entsteht das Weiss erster Ordnung. Bei weiter zunehmender Dicke herrscht dann gelb vor, dann roth und darauf folgen die Farben der zweiten Ordnung, die der dritten und so fort, bis bei den höhern Ordnungen das Gesichtsfeld nicht mehr farbig erscheint. Letzteres tritt z. B. beim Quarz ein, sobald die Dicke der Platte $0^{mm},5$ wird. [1])

Bei dickern Blättchen weichen dann aber die Phasendifferenzen derjenigen Strahlen, welche weiter von der Mitte entfernt durch die Platte hindurchgehen, von den Strahlen der Mitte ab, bei Anwendung weissen Lichtes ist die Farbe dann nicht mehr an allen Stellen dieselbe, im homogenen Lichte ist die Helligkeit der Platte an verschiedenen Punkten verschieden.

Die Punkte gleicher Helligkeit liegen auch hier auf Curven, die aber nicht, wie bei den senkrecht zur Axe geschnittenen Platten, Kreise sind, sondern Hyperbeln wie in Fig. 162. Es treten 4 Hyperbelsysteme auf, deren Asymptoten mit der Richtung des Hauptschnittes in der Platte Winkel von nahezu 45° bilden; die letztern sind dunkel, wenn die Nicols gekreuzt sind.

Fig. 162.



Die Entfernung der hellen oder dunklen Hyper-

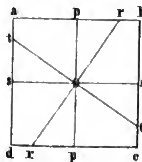
[1]) Arago. Mémoires de l'Académie de l'Institut de France 1811.
Biot. Ebendort.
Fresnel. Poggend. Ann. XII. Annales de chim. et de phys. XVII.

beln von einander ist verschieden bei verschiedenen Farben, sie ist um so grösser, je grösser die Wellenlänge des zu den Versuchen angewandten Lichtes ist. Bei Anwendung des weissen Lichtes überdecken sich die Curven daher in ähnlicher Weise wie bei den Newton'schen Farbenringen oder bei den Ringen in Platten, welche senkrecht zur Axe des Krystalles geschnitten sind; die Curven gleicher Helligkeit in homogenem machen Curven gleicher Farbe im weissen Lichte Platz.

Die Farbe der Curven ändert sich mit der Dicke der Platten insofern, dass für dickere Platten die Farbenfolge derjenigen einer höhern Ordnung der Newton'schen Ringe gleich wird; überschreitet die Platte eine gewisse aber für die verschiedenen Krystalle je nach der Stärke der Doppelbrechung verschiedene Dicke, so sind im weissen Lichte gar keine Curven mehr wahrzunehmen, weil alle das Weiss der höhern Ordnungen zeigen; im homogenen Lichte jedoch sind die Ringe dann noch wahrzunehmen.

Die Entstehung der hyperbolischen Curven gleicher Helligkeit in homogenem Lichte lässt sich auf folgende Weise übersehen. Sei *abcd* Fig. 163 die Platte, von oben gesehen, *pp* ihr Hauptschnitt, welcher mit der Polarisationsebene des einfallenden Lichtes einen von 0^0 oder 90^0 verschiedenen Winkel bilde, *ss* sei eine zu *pp* senkrechte Richtung, und nehmen wir an, dass die central und senkrecht durch die Platte bei *O* hindurchtretenden Strahlen eine Phasendifferenz von *n* Wellenlängen erhalten. Die Strahlen, welche seitwärts von *O* durch die Platte treten, haben dieselbe in geneigter Richtung durchsetzt. Dadurch ist für alle zwar der Weg im Krystalle ein grösserer geworden, aber nicht zugleich die Phasendifferenz, sondern diese ist entweder grösser, oder kleiner geworden, oder gleich $n \cdot \lambda$ geblieben. Betrachten wir zunächst die Strahlen, welche in der Ebene *ss* durchtreten. Unter welcher Neigung gegen die Platte sie auch dieselbe durchdringen, sie pflanzen sich innerhalb derselben immer senkrecht zur Axe *pp* fort; der Geschwindigkeitsunterschied, mit welchem die beiden senkrecht zu einander polarisirten in derselben Richtung aus dem Krystall tretenden Strahlen in der Platte sich fortpflanzen, ist daher für alle diese Strahlen ganz derselbe. Die Längen aber, welche von den beiden Strahlen mit dieser verschiedenen Geschwindigkeit durchlaufen werden, nehmen mit der Neigung derselben gegen die Platte, also auch mit der Entfernung von *O*, in welcher sie durch die Platte gehen, stetig zu. Daher wird auch die Phasendifferenz dieser Strahlen stetig zunehmen, in einem gewissen Abstand von *O* wird sie $(n + {}^1/_2)\ \lambda$, weiter $(n + 1)\ \lambda$ etc. werden. Es müssen daher, bei gekreuzten Nicols, in der Richtung *ss* neben der dunklen Mitte abwechselnd helle und dunkle Punkte liegen.

Fig. 163.



Betrachten wir jetzt die Strahlen, welche im Hauptschnitte *pp* einfallen; je weiter von *O* diese durch die Platte treten, je grösser somit die Neigung gegen die Platte ist, um so kleiner ist der Winkel, welchen dieselben mit der Axe des Krystalles bilden. Wenn aber dieser Winkel kleiner wird, so nimmt auch der Unterschied der Geschwindigkeit ab, mit welcher die beiden Strahlen durch den Krystall hindurchgehen. Wegen dieser Abnahme wird dann auch, trotz des längern Weges, den die Strahlen mit verschiedener Geschwindigkeit durchlaufen, die Phasendifferenz der Strahlen kleiner als diejenige der senkrecht zur Platte und senkrecht zur Axe in *O* durch die Platte gehenden Strahlen. Die Rechnung ergibt das mit aller Strenge, aber man übersieht das allein schon daraus, dass wenn der Strahl parallel *pp* durch die Platte geht, also die Neigung des Strahles gegen die Platte von der Normalen, dem Einfallslothe, aus gerechnet 90° wäre, die Phasendifferenz gleich 0 werden muss, also selbst bei unendlich dicker Platte keine Phasendifferenz zwischen den Strahlen eintreten könnte. Es ist aber auch ohne Rechnung ersichtlich, dass bei einer Neigung der Strahlen gegen die Platte die Phasendifferenz nicht erst zunehmen, dann abnehmen, sondern dass sie stetig abnehmen wird. In einem gewissen Abstande von *O* in der Richtung *pp*, wird daher die Phasendifferenz der beiden senkrecht zu einander polarisirten nach derselben Richtung den Krystall verlassenden Strahlen bei ihrem Austritt $(n - 1/2)\,\lambda$, in weiterer Entfernung $(n - 1)\,\lambda$, $(n - 3/2)\,\lambda$ etc. sein. Auch hier müssen also helle und dunkle Punkte abwechseln.

In Richtungen, welche zwischen *pp* und *ss* liegen, ist die Aenderung zusammengesetzter; in allen wird die mit verschiedener Geschwindigkeit durchlaufene Strecke grösser aber auch der Unterschied der Geschwindigkeiten kleiner. Daraus folgt, dass in Richtungen, welche nahe bei *ss* liegen, die Phasendifferenz noch zunehmen wird, aber langsamer als in *ss*, die Punkte, für welche sie $(n + 1/2)\,\lambda$, $(n + 1)\,\lambda$, $(n + 3/2)\,\lambda$ wird, liegen daher weiter von der Mitte als in *ss*, und zwar um so weiter, je grösser der Winkel *tOs* der betrachteten Richtung mit *ss* wird.

Andererseits wird in Richtungen *rr*, welche mit *pp* kleine Winkel bilden, die Phasendifferenz noch abnehmen, aber langsamer als in *pp*, die Punkte, für welche sie $(n - 1/2)\,\lambda$, $(n - 1)\,\lambda$, $(n - 3/2)\,\lambda$ wird, werden weiter von *O* entfernt sein als in *pp*.

Schliesslich wird es zwei zwischen *pp* und *ss* liegende Richtungen geben, in welchen die Zunahme der Phasendifferenz in Folge der grössern Länge der mit verschiedener Geschwindigkeit durchlaufenen Schicht durch die Abnahme derselben in Folge des geringern Geschwindigkeitsunterschiedes gerade compensirt wird. In diesen Richtungen wird daher die Phasendifferenz immer gleich $n\lambda$, gleich derjenigen der Mitte sein. Dort wird also die Platte gerade so erscheinen müssen als in der Mitte, bei

gekreuzten Nicols dunkel, bei parallelen hell. Die Rechnung ergibt, dass diese Richtungen mit dem Hauptschnitte *pp* nahezu Winkel von 45° einschliessen.

Legen wir demnach die Platte so, dass ihr Hauptschnitt mit den Polarisationsebenen Winkel von 45° bildet, so erscheint ein schwarzes Kreuz, bei gekreuzten Nicols, dessen Arme den Polarisationsebenen parallel sind; zwischen den Kreuzesarmen aber Curven, welche gegen *O* ihre Convexität hinwenden, und deren Arme sich denen des Kreuzes immer mehr nähern, je weiter sie sich von der Mitte entfernen, es sind, wie die Rechnung ergibt, Hyperbeln, deren Asymptoten die Arme des Kreuzes sind[1]).

Die Ableitung der farbigen Curven im weissen Licht, sowie der Aenderung der Farben bei Aenderung der Plattendicke, der Uebergang der Farben in die complementären, bei Drehung der Nicols, ist nach dem vorigen wohl nicht mehr erforderlich.

Aehnliche Farbencurven zeigen auch anders aus den Krystallen geschnittene Platten, es würde jedoch zu weit führen, dieselben hier zu beschreiben und abzuleiten; mit Hülfe der mehrfach angewandten Sätze ist es nicht schwierig, in einem speziellen Falle die Gestalt der Curven zu entwickeln[2]).

Farbenerscheinungen in zweiaxigen Krystallen. Wenn man ein dünnes Blättchen oder eine dickere Platte aus einem zweiaxigen Krystalle geschnitten zwischen die beiden Nicols eines Polarisationsapparates bringt, so müssen aus denselben Gründen, wie bei den einaxigen Krystallen, die beiden Strahlen, in welche ein in den Krystall eintretender Strahl zerfällt, nach dem Durchtritte, interferiren und so in dünnen Blättchen Farben, in dickern farbige Curven erzeugen. Die Erscheinungen werden jedoch, wegen der verwickelteren Brechungsgesetze etwas complicirter sein. Sind die Blättchen hinreichend dünn, so dass die Verschiedenheit der Dicke bei geneigtem Durchtritt der Strahlen verschwindend ist, und ist die Dicke des Blättchens überall dieselbe, so wird die Phasendifferenz der durchtretenden Strahlen überall dieselbe sein, das Blättchen also im homogenen Lichte überall gleich hell, im weissen überall mit derselben Farbe erscheinen. Die Farbe des Blättchens wird bei gleicher Dicke eine andere sein müssen, wenn die Doppelbrechung sich ändert, deshalb wird bei Blättchen desselben Krystalles die Farbe sich mit der Richtung ändern, mit welcher parallel das Blättchen aus dem Krystall geschnitten ist. Ist das Blättchen senkrecht zu einer der optischen Axen geschnitten, so wird das Gesichtsfeld bei ge- 83

[1]) Müller. J. Poggend. Ann. XXXIII.
[2]) Müller. J. Poggend. Ann. XXXV.

kreuzten Nicols dunkel erscheinen, neigen wir die Richtung, nach welcher das Blättchen geschnitten ist, indem wir es aber immer senkrecht zur Ebene der optischen Axe lassen, so nimmt die Phasendifferenz zu, bis es parallel der ersten oder zweiten Mittellinie geschnitten ist, indem dann die Schwingungen der grössern und mittlern oder der kleinern und mittlern Elasticitätsaxe parallel sind. Noch mehr nimmt die Phasendifferenz zu, wenn die Richtung, nach welcher das Blättchen geschnitten ist, gegen die Ebene der optischen Axen geneigt wird, sie wird am grössten, wenn das Blättchen der Ebene der optischen Axen parallel geschnitten wird, da dann die Schwingungen der grössten und kleinsten Elasticitätsaxe parallel werden. Die Blättchen würden daher, wenn sie nach diesen verschiedenen Richtungen geschnitten werden, die Farben der Newton'schen Scala (§. 52) zeigen, und das mit der Ebene der optischen Axen parallel geschnittene, wird am weitesten vom Schwarz der ersten Ordnung entfernt sein.

Die Aenderung der Farbe mit der Dicke der Blättchen folgt denselben Gesetzen wie bei den einaxigen Krystallen.

Dasselbe gilt von den Aenderungen der Erscheinung, wenn das Blättchen in seiner Ebene gedreht wird, es zeigt sich keine Aenderung in der Farbe, sondern nur in der Intensität derselben. Am hellsten erscheint auch hier die Färbung, wenn die beiden Polarisationsebenen des Blättchens, mit denen der Nicols Winkel von 45^0 einschliessen, da dann die beiden Componenten, in welche das einfallende Licht zerlegt wird, gleiche Intensität haben, die Strahlen also, welche schliesslich die Phasendifferenz einer halben Wellenlänge haben, ganz ausgelöscht werden.

Bei unveränderter Stellung des Blättchens, geht auch hier und aus denselben Gründen bei einer Drehung des obern Nicols aus der gekreuzten in die parallele Stellung die Farbe durch weiss in die complementäre über.

Am besten wendet man zur Untersuchung dieser Erscheinungen von den zweiaxigen Krystallen den Glimmer oder Gyps an, da diese von allen am vollkommensten spaltbar sind und in den feinsten Blättchen erhalten werden können. Die Spaltungsebene im Glimmer ist zur Ebene der optischen Axen senkrecht, parallel dem durch die mittlere und grösste Axe der Elasticität gelegten Hauptschnitte der Elasticitätsfläche.

Der Gyps ist parallel der Ebene der optischen Axen, also in der Ebene der grössten und kleinsten Elasticitätsaxe vollkommen spaltbar. Ein Gypsblättchen von $0^{mm},027$ Dicke zeigt das Weiss der ersten Ordnung bei gekreuzten Nicols, bei $0^{mm},044$ das Roth derselben Ordnung; bei einer Dicke von $0^{mm},05$ — 0,116 zeigt es nach und nach die Farben der zweiten, bis 0,18 die der dritten Ordnung, bei einer Dicke schliesslich von $0^{mm},395$ erscheint es farblos, in einem aus allen Farben zusammengesetzten Weiss. Schleift man daher ein Gypsblättchen keilförmig, so

dass es an dem einen Ende eine Dicke von $0^{mm},027$ an dem andern von $0^{mm},395$ hat, so zeigt es nebeneinander die Farbenstreifen der verschiedenen Ordnungen, wie man sie in den Newton'schen Ringen sieht. Ein Glimmerblättchen erscheint gefärbt, so lange es weniger als $0^{mm},658$ dick ist[1]).

Da man Glimmerblättchen mit grosser Leichtigkeit beliebig dünn erhalten kann, so sind sie sehr geeignet, um circular oder elliptisch polarisirtes Licht herzustellen, indem man die Dicke des Blättchens so wählt, dass die Phasendifferenz der beiden senkrecht zu einander polarisirten Strahlen eine viertel Wellenlänge wird. Bilden dann die Polarisationsebenen des Glimmerblättchens mit denen der Nicols Winkel von 45°, so dass die beiden Strahlen in demselben von gleicher Intensität sind, so sind nach dem Frühern die Bedingungen der Circularpolarisation, zwei senkrecht zu einander polarisirte Strahlen gleicher Intensität mit der Phasendifferenz von $^1/_4$ Undulation, erfüllt. Durch eine Drehung des Glimmerblättchens in seiner Ebene geht dann das circular polarisirte Licht in elliptisch polarisirtes und dieses wieder in linear polarisirtes Licht über, wenn man das Blättchen um 45° gedreht hat, so dass keine Doppelbrechung eintritt.

Bringt man ein circular polarisirendes Blättchen zwischen die Nicols, so tritt bei Drehung des obern Nicols gar keine Aenderung in der Helligkeit des Gesichtsfeldes ein, das Licht verhält sich also in dieser Beziehung wie unpolarisirtes natürliches Licht. Man hat jedoch in den bereits beschriebenen Ringerscheinungen ein sehr bequemes Mittel, um das circular polarisirte Licht vom natürlichen zu unterscheiden. Lässt man natürliches Licht auf eine Krystallplatte fallen, welche eins der beschriebenen Ringsysteme zeigt, so sind dieselben nicht wahrzunehmen, lässt man circular oder elliptisch polarisirtes Licht auffallen, so erscheinen sie, aber mit gewissen charakteristischen Modificationen, die zu beschreiben und abzuleiten, die hier gesteckten Grenzen jedoch nicht gestatten[2]).

Die Circularpolarisation kann sich der Natur der Sache nach immer nur auf Licht bestimmter Farbe erstrecken.

Will man weisses Licht circular polarisiren, also die Erscheinungen der Ringe bei der Circularpolarisation im weissen Lichte untersuchen, so wendet man am besten ein Glimmerblättchen an, welches dem gelben Licht vollständig circulare Polarisation ertheilt, den Strahlen dieser Farbe also eine Phasendifferenz von $^1/_4$ Wellenlänge ertheilt, da dann die übrigen Lichtarten am wenigsten von der circularen Polarisation abweichen. Ein solches Blättchen zeigt zwischen gekreuzten Nicols das Weiss der ersten Ordnung.

---

[1]) Arago. Mémoires de l'Institut de France. T. XII. 1811.
Fresnel. Poggend. Ann. XII. p. 366. Annales de chim. et de phys. T. XVII.

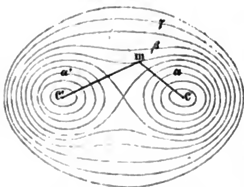
[2]) Dove. Farbenlehre. Versuche über Circularpolarisation. p. 244 ff. Berlin 1853.
Airy. Poggend. Ann. XXIII.

Wendet man anstatt der dünnen Blättchen dickere an, so dass die Phasendifferenz der unter verschiedener Neigung in das Auge dringenden Strahlen verschieden ist, so ist das Gesichtsfeld nicht mehr überall gleich hell, sondern es zeigen sich auch hier, im homogenen Licht, helle und dunkle Curven. Im allgemeinen sind die Erscheinungen von denen in einaxigen Krystallen nicht sehr verschieden; so zeigen sich auch Hyperbeln, wenn die Platten parallel der Ebene der optischen Axen geschnitten sind, wie bei den einaxigen Krystallen, wenn dieselben parallel der optischen Axe geschnitten sind.

Besonders zu bemerken sind die Ringerscheinungen nur dann, wenn die Platten senkrecht zur ersten Mittellinie, welche den spitzen Winkel der optischen Axen halbirt, geschnitten sind.

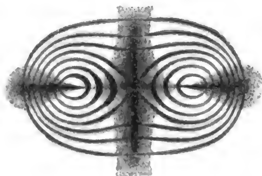
Ist der Winkel der optischen Axen, wie beim Salpeter, Topas, Baryt, Zucker, klein genug, um bei Polarisationsapparaten mit grossem Gesichtsfelde, wie dem Nörremberg'schen, diejenigen Strahlen, welche in der Richtung der Axen durch die Platte hindurchgehen, nach ihrem Austritte zugleich zu übersehen, so sieht man um die Punkte, von denen die parallel den Axen hindurchgetretenen Strahlen ausgehen, helle und dunkle Ringe, welche (Fig. 164) die Form von Lemniscaten haben[1]). Diese Curven sind geometrisch definirt durch die Eigenschaft, dass das Product der von den beiden Polen c und c' zu irgend einem Punkte m der Curve gezogenen Leitstrahlen eine constante Grösse ist, wo auch der Punkt m auf der Curve liegt. Der Werth dieser constanten Grösse ändert sich von einer Curve zur andern; er ist ein anderer für die Curve α, ein anderer für β oder γ. Diese Curven können sowohl in der Form eines Ovals beide Pole umgeben, als auch sich in zwei Ovale zusammenziehen, deren jedes einen Pol umgibt, α, α'.

Fig. 164.



Man sieht nun um jeden Pol der Krystallplatte zunächst eine Anzahl heller und dunkler Ovale, von denen das folgende immer grösser ist, weiterhin berühren sich die beiden Ovale, so dass beide Curven die Form einer 8 erhalten, und noch weiter vereinigen sich beide Ovale zu einem einzigen, welches beide Pole umgibt (Fig. 165). Bei gekreuzten Nicols ist dieses

Fig. 165.



[1]) Herschel. Philosophical Transactions for the year 1820. On Light. art. 902 ff.

Ringsystem von schwarzen, bei parallelen von hellen Büscheln durchschnitten. Fällt die durch die beiden Pole gelegte Richtung, also die Ebene der optischen Axen mit der Polarisationsebene des einen Nicols zusammen, so bilden die Büschel ein einfaches geradliniges Kreuz wie Fig. 165, dessen Arme den Polarisationsebenen der beiden Nicols parallel sind. Dreht man den obern Nicol aus der gekreuzten in die parallele Lage, so geht das schwarze Kreuz in ein weisses über, während die vorher hellen Ringe dunkel, die dunklen hell werden.

Dreht man bei unveränderter Stellung der Nicols die Platte in ihrer Ebene, so bleibt die Gestalt der Ringe ganz ungeändert, sie drehen sich

Fig. 166.

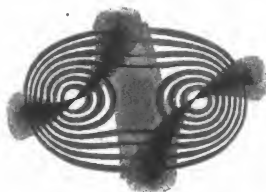
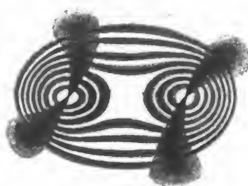
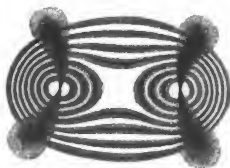


Fig. 167.



nur einfach mit der Platte, die schwarzen Büschel dagegen ändern ihre Gestalt; anstatt ein geradliniges Kreuz bilden sie jetzt Hyperbeln, welche aber stets durch die Pole gehen. Fig. 166 zeigt sie, wie man sie sieht, wenn die Platte nur sehr wenig aus der ersten Lage gedreht ist, Fig. 167 nach einer Drehung von ungefähr $22^1/_2{}^0$, Fig. 168 nach einer Drehung von 45^0.

Fig. 168.



Ist der Axenwinkel der Krystalle zu gross, so übersieht man nur eins der um die beiden Pole gelegten Ringsysteme.

Das Auftreten der Ringe sowohl als der schwarzen Büschel erklärt sich aus denselben Principien, aus welchen wir die in einaxigen Krystallen beobachteten Erscheinungen ableiteten.

Parallel den optischen Axen geht das Licht ohne Doppelbrechung hindurch, dort kann daher keine Interferenz stattfinden, die Pole erscheinen daher immer dunkel, wenn die Nicols gekreuzt sind. Denken wir uns nun durch jeden der Pole eine Linie gelegt, so werden alle auf den verschieden Punkten dieser Linie austretenden Strahlen doppelt gebrochen sein, und daher einen Unterschied der Phase beim Austritt zeigen, der um so grösser ist, je weiter man sich von dem Pole entfernt.

In einem gewissen Abstande ist die Phasendifferenz $^1/_2\,\lambda$, in einem grössern λ, weiter $^3/_2\,\lambda$ u. s. f.

Dreht sich die Linie in der Ebene der Platte um den Pol, so können wegen der verschiedenen Doppelbrechung an den verschiedenen Seiten der Axe, die Abstände, in welchen die Phasendifferenzen $^1/_2\,\lambda$, λ, $^3/_2\,\lambda$, werden, auf jener Linie in den verschiedenen Lagen nicht gleich sein. Deshalb müssen die hellen und dunklen Linien von der Kreisform abweichen, und die Rechnung ergibt mit der Beobachtung übereinstimmend, dass die Ringe die Form von Lemniscaten annehmen müssen. Die dunklen Büschel rühren von den Strahlen her, welche in dem Krystall nur einfach gebrochen werden. Demnach müssen alle die Punkte dunkel erscheinen, welche so liegen, dass die Polarisationsebene der an ihnen austretenden Strahlen im Krystall der Polarisationsebene des einfallenden Lichtes parallel ist.

Fällt nun z. B. die durch die Pole gelegte Richtung also die Ebene der optischen Axen mit der untern Polarisationsebene zusammen, so werden alle in dieser und der darauf senkrechten Ebene einfallenden Strahlen nur einfach gebrochen. Denn die in der Ebene der optischen Axen einfallenden Strahlen werden in einem zweiaxigen Krystalle immer in zwei zerlegt, deren Polarisationsebene der Ebene der optischen Axe parallel und zu ihr senkrecht ist, ist demnach der einfallende Strahl der Ebene der optischen Axen parallel polarisirt, so kann keine Doppelbrechung eintreten. Die Einfallsebene der Strahlen, welche den andern Balken des schwarzen Kreuzes bildet, ist die durch die erste Mittellinie und die Axe der mittlern Elasticität gelegte Ebene. Alle Strahlen, welche in einen zweiaxigen Krystall in dieser Ebene eintreten, werden in zwei zerlegt, deren Schwingungen der zweiten Mittellinie parallel oder zu ihr senkrecht sind. Wenn demnach die Schwingungen des eintretenden Lichtes schon zur zweiten Mittellinie senkrecht sind, so kann auch dort keine Doppelbrechung eintreten.

Wird der Krystall gedreht, so liegen die Punkte, in welchen Strahlen austreten, deren Polarisationsebene im Krystall derjenigen des einfallenden Lichtes parallel sind, nicht mehr auf geraden Linien, sondern wie die Rechnung zeigt, auf Hyperbeln, welche aber immer durch die Pole gehen müssen, da die parallel den Axen durch den Krystall tretenden Wellen immer nur einfach gebrochen werden.

Dass auch hier die schwarzen Büschel immer in die Breite gezogen erscheinen, bedarf nach den Entwicklungen über die Erscheinungen in einaxigen Krystallen keiner besondern Erwähnung.

Die Ringe werden bei Anwendung verschiedenen homogenen Lichtes breiter oder enger; je kleiner die Wellenlänge des angewandten Lichtes ist, um so näher rücken die Punkte zusammen, bei denen die Phasendifferenz um eine halbe Wellenlänge zugenommen hat. Bei Anwendung

weissen Lichtes erscheinen deshalb anstatt der hellen und dunklen Ringe farbige wie bei den einaxigen Krystallen.

Wären nun, wie es bei den einaxigen Krystallen die Regel ist, die optischen Axen für alle Farben gleich gelegen, so würde die Farbenfolge wie dort mit derjenigen der Newton'schen Ringe übereinstimmen. Ist das nicht der Fall, so zeigen die Ringe andere Farbenfolge. Die verschiedene Lage der optischen Axen lässt sich am besten an der Färbung des ovalen Fleckes erkennen, welcher von dem ersten die Pole umgebenden Ringe eingeschlossen wird. Ist der Winkel, welchen die optischen Axen für rothes Licht bilden, kleiner als derjenige für blaues Licht, so ist die dem andern Pole zugewandte Seite des ovalen Fleckes roth, die abgewandte blau gefärbt, ist der Winkel der optischen Axen für rothes Licht grösser, so ist die Färbung umgekehrt. Ersteres ist der Fall für Salpeter, Arragonit, schwefelsauren Baryt, letzteres beim Glimmer, Topas, schwefels. Magnesia.

Der Grund hierfür liegt, wie leicht zu übersehen, darin, dass der ovale Fleck diejenige Fläche ist, in welcher die Phasendifferenz von 0 am Pole, bis zu λ, in dem ersten dunklen Ringe, zunimmt. Diese Fläche legt sich um den Pol der betreffenden Farbe herum, für eine Farbe, deren Pol der Mittellinie näher liegt, wird sich daher jene Fläche auch der Mittellinie näher befinden, und deshalb nach dieser Seite, bei hinlänglicher Verschiedenheit der Axenwinkel, über die anderen Farben hinaus erstrecken; nach aussen wird sie sich weiter erstrecken für die Farben, deren Axen grössere Winkel bilden.

Sehr auffallend ist diese Färbung im Seignette Salz, wo der Winkel der Axen für rothes Licht 76°, für violettes dagegen nur 56° beträgt. Dort ist der ovale Fleck in ein langgezogenes Spectrum ausgedehnt.

Noch complicirter werden natürlich die Erscheinungen, wenn die optischen Axen in verschiedenen Ebenen liegen.

Da sich die hellen und dunklen Ringe in jeder Farbe um die Pole dieser Farbe legen, so erkennt man leicht, dass auch in den Ringen die Farbenfolge bei verschiedenem Axenwinkel anders werden muss, es würde hier zu weit führen die verschiedenen Modificationen zu betrachten[1]).

Bestimmung optischer Constanten, Messung der Axenwinkel. 84
Mit Hülfe der in den letzten Paragraphen beschriebenen Interferenzerscheinungen ist es leicht den Charakter der Doppelbrechung eines Krystalles auch ohne Kenntniss seiner krystallographischen Beschaffenheit zu

[1]) Neumann. Poggend. Ann. XXXIII. Man sehe auch Radickes Optik. Bd. I. Berlin 1839.

bestimmen. Nur doppelbrechende Körper zeigen überhaupt die beschriebenen Farbenerscheinungen, und jede Klasse derselben die dafür charakteristischen.

Von besonderer Wichtigkeit sind aber die Farbenerscheinungen in zweiaxigen Krystallen deshalb, weil sie ein leichtes Mittel an die Hand geben, die Lage der Hauptrichtungen in optischer Beziehung zu erkennen, die aus der krystallographischen Beschaffenheit, wie wir sahen, nicht immer geschlossen werden kann. Beobachtet man in einer Krystallplatte das Lemniscatensystem, so weiss man, dass die durch die Pole gelegte, zur Ebene der Platte senkrechte Ebene die Ebene der optischen Axen ist. Kann man in einer gegebenen Krystallplatte nur eines der Ringsysteme übersehen, so hat man sie in einer bestimmten Ebene zu drehen, damit das den andern Pol umgebende Ringsystem sichtbar wird; diese Ebene ist dann die der optischen Axen. Die auf dieser Ebene senkrechte Richtung ist dann die Axe der mittlern Elasticität; die Axen der grössten und kleinsten Elasticität sind die beiden Mittellinien der optischen Axen, man erhält dieselben durch eine Messung der Axenwinkel.

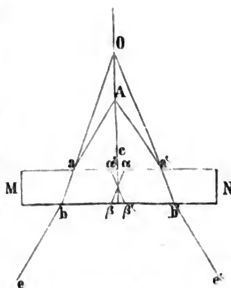
Zur Messung derselben ist der Dove'sche Polarisationsapparat recht geeignet[1]); man versieht das zweite Nicol'sche Prisma mit einem Ocular und Fadenkreuz und ersetzt den Ring k (Fig. 147) durch einen in der Axe eines verticalen Kreises befestigten Ring. Der Kreis ist getheilt und mit einem Index versehen, welcher die Grösse der Drehung abzulesen gestattet. Man befestigt nun die Krystallplatte, so dass ihre Begrenzungsebenen zur Axe des Instrumentes senkrecht sind, wie wir es bisher immer annahmen, und zugleich, dass die Ebene der optischen Axen vertical ist, wenn der getheilte Kreis auf dem Nullpunkte einsteht. Darauf dreht man nun mit dem Ringe den Krystall um die Axe des Kreises so lange, bis der Kreuzungspunkt des Fadenkreuzes mit dem einen Pole zusammenfällt, und beobachtet die Stellung des Kreises; dann stellt man ebenso durch Zurückdrehen des Kreises den andern Pol der Ringfigur ein, und hat dann in dem Winkel, um welchen man den Kreis gedreht hat, den scheinbaren Winkel der optischen Axen, das heisst den Winkel, welchen die Strahlen nach ihrem Austritte aus dem Krystall mit einander bilden, die den Krystall in der Richtung der optischen Axen durchsetzt haben.

Den Winkel der optischen Axen erhält man dann aus dieser Beobachtung mit Hülfe des mittlern Brechungsexponenten β. Denn ist MN (Fig. 169) die Krystallplatte, $\alpha\beta$, $\alpha'\beta'$ die Richtung der optischen Axen, so ist der Winkel aAa' derjenige, welchen man gemessen hat. Die Hälfte dieses Winkels aAc ist demnach derjenige Winkel, welchen die

[1]) Dove. Poggend. Ann. XXXV. Farbenlehre p. 203. II. Aufl. Berlin 1853.

Strahlen, welche im Krystall in der Richtung der optischen Axe sich fortgepflanzt haben, nach ihrem Austritte mit dem Einfallslothe bilden. Da nun der Brechungsexponent der in der Richtung der optischen Axe sich fortpflanzenden Wellen gleich β ist, so berechnet man nach dem Brechungsgesetze den Winkel, welchen *ab* mit *Ac* bildet, und daraus den Winkel der optischen Axen.

Fig. 169.



Auf diese Weise ist für die meisten zweiaxigen Krystalle die Richtung der optischen und Elasticitätsaxen, sowie ihre Beziehung zu den krystallographischen Hauptrichtungen festgestellt worden, für welche die sonstigen optischen Constanten noch nicht bestimmt sind. Kennt man die Richtung dieser, so kann man in der §. 73 angegebenen Weise die sonstigen optischen Constanten bestimmen.

Doppelbrechung in gepressten und gekühlten Gläsern. Mit 85 Hülfe der Interferenz des polarisirten Lichtes gelang es zuerst Brewster[1]) und Seebeck[2]), den innigen Zusammenhang zwischen der Doppelbrechung und den Elasticitätsverhältnissen der Körper auch an nicht krystallinischen Substanzen nachzuweisen. Brewster fand, dass in allen Körpern, deren Substanz nach verschiedener Richtung verschiedene Elasticität hat, Interferenzerscheinungen auftreten, wenn man sie im polarisirten Lichte betrachtet. Presst man eine quadratische Glastafel mit planparallelen Ebenen von 2 gegenüberliegenden Punkten ihrer Ränder *a* und *b* Fig. 170 zusammen, so dass sie in der Richtung *ab* comprimirt wird, so zeigt sie zwischen gekreuzten Nicols, und wenn die Richtung *ab*

Fig. 170.

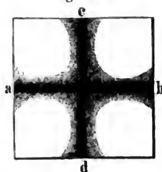
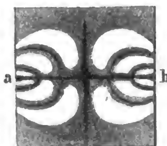


Fig. 171.



der Polarisationsebene des einen parallel ist, das schwarze Kreuz und bei schwachem Drucke in den 4 Feldern eine Farbe der ersten Ordnung

[1]) Brewster. Philosophical Transactions for 1815, 1816. Edinburgh Transact. Vol. VIII.

[2]) Seebeck. Schweigger Journal. Bd. VII.

wie ein sehr dünnes Krystallblättchen. Steigert man den Druck, so ändert sich die Farbe der Felder und es bilden sich nach und nach um die Punkte *a* und *b* helle und dunkle, im weissen Licht farbige Ringe (Fig. 171). Die Ringe haben Aehnlichkeit mit den Lemniscaten der zweiaxigen Krystalle.

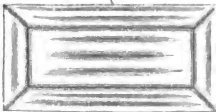
In der That treten nach den im ersten Theil vorgetragenen Lehren über Elasticität in einer so comprimirten Platte drei Axen der Elasticität auf, indem die Compression parallel *ab* eine Ausdehnung parallel *cd* und eine von dieser wohl verschiedene Ausdehnung senkrecht zur Ebene *abcd* zur Folge hat. Diese Compression und Ausdehnung muss eine Aenderung der Lagerung der Moleküle und mit dieser der Elasticität des Glases nach verschiedenen Richtungen zur Folge haben. Wie Brewsters Versuche zeigen, nimmt die Elasticität des Aethers im Glase an dieser Aenderung Theil; das Glas wird doppelbrechend.

Das Auftreten und die Aenderung der Ringe bei stärkerem Drucke beweist, dass die Doppelbrechung des Glases mit dem Drucke zunimmt, dass die Phasendifferenzen der nach derselben Richtung austretenden Strahlen grösser werden; eine Verstärkung des Druckes bewirkt also dasselbe, was bei Krystallplatten die Anwendung dickerer Platten hervorbringt. Es gelang Dove[1]), den Druck so zu normiren, dass sich die Glasplatte gerade so verhält, wie ein dünnes circular polarisirendes Glimmerblättchen, dass das aus den Eckfeldern hervortretende Licht circular polarisirt war. Ja, wie Dove zeigte, ist diese Methode zur Erzeugung circular polarisirten Lichtes bequemer als das mühsame Abspalten von Glimmerblättchen, da man mit passenden Apparaten die Stärke des Druckes ganz in seiner Hand hat.

Man kann durch die Compression des Glases Erscheinungen hervorbringen, welche dem Ringsysteme in einaxigen Krystallen mit dem Kreuz ganz analog sind. Man erhält dieselben, wenn man eine convexe Glaslinse in der Richtung ihrer Axe in ihrer Mitte zusammenpresst, oder wenn man einen massiven Glascylinder mit einem Metalldrahte straff umwindet und dann in der Richtung der Axe hindurchsieht.

Aehnliche Erscheinungen zeigen Glasstücke im Polarisationsapparate, welche ungleichmässig erwärmt oder abgekühlt werden.[2]) Wenn man z. B. ein parallelopipedisches Glasstück auf eine heisse Metallplatte legt, und so zwischen gekreuzten Nicols aufstellt, so sieht man die Fig. 172, wenn die Polarisationsebenen der Nicols mit der auf der heissen Metallplatte liegen-

Fig. 172.



[1]) Dove. Farbenlehre. Versuche über Circularpolarisation. Berlin 1853. Poggend. Ann. Bd. XXXV.

[2]) Brewster. Philosophical Transactions for 1814; 1815; 1816.

den Grundfläche Winkel von 45^0 bilden. Das Gesichtsfeld ist durch dunkle Linien in 5 Felder getheilt, in welchen den dunklen Linien parallel sich farbige Streifen zeigen. Bei fortschreitender Erhitzung ändert sich sowohl die Figur als auch die Anordnung der Farben.

Wenn man ein cylindrisches Glasstück vom Umfange aus gleichmässig erwärmt, so zeigt es die Ringfigur der einaxigen Krystalle mit dem schwarzen Kreuze, erwärmt man ein ovales Glasstück gleichmässig vom Umfange aus, so erhält man beim Durchsehen parallel der Axe die Ringfigur zweiaxiger Krystalle.

Gleiches erhält man beim Abkühlen erhitzten Glases, indem man es z. B. auf eine kalte Metallplatte legt.

Man kann den Gläsern die doppelbrechenden Eigenschaften auch bleibend beibringen, indem man geglühte Gläser schnell erkalten lässt. So erhält man z. B. die Erscheinung (Fig. 173), wenn man einen nicht zu stark erhitzten Glaswürfel rasch abkühlt, und ihn dann so zwischen die Nicols bringt, dass seine Seiten den Polarisationsebenen derselben parallel sind. Es erscheint ein schwarzes Kreuz und in jedem der vier Felder ein farbiges Ringsystem. Die Figur ändert sich, wenn die Polarisationsebenen gegen die Würfelseiten eine andere Lage annehmen.

Fig. 173.



Dass auch in den zuletzt erwähnten Erscheinungen die geänderte Elasticität des Glases, die in der schlechten Wärmeleitung desselben ihren Grund hat, das Bedingende ist, wird in dem folgenden Theile in der Wärmelehre deutlich werden.[1])

Die durch künstliche Mittel erzeugte Doppelbrechung unterscheidet sich jedoch in einer Beziehung von derjenigen in krystallinischen Mitteln wesentlich, sie ist nicht in jedem Stückchen des Glases, in welchem sie erzeugt ist, dieselbe, sondern haftet an dem bearbeiteten Glasstücke als solchem. Ein Beispiel wird das klarer machen. In einer Doppelspathplatte, welche senkrecht zur Axe geschnitten ist, ist die Axe nur eine Richtung, nicht eine bestimmte Linie; wenn man daher eine solche Platte auch zur Hälfte bedeckt, so zeigt sie immer das ganze Ringsystem; anders in einem künstlich einaxigen Glase, dort ist die Axe eine bestimmte Linie; bedeckt man daher einen Theil der Oberfläche, durch welche das Licht austritt, so verschwindet ein entsprechender Theil des Ringsystems[2]).

---

[1]) Man sehe auch Neumann. Poggend. Ann. LIV.

[2]) Brewster a. a. O.

Sachregister.

S.

T.

Taf. I.

H G F b E D C B a A

β a

Ka

a

Na

β a

Li

δ a γβ

Sr

β a

Ca

β a η ζ γ ε

Ba

Taf. II.

A a B C D E b F G H J



